Un microaccéléromètre capacitif

Bac 2021 Sujet zéro Terminale spécialité · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 55 min**

1.1.1 À l'aide des images prises au microscope électronique, évaluer l'ordre de grandeur de la distance entre deux tiges successives du peigne fixé au support.

Données utiles figure 1, image de droite : barre d'échelle de $100\ \mu\text{m}$

Sur l'image agrandie de la figure 1, on reporte l'écart entre deux tiges fixes voisines le long de la barre d'échelle : la barre de $100\ \mu\text{m}$ couvre environ 7 intervalles.

$$d \approx \frac{100\ \mu\text{m}}{7} \approx 14\ \mu\text{m}$$

$d \approx 14\ \mu\text{m}$, soit un ordre de grandeur de $10\ \mu\text{m} = 10^{-5}\ \text{m}$.

PIÈGE
Utiliser la barre d'échelle de l'image de gauche ($429\ \mu\text{m}$) pour une longueur mesurée sur l'image de droite : chaque image a sa propre échelle.

MÉTHODE
Mesurer à la règle la barre d'échelle et plusieurs intervalles d'un coup, puis faire un produit en croix. Mesurer plusieurs intervalles réduit l'erreur de lecture.

1.1.2 En déduire une estimation de l'ordre de grandeur de la capacité C_0 d'un condensateur élémentaire au repos (condensateur plan idéal, air entre les armatures). Comparer aux ordres de grandeur des capacités usuelles.

Données utiles $\varepsilon_{air} = 8{,}9 \times 10^{-12}\ \text{F}\cdot\text{m}^{-1}$; $S = 65\ \mu\text{m}^2$; $d \approx 10^{-5}\ \text{m}$ (1.1.1) ; $C = \varepsilon\dfrac{S}{d}$

Conversion de la surface : $S = 65\ \mu\text{m}^2 = 65 \times (10^{-6})^2\ \text{m}^2 = 65 \times 10^{-12}\ \text{m}^2$.

$$C_0 = \varepsilon_{air}\frac{S}{d} = 8{,}9 \times 10^{-12} \times \frac{65 \times 10^{-12}}{10^{-5}} \approx 6 \times 10^{-17}\ \text{F}$$

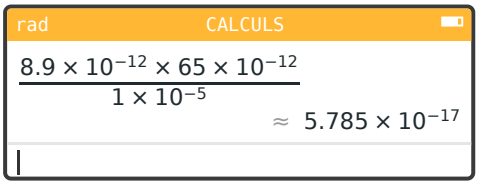
Les condensateurs usuels (ceux du laboratoire) ont des capacités de l'ordre du nanofarad au microfarad (10^{-9} à 10^{-6} F).

$C_0 \approx 6 \times 10^{-17}\ \text{F}$, soit un ordre de grandeur de $10^{-16}\ \text{F}$: une capacité extrêmement faible, environ 10^7 fois plus petite qu'un nanofarad.

PIÈGE
Convertir μm^2 comme des μm : $1\ \mu\text{m}^2 = 10^{-12}\ \text{m}^2$, et non $10^{-6}\ \text{m}^2$. L'erreur fausse le résultat d'un facteur un million.

COMPRENDRE
On demande un ordre de grandeur : une puissance de dix suffit. Prendre $d = 14\ \mu\text{m}$ donnerait $4 \times 10^{-17}\ \text{F}$: le résultat reste de quelques $10^{-17}\ \text{F}$, la comparaison ne change pas.

À LA CALCULATRICE



1.1.3 Dans la configuration du schéma (b) de la figure 2, comparer les valeurs des capacités C_1 et C_2. Justifier.

Sur le schéma (b), la tige mobile s'est rapprochée d'une tige fixe et éloignée de l'autre : l'écart entre les armatures du condensateur 1 est plus grand que celui du condensateur 2, soit $d_1 > d_2$.

Les deux condensateurs ont la même surface S en regard et le même milieu (l'air). Comme $C = \varepsilon\dfrac{S}{d}$, la capacité est inversement proportionnelle à l'écart d.

$d_1 > d_2$ donc $C_1 < C_2$.

COMPRENDRE
C'est le principe du capteur : au repos $C_1 = C_2 = C_0$; une accélération déplace la masse mobile, l'une des capacités augmente quand l'autre diminue, et cet écart renseigne sur l'accélération.

