Cesta punta

Bac 2021 Métropole Septembre Sujet 1 · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

1.1 Indiquer l'information de l'énoncé qui permet de supposer que le mouvement de la balle relève du modèle de la chute libre.

Un système est en chute libre lorsqu'il n'est soumis qu'à son poids.

L'énoncé précise que l'on « néglige l'influence de l'air » : il n'y a donc ni frottement ni poussée d'Archimède à prendre en compte.

La seule force exercée sur la balle est son poids : le modèle de la chute libre s'applique.

COMPRENDRE

Chute libre ne veut pas dire chute verticale : la balle peut monter, avancer, décrire une parabole. Seul compte le bilan des forces, réduit au poids.

1.2 En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation horaire selon l'axe Ox est $x(t) = v_0 \cos(\alpha)\, t - D$.

Données utiles à $t = 0$: $x_0 = -D$; $\vec{v}_0$ fait l'angle α avec l'horizontale

Système {balle}, de masse m constante ; référentiel terrestre supposé galiléen ; seule force : le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$.

Le vecteur $\vec{g}$ est vertical, dirigé vers le bas : selon Ox, $a_x = 0$.

Comme $a_x = \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = 0$, v_x est constante, égale à sa valeur initiale : $v_x(t) = v_{0x} = v_0 \cos(\alpha)$.

Comme $v_x = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$, on cherche une primitive : $x(t) = v_0 \cos(\alpha)\, t + C$.

Condition initiale : $x(0) = -D$, donc $C = -D$.

$x(t) = v_0 \cos(\alpha)\, t - D$

PIÈGE

Oublier la constante d'intégration, ou la prendre nulle par habitude. Ici la balle part de $x_0 = -D$: c'est cette condition initiale qui fait apparaître le terme $-D$.

MÉTHODE

Toujours le même enchaînement : système, référentiel, forces, deuxième loi, projection de $\vec{a}$, première primitive avec la vitesse initiale, seconde primitive avec la position initiale.

1.3 Montrer que la balle frappe le mur à la date $t_F = 1{,}0$ s.

Données utiles $D = 36$ m ; $v_0 = 36{,}2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $\alpha = 12^\circ$

Le mur se trouve à l'abscisse $x = 0$. La balle le touche à la date t_F telle que $x(t_F) = 0$:

$$v_0 \cos(\alpha)\, t_F - D = 0, \text{ soit } t_F = \frac{D}{v_0 \cos(\alpha)}$$

$$t_F = \frac{36}{36{,}2 \times \cos(12^\circ)} = 1{,}0 \text{ s}$$

$t_F = 1{,}0$ s, valeur attendue.

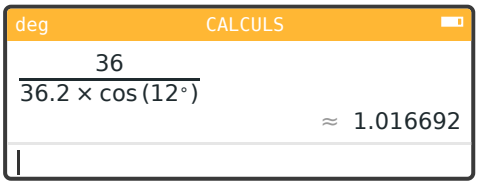
PIÈGE

Calculatrice réglée en radians : $\cos(12)$ vaut alors $0{,}84$ et l'on trouve $1{,}2$ s. Vérifier le mode degré avant tout calcul d'angle.

COMPRENDRE

Deux chiffres significatifs, comme D et α, les données les moins précises. Écrire $1{,}02$ s serait afficher une précision que les données n'ont pas.

À LA CALCULATRICE



2.1 Rappeler les expressions littérales de l'énergie cinétique E_C, de l'énergie potentielle de pesanteur E_{PP} (nulle en $y = 0$) et de l'énergie mécanique E_m de la balle.

$E_C = \frac{1}{2} m v^2$ $\quad E_{PP} = m g y$ $\quad E_m = E_C + E_{PP}$

$$\boxed{E_m = \frac{1}{2} m v^2 + m g y}$$

COMPRENDRE
L'écriture $E_{PP} = m g y$ suppose un axe vertical orienté vers le haut et une référence choisie en $y = 0$, ce qui est le cas ici.

