Puissance rayonnée par la Lune

Bac 2021 Métropole Septembre Sujet 1 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

1.1 Énoncer la condition sur les positions du foyer image de l'objectif et du foyer objet de l'oculaire pour que la lunette soit afocale.

Une lunette afocale forme, d'un objet situé à l'infini, une image finale elle aussi à l'infini.

Le foyer image F_1' de l'objectif et le foyer objet F_2 de l'oculaire sont confondus : $F_1' = F_2$.

COMPRENDRE
L'objectif forme l'image intermédiaire dans son plan focal image. Pour que l'oculaire la renvoie à l'infini, elle doit se trouver dans son plan focal objet : les deux plans coïncident.

1.2 Préciser sur le schéma de la lunette afocale, en annexe, la position du capteur de température.

Le capteur est fixé au foyer image de l'objectif. Ce point F_1' est le symétrique de F_1 par rapport à O_1 : on reporte la distance O_1F_1 de l'autre côté de l'objectif, sur l'axe optique.

Le capteur est placé en F_1' (confondu avec F_2), centré sur l'axe optique : voir l'annexe complétée à la question 1.3.

PIÈGE
Placer le capteur en F_1, seul foyer déjà marqué sur l'annexe : c'est le foyer objet, situé avant l'objectif. La lumière converge après la lentille.

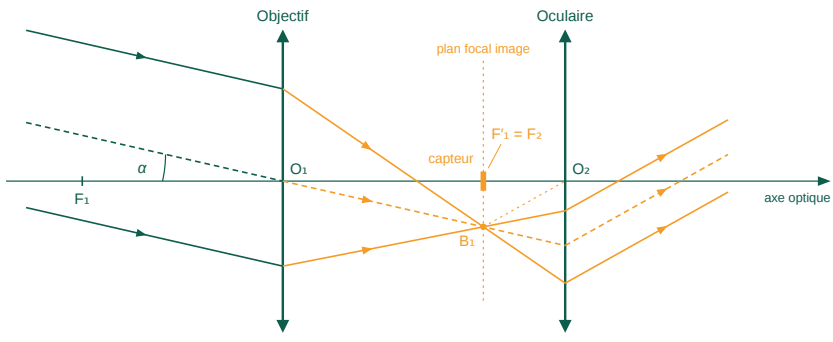
1.3 Représenter sur ce même schéma le faisceau émergent issu d'une région d'un astre lointain, incliné d'un angle α par rapport à l'axe optique et traversant la lunette afocale.

- Le rayon en pointillés passe par le centre optique O_1 : il n'est pas dévié. Il coupe le plan focal image de l'objectif au point B_1.
- Les deux autres rayons incidents lui sont parallèles : après l'objectif, ils convergent en B_1, puis se prolongent jusqu'à l'oculaire.
- B_1 est dans le plan focal objet de l'oculaire : les rayons qui en sont issus ressortent tous parallèles à la droite (B_1O_2), tracée en pointillés fins.

Le faisceau émergent est un faisceau de rayons parallèles entre eux, de direction (B_1O_2).

PIÈGE
Faire sortir les rayons de l'oculaire parallèlement à l'axe optique ou parallèlement aux rayons incidents. Le faisceau émergent est plus incliné que le faisceau incident et repart de l'autre côté de l'axe.

MÉTHODE
Faisceau parallèle incliné sur une lentille : le rayon passant par le centre optique donne le point de convergence dans le plan focal image. Point du plan focal objet : la droite passant par le centre optique donne la direction de sortie.



1.3 · Annexe complétée : capteur centré sur F_1', faisceau émergent parallèle à (B_1O_2) (tracés de l'élève en orange)

1.4 L'axe de la lunette est pointé sur le centre de la « Mer » de la Tranquillité. Déterminer si la taille de l'image intermédiaire permet une mesure optimale.