1.2 Comparer la valeur de l'accélération du drone à celle de l'accélération moyenne d'une moto qui passe d'une vitesse nulle à $100\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ en 3 s. Commenter.

Données utiles $U_S = U_0 + B\,a_x$; $U_0 = 1{,}50\ \text{V}$; $B = 0{,}0306\ \text{V}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^2$; $U_S = 2{,}02\ \text{V}$

Drone : de $U_S = U_0 + B\,a_x$ on tire

$$a_x = \frac{U_S - U_0}{B} = \frac{2{,}02 - 1{,}50}{0{,}0306} = 17{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Moto : $\Delta v = 100\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1} = \frac{100}{3{,}6}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} = 27{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, donc

$$a_{moto} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{27{,}8}{3} \approx 9\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

L'accélération du drone est presque deux fois celle de la moto, dont le démarrage est pourtant très vif. C'est une valeur élevée, à la portée d'un drone léger et puissant pendant une courte durée.

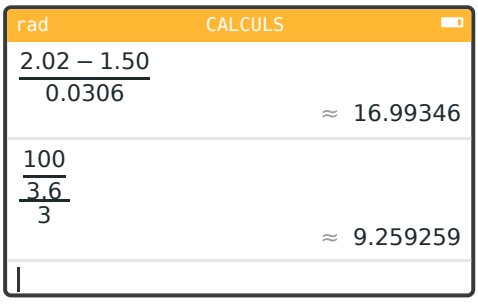
$a_x = 17{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ pour le drone, $a_{moto} \approx 9\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$: $a_x \approx 2\,a_{moto}$.

PIÈGE
Garder la vitesse en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$: on trouverait 33 au lieu de $9\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$. Il faut diviser par 3,6 avant de diviser par la durée.

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : $U_S - U_0 = 0{,}52$ V et B en a trois, on écrit 17,0. La durée « 3 s » n'en a qu'un : pour la moto, $9\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ suffit.

MÉTHODE
« Comparer » demande deux valeurs dans la même unité, puis un rapport chiffré. « Commenter » demande une phrase sur la vraisemblance ou la signification du résultat.

À LA CALCULATRICE



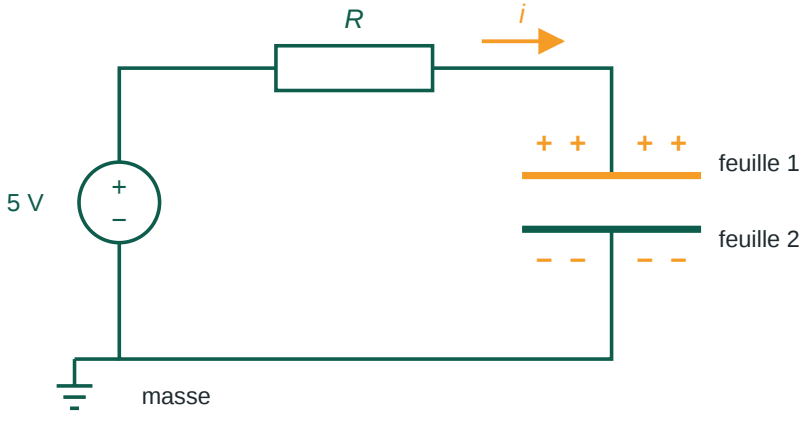
2.1 Indiquer le signe des charges qui s'accumulent sur chaque feuille d'aluminium.

La feuille 1 est reliée, à travers le conducteur ohmique, à la borne positive du générateur ($+5$ V) ; la feuille 2 est reliée à la masse, c'est-à-dire à la borne négative.

Pendant la charge, le courant arrive sur la feuille 1 : des électrons quittent cette feuille et d'autres s'accumulent sur la feuille 2. La tension U_C, fléchée vers la feuille 1, est d'ailleurs positive.

Feuille d'aluminium 1 : charges positives ($+q$). Feuille d'aluminium 2 : charges négatives ($-q$).

COMPRENDRE
Aucune charge ne traverse le film de polyéthylène, qui est isolant. Les électrons circulent dans les fils, d'une feuille à l'autre en passant par le générateur : les deux feuilles portent des charges opposées.



2.1 · Circuit de charge : sens du courant et signe des charges sur les feuilles

2.2 Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension U_C aux bornes du condensateur dans le circuit RC idéal, de résistance R et de capacité C.