2.2 Calculer la valeur de l'énergie cinétique E_C à la date $t = 0$ s.

Données utiles $m = 126$ g ; $v_0 = 36{,}2$ m · s^{-1}

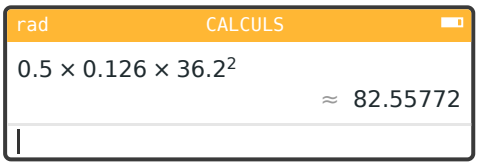
À $t = 0$ s, la vitesse de la balle est v_0 : $E_C(0) = \frac{1}{2} m v_0^2$, avec $m = 126$ g $= 0{,}126$ kg.

$$E_C(0) = \frac{1}{2} \times 0{,}126 \times 36{,}2^2 = 82{,}6 \text{ J}$$

$$\boxed{E_C(0) = 82{,}6 \text{ J}}$$

PIÈGE
Laisser la masse en grammes donne $8{,}26 \times 10^4$ J, mille fois trop. Dans les formules d'énergie, la masse est en kilogramme.

À LA CALCULATRICE



2.3 En explicitant le raisonnement, identifier la forme d'énergie représentée par chacune des courbes de la figure 2.

Données utiles $E_C(0) = 82{,}6$ J (2.2)

Courbe 1 : elle reste constante, à 85 J. En chute libre, le poids est la seule force et il est conservatif : l'énergie mécanique se conserve. La courbe 1 représente E_m.

Courbe 2 : elle part d'environ 83 J, valeur de $E_C(0)$ calculée en 2.2. Elle diminue tant que la balle monte, car la vitesse diminue, puis remonte légèrement à la fin. La courbe 2 représente E_C.

Courbe 3 : elle augmente puis diminue un peu, comme l'altitude y de la balle qui monte puis redescend ; or $E_{PP} = m g y$ est proportionnelle à y. La courbe 3 représente E_{PP}.

Courbe 1 : E_m ; courbe 2 : E_C ; courbe 3 : E_{PP}.

MÉTHODE
Pour vérifier une attribution, additionner les lectures à une même date : à $t = 0$ s, $83 + 2{,}5 \approx 85$ J. La somme des courbes 2 et 3 redonne bien la courbe 1.

2.4 À l'aide de la figure 2, évaluer la hauteur H de la balle lorsqu'elle touche le mur au point F.

Données utiles $t_F = 1{,}0$ s (1.3) ; $m = 0{,}126$ kg ; $g = 9{,}81$ m · s^{-2}

La balle touche le mur à $t_F = 1{,}0$ s. À cette date, on lit sur la courbe 3 : $E_{PP}(t_F) \approx 6{,}0$ J.

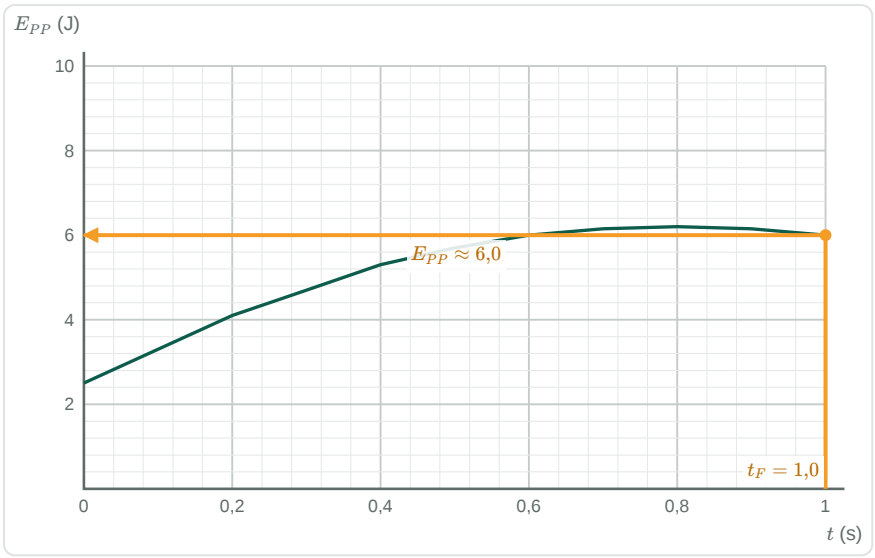
Or $E_{PP}(t_F) = m g H$, donc $H = \frac{E_{PP}(t_F)}{m g}$

$$H = \frac{6{,}0}{0{,}126 \times 9{,}81} = 4{,}9 \text{ m}$$

$$\boxed{H \approx 4{,}9 \text{ m}}$$

PIÈGE
Lire la courbe à son maximum, vers $0{,}8$ s : c'est le sommet de la trajectoire, pas le point F. La lecture se fait à $t_F = 1{,}0$ s, même si l'écart est faible ici.