Données utiles $2\alpha = 2{,}3 \times 10^{-3}$ rad ; $f'_1 = 101$ cm ; capteur carré de côté $0{,}8$ mm

L'image intermédiaire se forme dans le plan focal image de l'objectif. Le bord de la « Mer » est vu sous l'angle α depuis l'axe : son image B_1 est à la distance F'_1B_1 de l'axe, avec, dans le triangle $O_1F'_1B_1$ rectangle en F'_1 :

$$\tan\alpha = \frac{F'_1B_1}{f'_1}$$

L'angle est petit et exprimé en radians : $\tan\alpha \approx \alpha$. Le diamètre de l'image vaut donc

$$D = 2\,F'_1B_1 = 2\alpha \times f'_1 = 2{,}3 \times 10^{-3} \times 101 = 0{,}23\ \text{cm} = 2{,}3\ \text{mm}$$

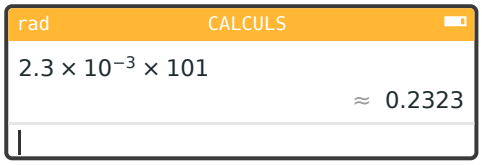
$2{,}3\ \text{mm} > 0{,}8\ \text{mm}$: l'image, centrée sur le capteur, le recouvre entièrement.

$D = 2{,}3$ mm, supérieur au côté du capteur ($0{,}8$ mm) : la mesure est optimale.

PIÈGE
Utiliser $2{,}3 \times 10^{-3}$ rad comme valeur de α : c'est 2α, l'angle sous lequel on voit toute la région. On obtiendrait une image de $4{,}6$ mm.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme 2α. Même la diagonale du carré, $0{,}8\sqrt{2} \approx 1{,}1$ mm, est inférieure à D : les coins du capteur sont éclairés eux aussi.

À LA CALCULATRICE



2.1 La puissance thermique échangée avec le milieu extérieur par le système s'écrit $P_{th} = \dfrac{T_0 - T}{R_{th}}$. Commenter le signe de cette puissance.

Éclairé par le Soleil, le capteur s'échauffe : pour $t > 0$, $T > T_0$, donc $T_0 - T < 0$. La résistance thermique R_{th} est positive.

$P_{th} < 0$: le capteur (système) cède de l'énergie au milieu extérieur, plus froid que lui.

COMPRENDRE
Convention : une grandeur échangée est comptée positivement si le système la reçoit, négativement s'il la cède. Le transfert thermique va spontanément du corps chaud vers le corps froid.

2.2 Exprimer la variation d'énergie interne ΔU du capteur en fonction de sa capacité thermique et de la variation ΔT de sa température pendant la durée Δt.

Le capteur est un système incompressible de capacité thermique C :

$$\Delta U = C\,\Delta T$$

2.3 Relier la variation d'énergie interne ΔU du capteur à la puissance thermique P_{th} et à la puissance lumineuse reçue P_{lum} pendant une durée Δt.

Système {capteur}, au repos, sans échange de travail. Pendant Δt, il reçoit par rayonnement l'énergie $Q_{lum} = P_{lum}\,\Delta t$ et échange avec le milieu extérieur $Q_{th} = P_{th}\,\Delta t$.

Premier principe : $\Delta U = Q_{lum} + Q_{th}$

$$\Delta U = (P_{lum} + P_{th})\,\Delta t$$

PIÈGE
Écrire $P_{lum} - P_{th}$: la puissance P_{th} est algébrique, son signe négatif est déjà contenu dans son expression. On additionne toujours les grandeurs algébriques.

2.4 En déduire, pour des durées Δt tendant vers 0, l'équation différentielle vérifiée par la température $T(t)$ du capteur.

On égale les deux expressions de ΔU (questions 2.2 et 2.3) :
$C\,\Delta T = (P_{th} + P_{lum})\,\Delta t$, soit

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{P_{th}}{C} + \frac{P_{lum}}{C}$$

Quand Δt tend vers 0, $\dfrac{\Delta T}{\Delta t}$ tend vers $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}$. Avec $P_{th} = \dfrac{T_0 - T}{R_{th}}$:

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = \frac{T_0}{R_{th}\,C} - \frac{T}{R_{th}\,C} + \frac{P_{lum}}{C}$$

$\boxed{\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} + \dfrac{T(t)}{R_{th}\,C} = \dfrac{T_0}{R_{th}\,C} + \dfrac{P_{lum}}{C}}$: c'est l'équation attendue.