Loi des mailles, interrupteur fermé : $E = U_R + U_C$.

Loi d'Ohm : $U_R = R\,i$.

Pour le condensateur, avec q la charge de l'armature par laquelle arrive le courant : $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ et $q = C\,U_C$. Comme C est constante, $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}U_C}{\mathrm{d}t}$.

On remplace dans la loi des mailles : $E = R\,C\,\dfrac{\mathrm{d}U_C}{\mathrm{d}t} + U_C$, puis on divise par RC.

$$\frac{\mathrm{d}U_C}{\mathrm{d}t} + \frac{U_C}{RC} = \frac{E}{RC}$$

PIÈGE
Une erreur de signe en isolant la dérivée : $\dfrac{\mathrm{d}U_C}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{U_C}{RC} + \dfrac{E}{RC}$. Le terme en U_C porte le signe moins, sinon la tension divergerait au lieu de tendre vers E.

MÉTHODE
Toujours les mêmes quatre étapes : loi des mailles, loi d'Ohm, relation $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}U_C}{\mathrm{d}t}$, substitution. On termine avec un coefficient 1 devant la dérivée pour faire apparaître $\tau = RC$.

2.3 Déterminer la valeur limite atteinte par U_C lorsque $t \gg \tau$. Commenter.

Données utiles $U_C(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ avec $\tau = RC$; $E = 5{,}00$ V

Lorsque $t \gg \tau$, le rapport $\dfrac{t}{\tau}$ devient très grand, donc $e^{-t/\tau}$ tend vers 0 et U_C tend vers $E(1 - 0) = E$.

Le condensateur est alors chargé : la tension à ses bornes est égale à celle du générateur, $\dfrac{\mathrm{d}U_C}{\mathrm{d}t} = 0$ donc le courant est nul et $U_R = 0$. Cette limite ne dépend pas de R : sur la figure 4, les deux courbes rejoignent le même palier, proche de 5 V.

$U_C \to E = 5{,}00$ V : le condensateur est totalement chargé, le régime permanent est atteint.

COMPRENDRE
On retrouve la limite sans la solution : en régime permanent $\dfrac{\mathrm{d}U_C}{\mathrm{d}t} = 0$, et l'équation différentielle donne directement $U_C = E$. En pratique la charge est considérée comme terminée au bout de 5τ.

2.4 Expliquer qualitativement comment il est possible de déterminer l'écart entre les feuilles d'aluminium à partir des résultats de la figure 4.

Données utiles $\varepsilon_{PE} = 19 \times 10^{-12}\ \text{F} \cdot \text{m}^{-1}$; feuilles carrées de 25 cm de côté ; $R = 600\ \text{k}\Omega$ ou $300\ \text{k}\Omega$; $C = \varepsilon \dfrac{S}{d}$

Étape 1 : on détermine le temps caractéristique τ sur une courbe de la figure 4. À $t = \tau$, $U_C = E(1 - e^{-1}) \approx 0{,}63\,E$: τ est l'abscisse du point d'ordonnée $0{,}63 \times 5{,}00 \approx 3{,}2$ V (ou l'abscisse du point où la tangente à l'origine coupe l'asymptote $U_C = E$).

Étape 2 : comme $\tau = RC$ et que R est connue, on en déduit la capacité $C = \dfrac{\tau}{R}$. Les deux courbes doivent donner la même valeur de C.

Étape 3 : le dispositif est un condensateur plan de surface $S = (0{,}25)^2\ \text{m}^2$, dont le milieu isolant est le polyéthylène : $C = \varepsilon_{PE} \dfrac{S}{d}$.

$$d = \frac{\varepsilon_{PE}\, S}{C} = \frac{\varepsilon_{PE}\, S\, R}{\tau}$$, avec τ lu sur la figure 4.

PIÈGE

Lire τ à $0{,}63 \times 6$ V parce que l'axe monte jusqu'à 6 V. Le palier est $E = 5{,}00$ V : c'est 63 % de cette valeur qu'il faut repérer.

COMPRENDRE

Avec l'épaisseur usuelle de $10\ \mu\text{m}$, on attend $C \approx 1{,}2 \times 10^{-7}$ F, soit $\tau \approx 71$ ms pour $600\ \text{k}\Omega$: quelques dizaines de millisecondes, l'échelle de temps de la figure 4.

À LA CALCULATRICE