COMPRENDRE
Une graduation vaut 2 J : la lecture est incertaine à quelques dixièmes de joule, donc H à une vingtaine de centimètres. Le résultat s'accorde avec le terme constant $4{,}9$ de $y(t)$ en partie 3.



2.4 · Courbe 3 de la figure 2 (échelle verticale agrandie), avec la lecture à la date du choc

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{6.0}{0.126 \times 9.81} \approx 4.854133$$

3.1 Évaluer la valeur de la vitesse v_F à partir des équations horaires de la balle, puis la comparer à la valeur donnée.

Données utiles $x(t) = -34{,}9\,t$; $y(t) = -4{,}9\,t^2 - 2{,}4\,t + 4{,}9$; valeur donnée : $v_F = 35\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

Les coordonnées de la vitesse sont les dérivées des équations horaires :

$$v_x(t) = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -34{,}9 \qquad v_y(t) = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -9{,}8\,t - 2{,}4$$

Le rebond a lieu à $t = 0$ s : $v_x(0) = -34{,}9\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $v_y(0) = -2{,}4\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

$$v_F = \sqrt{v_x(0)^2 + v_y(0)^2} = \sqrt{(-34{,}9)^2 + (-2{,}4)^2} = 35{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$v_F = 35{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$: accord avec la valeur de $35\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ de l'énoncé.

PIÈGE

Prendre $v_F = 34{,}9\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ en ne gardant que v_x. La valeur de la vitesse est la norme du vecteur : il faut les deux coordonnées.

COMPRENDRE

Les deux coordonnées sont négatives : après le rebond, la balle repart vers les x décroissants, c'est-à-dire vers le joueur, et légèrement vers le bas.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\sqrt{(-34.9)^2 + (-2.4)^2} \approx 34.98242$$

3.2 Interpréter la valeur du coefficient du terme en t^2 dans l'expression de $y(t)$ et préciser son unité.

Données utiles $g = 9{,}81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

En chute libre, $a_y = -g$. Deux primitives successives donnent $y(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + v_{0y}\,t + y_0$.

Le coefficient de t^2 est donc $-\frac{g}{2} = -\frac{9{,}81}{2} = -4{,}9\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Unité : y est en mètre et t^2 en s^2, le coefficient s'exprime en $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, comme une accélération.

Le coefficient $-4{,}9$ est égal à $-\frac{g}{2}$; il s'exprime en $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

MÉTHODE

Pour trouver l'unité d'un coefficient, écrire que chaque terme d'une somme a l'unité du membre de gauche : ici $[\text{coefficient}] \times \text{s}^2 = \text{m}$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{-9.81}{2} \approx -4.905$$

3.3 Le service effectué est-il réussi ?

Données utiles trajectoire : $y = -4{,}0 \times 10^{-3}\,x^2 + 6{,}9 \times 10^{-2}\,x + 4{,}9$; ligne 4 : $x = -16$ m ; ligne 7 : $x = -28$ m

La balle touche le sol lorsque $y = 0$: $-4{,}0 \times 10^{-3}\,x^2 + 6{,}9 \times 10^{-2}\,x + 4{,}9 = 0$.

Discriminant : $\Delta = (6{,}9 \times 10^{-2})^2 - 4 \times (-4{,}0 \times 10^{-3}) \times 4{,}9 = 8{,}3 \times 10^{-2}$

$$x_1 = \frac{-6{,}9 \times 10^{-2} + \sqrt{\Delta}}{2 \times (-4{,}0 \times 10^{-3})} = -27 \text{ m} \qquad x_2 = \frac{-6{,}9 \times 10^{-2} - \sqrt{\Delta}}{2 \times (-4{,}0 \times 10^{-3})} = 45 \text{ m}$$

Après le rebond, la balle se déplace vers les x négatifs : seule $x_1 = -27$ m convient.

Le service est réussi si la balle retombe entre la ligne 4 et la ligne 7, soit $-28 \text{ m} \leqslant x \leqslant -16 \text{ m}$.

$x_1 = -27$ m est compris entre -28 m et -16 m : le service est réussi.

PIÈGE
Se tromper de signe dans Δ : a est négatif, donc $-4ac$ est positif. S'arrêter à $x = -27$ m sans le comparer aux deux lignes ne répond pas à la question.

COMPRENDRE
La balle retombe à 27 m du mur, soit 1 m seulement avant la ligne 7 : le service est réussi de peu, avec des coefficients connus à deux chiffres significatifs.

À LA CALCULATRICE

