Mesures d'épaisseur

Bac 2021 Métropole Juin Sujet 2 · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 55 min**

1.1 Sur l'annexe, construire l'image intermédiaire A_1B_1 de l'objet AB à travers l'objectif, puis l'image définitive A_2B_2 de A_1B_1 à travers l'oculaire.

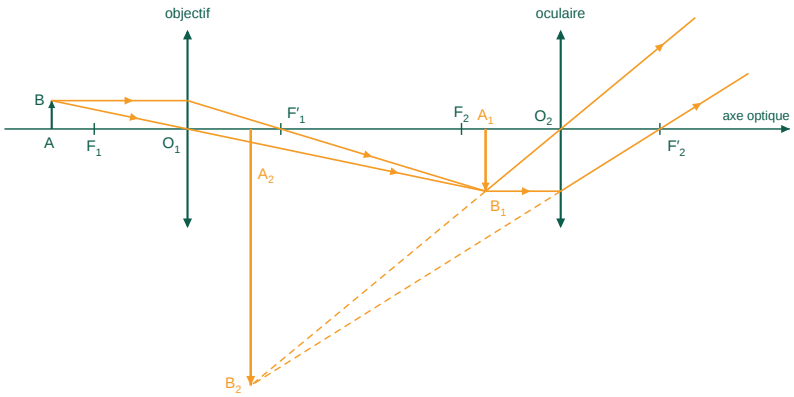
Objectif. Deux rayons issus de B : celui qui passe par O_1 n'est pas dévié ; celui qui arrive parallèle à l'axe optique ressort en passant par F_1'. Ils se coupent en B_1 ; A_1 est sur l'axe, à la verticale de B_1.

Oculaire. A_1B_1 sert d'objet. Deux rayons issus de B_1 : celui qui passe par O_2 n'est pas dévié ; celui qui arrive parallèle à l'axe ressort en passant par F_2'. Ces rayons s'écartent après l'oculaire : on les prolonge vers l'arrière, en pointillés, jusqu'à leur intersection B_2 ; A_2 est sur l'axe.

Voir l'annexe complétée : A_1B_1 se forme entre F_2 et O_2, A_2B_2 se trouve du côté de l'objectif, sous l'axe.

PIÈGE
Les rayons qui sortent de l'oculaire ne se coupent pas à droite. Chercher l'image de ce côté fait perdre la construction : ce sont leurs prolongements, à gauche, qui se coupent.

MÉTHODE
Deux rayons suffisent pour chaque lentille : celui passant par le centre optique (non dévié) et celui parallèle à l'axe (il ressort par le foyer image). On flèche les rayons ; les prolongements se tracent en pointillés.



1.1 · Annexe complétée : en orange, les rayons, l'image intermédiaire A_1B_1 et l'image définitive A_2B_2 (prolongements en pointillés)

1.2 Donner les caractéristiques de l'image définitive A_2B_2.

- A_2B_2 est obtenue à l'intersection des prolongements des rayons, en avant de l'oculaire : elle ne peut pas être recueillie sur un écran.
- Elle est de sens contraire à l'objet AB.
- Elle est plus grande que l'objet AB.

L'image définitive A_2B_2 est **virtuelle**, **renversée** par rapport à AB et **agrandie**.

COMPRENDRE
A_2B_2 est droite par rapport à A_1B_1 (l'oculaire agit comme une loupe), mais A_1B_1 est déjà renversée par l'objectif : c'est par rapport à l'objet AB que l'on conclut.

1.3 Pour une observation sans accommodation, l'image définitive A_2B_2 doit se situer à l'infini. Indiquer où doit se former l'image intermédiaire A_1B_1.

Une lentille convergente donne une image à l'infini d'un objet placé dans son plan focal objet : les rayons issus d'un point de ce plan ressortent parallèles entre eux.

A_1B_1 doit se former dans le plan focal objet de l'oculaire : A_1 est confondu avec F_2.

PIÈGE
Confondre F_2 (foyer objet de l'oculaire) et F_1' (foyer image de l'objectif) : l'image A_1B_1 d'un objet proche ne se forme pas en F_1'.

1.4 Déterminer la valeur de l'épaisseur e du film plastique sachant que le déplacement d de la vis micrométrique entre les deux mises au point vaut $\frac{e}{n}$. Commenter le résultat.

Données utiles $n = 1{,}49$; 10 graduations de la vis correspondent à 20 µm ; d'après les fabricants, e est compris entre 50 µm et 120 µm

Lecture de la figure 3 : le repère est en face de la graduation 128 pour le 1er trait et de la graduation 150 pour le 2e trait, soit $150 - 128 = 22$ graduations.

Par proportionnalité : $d = \dfrac{22 \times 20}{10} = 44\ \mu\text{m}$.