COMPRENDRE
L'équation est de la forme $y' + \dfrac{y}{\tau} = \text{constante}$, avec $\tau = R_{th}\,C$: la température tend vers sa valeur finale avec ce temps caractéristique.

MÉTHODE
Bilan thermique : 1) $\Delta U = C\,\Delta T$; 2) premier principe avec les puissances ; 3) diviser par Δt et passer à la limite ; 4) regrouper les termes en T à gauche.

2.5 Retrouver, à partir de l'équation différentielle de la question 2.4, l'expression $P_{lum} = \dfrac{T_\infty - T_0}{R_{th}}$, où T_∞ est la température finale du capteur.

Une fois le régime permanent atteint, la température ne varie plus :
$T = T_\infty$ et $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = 0$. L'équation différentielle devient

$$\frac{T_\infty}{R_{th}\,C} = \frac{T_0}{R_{th}\,C} + \frac{P_{lum}}{C}$$

On multiplie par C : $\dfrac{T_\infty}{R_{th}} = \dfrac{T_0}{R_{th}} + P_{lum}$.

$\boxed{P_{lum} = \dfrac{T_\infty - T_0}{R_{th}}}$

COMPRENDRE
En régime permanent, $P_{lum} + P_{th} = 0$: le capteur cède au milieu extérieur exactement ce qu'il reçoit par rayonnement. Sa capacité thermique C ne joue plus aucun rôle.

3 Évaluer la puissance surfacique φ_{lune} au niveau du sol terrestre, puis la comparer à la valeur moyenne lors d'une pleine Lune.

Données utiles $T_\infty - T_0 = 4{,}2 \times 10^{-2}$ K ; $R_{th} = 3 \times 10^4$ K · W^{-1} ; $S = 5{,}0 \times 10^{-7}$ m^2 ; amplification par la lunette : 500 ; valeur moyenne : 5 mW · m^{-2}

Puissance reçue par le capteur. La température est stabilisée, on applique la relation de la question 2.5 :

$$P_{lum} = \frac{T_\infty - T_0}{R_{th}} = \frac{4{,}2 \times 10^{-2}}{3 \times 10^4} = 1{,}4 \times 10^{-6} \text{ W}$$

Puissance sans la lunette. La lunette multiplie par 500 la puissance reçue : sans elle, la surface S recevrait $\frac{P_{lum}}{500}$.

Puissance surfacique au sol. C'est la puissance reçue par unité de surface :

$$\varphi_{lune} = \frac{P_{lum}}{500 \times S} = \frac{1{,}4 \times 10^{-6}}{500 \times 5{,}0 \times 10^{-7}} = 5{,}6 \times 10^{-3} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

R_{th} n'est connue qu'avec un chiffre significatif : $\varphi_{lune} \approx 6 \times 10^{-3}$ W · m^{-2}.

Comparaison. La valeur moyenne est $5 \text{ mW} \cdot \text{m}^{-2} = 5 \times 10^{-3}$ W · m^{-2} : même ordre de grandeur, avec un écart relatif $\frac{5{,}6 - 5}{5} = 12\ \%$.

$\varphi_{lune} \approx 6 \times 10^{-3}$ W · m^{-2} = 6 mW · m^{-2}, en accord avec la valeur moyenne de 5 mW · m^{-2}.

PIÈGE
Oublier le facteur 500 : on trouverait $2{,}8$ W · m^{-2}, soit 500 fois trop. Le capteur mesure la puissance concentrée par la lunette, pas celle qui arrive directement au sol.

COMPRENDRE
Avec une donnée à un seul chiffre significatif, l'écart de 12 % n'est pas significatif : la mesure est compatible avec la valeur moyenne.

MÉTHODE
Question ouverte : partir de la grandeur cherchée ($\varphi = P/S$), remonter aux grandeurs mesurées ($T_\infty - T_0$), annoncer chaque étape par une phrase, finir par une comparaison chiffrée.

À LA CALCULATRICE