Comme $d = \dfrac{e}{n}$: $\quad e = n \times d = 1{,}49 \times 44 = 66\ \mu\text{m}$

Cette valeur est comprise entre 50 µm et 120 µm : elle est conforme aux épaisseurs annoncées par les fabricants.

$e = 66\ \mu\text{m}$, dans l'intervalle 50 µm – 120 µm.

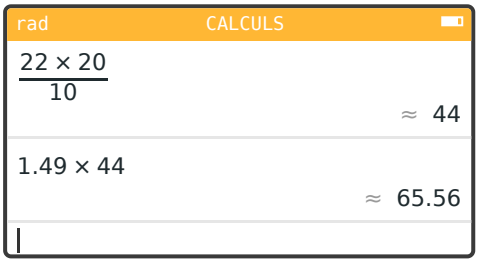
PIÈGE

Écrire $e = \dfrac{d}{n}$, ou prendre $d = 44$ µm pour l'épaisseur. Le film, d'indice n, fait paraître le second trait plus proche : l'épaisseur réelle est plus grande que d.

COMPRENDRE

Deux chiffres significatifs, comme d. Une graduation vaut 2 µm : une erreur de lecture d'une graduation change e d'environ 3 µm.

À LA CALCULATRICE



2.1 Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C aux bornes du condensateur pour $t \geq 0$.

Pour $t \geq 0$, l'interrupteur est fermé. On note i l'intensité du courant, orientée vers l'armature de charge $+q$, et u_R la tension aux bornes du conducteur ohmique en convention récepteur.

Loi des mailles : $E = u_R + u_C$

Loi d'Ohm : $u_R = R\,i$

Condensateur : $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ et $q = C\,u_C$ avec C constante, donc $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$.

En reportant dans la loi des mailles :

$$R\,C\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = E$$

MÉTHODE

Circuit RC : 1) loi des mailles ; 2) loi d'Ohm ; 3) $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$; 4) on remplace pour ne garder que u_C.

2.2 La solution générale de l'équation différentielle est $u_C(t) = A\,\mathrm{e}^{-t/\tau} + B$. Déterminer l'expression des constantes A, B et τ en fonction de E, R et C.

On dérive : $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{A}{\tau}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$, puis on reporte dans l'équation différentielle :

$$-\frac{RCA}{\tau}\,\mathrm{e}^{-t/\tau} + A\,\mathrm{e}^{-t/\tau} + B = E \quad \text{soit} \quad A\left(1 - \frac{RC}{\tau}\right)\mathrm{e}^{-t/\tau} + B = E$$

Cette égalité doit être vraie à chaque instant, ce qui impose $1 - \dfrac{RC}{\tau} = 0$ et $B = E$.

Condition initiale : le condensateur est déchargé, $u_C(0) = 0$, soit $A + B = 0$, donc $A = -B$.

$$\boxed{\tau = RC\ ; \quad B = E\ ; \quad A = -E, \text{ d'où } u_C(t) = E\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right)}$$

PIÈGE
Oublier le signe : $A = -E$, et non E. Vérification rapide : à $t = 0$, $u_C = -E + E = 0$.

MÉTHODE
L'équation différentielle fixe τ et B ; seule la condition initiale donne A. On peut aussi trouver B par le régime permanent : quand $t \to \infty$, $u_C \to B$ et le condensateur chargé a pour tension E.

2.3 Déterminer la valeur de la constante B et la valeur du temps caractéristique τ à l'aide de la figure 6 en expliquant la démarche suivie.

Données utiles $B = E$ et $u_C(t) = E\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right)$ (2.2)

Constante B. Quand t devient grand, $\mathrm{e}^{-t/\tau}$ tend vers 0 et u_C tend vers B. La courbe présente une asymptote horizontale d'ordonnée 6,0 V : $B = E = 6{,}0$ V.

Temps caractéristique. À la date $t = \tau$: $u_C(\tau) = E\left(1 - \mathrm{e}^{-1}\right) = 0{,}63\,E = 0{,}63 \times 6{,}0 = 3{,}8$ V.

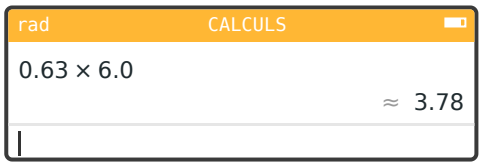
On repère sur la courbe le point d'ordonnée 3,8 V et on lit son abscisse : $\tau = 0{,}6 \times 10^{-4}$ s.

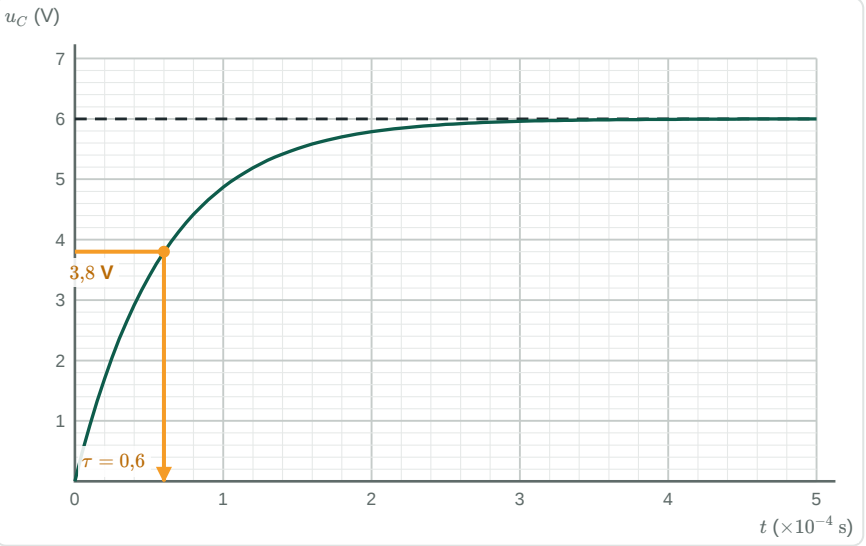
$$\boxed{B = 6{,}0 \text{ V et } \tau = 6 \times 10^{-5} \text{ s}}$$

PIÈGE
Lire τ là où la courbe atteint son palier (vers 3×10^{-4} s) : cette date vaut environ 5τ. Attention aussi à l'échelle : une petite division vaut $0{,}2 \times 10^{-4}$ s.

MÉTHODE
Autre lecture possible : la tangente à l'origine coupe l'asymptote $u_C = E$ à la date $t = \tau$. La méthode des 63 % est plus précise sur une courbe expérimentale.

À LA CALCULATRICE





2.3 · Figure 6 du sujet, avec les deux lectures : asymptote et point d'ordonnée $0{,}63\,E$

2.4 Déterminer la valeur de la capacité C du condensateur réalisé.

Données utiles $\tau = 6 \times 10^{-5}$ s (2.3) ; $R = 1{,}00 \times 10^{4}\ \Omega$

$\tau = RC$ donc $C = \dfrac{\tau}{R}$

$$C = \frac{6 \times 10^{-5}}{1{,}00 \times 10^{4}} = 6 \times 10^{-9}\ \text{F}$$

$C = 6 \times 10^{-9}\ \text{F} = 6\ \text{nF}$

COMPRENDRE
Un seul chiffre significatif : la lecture graphique de τ limite la précision, même si R est connue avec trois chiffres.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{6 \times 10^{-5}}{1.00 \times 10^{4}} \approx 6 \times 10^{-9}$

2.5 En déduire la valeur de l'épaisseur du film plastique utilisé pour fabriquer la pochette. Commenter le résultat.

Données utiles $C = 1{,}95 \times 10^{-11} \times \dfrac{S}{2e}$; feuilles de 20 cm × 20 cm ; $C = 6 \times 10^{-9}$ F (2.4) ; $e = 66\ \mu\text{m}$ au microscope (1.4)

Surface d'une armature : $S = 0{,}20 \times 0{,}20 = 4{,}0 \times 10^{-2}\ \text{m}^2$.

$C = 1{,}95 \times 10^{-11} \times \dfrac{S}{2e}$ donc $e = \dfrac{1{,}95 \times 10^{-11} \times S}{2\,C}$

$$e = \frac{1{,}95 \times 10^{-11} \times 4{,}0 \times 10^{-2}}{2 \times 6 \times 10^{-9}} = 6{,}5 \times 10^{-5}\ \text{m}$$

Les deux méthodes donnent des valeurs très proches (65 µm et 66 µm), toutes deux dans l'intervalle 50 µm – 120 µm annoncé : la mesure capacitive confirme la mesure optique.

$e = 6{,}5 \times 10^{-5}\ \text{m} = 65\ \mu\text{m}$, en accord avec la mesure au microscope (66 µm).

PIÈGE
Laisser la surface en cm^2 ($400\ \text{cm}^2 = 4{,}0 \times 10^{-2}\ \text{m}^2$), ou oublier le facteur 2 : le condensateur contient deux films, l'épaisseur entre les armatures est $2e$.

COMPRENDRE
Avec τ lu à un chiffre significatif, e n'est connue qu'à environ 10 % près. L'accord à 1 µm est donc en partie fortuit ; ce qui compte, c'est que les deux résultats soient compatibles.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{1.95 \times 10^{-11} \times 0.20^{2}}{2 \times 6 \times 10^{-9}} \approx 6.5 \times 10^{-5}$