Quelle taille pour les mailles d'un tamis ?

Bac 2021 Métropole Mars Sujet 2 · Exercice 4 **5 points** **Durée conseillée 55 min**

1.1 Nommer le phénomène responsable des taches lumineuses observées sur l'écran. Discuter qualitativement de l'influence de la largeur de la fente et de la longueur d'onde sur ce phénomène.

La lumière s'étale après la fente, perpendiculairement à celle-ci : c'est la **diffraction**.

L'étalement est mesuré par l'angle $\theta = \dfrac{\lambda}{a}$:

- à longueur d'onde fixée, plus la fente est étroite, plus θ est grand et plus la tache centrale est large ;
- à largeur de fente fixée, plus la longueur d'onde est grande, plus θ est grand et plus la tache centrale est large.

Diffraction, d'autant plus marquée que a est petite et que λ est grande.

PIÈGE
Croire qu'une fente plus large donne une tache plus large : c'est l'inverse. Si on resserre la fente, la lumière s'étale davantage.

1.2 Déterminer l'expression de l'angle θ en fonction de L et de D, puis en déduire l'expression de λ en fonction de L, a et D.

Données utiles $\theta = \dfrac{\lambda}{a}$; $\tan\theta \approx \theta$ pour les petits angles

Dans le triangle rectangle de la figure 1, le côté opposé à θ mesure $\dfrac{L}{2}$ et le côté adjacent mesure D :

$$\tan\theta = \frac{L/2}{D} = \frac{L}{2D}$$

L'angle étant petit, $\tan\theta \approx \theta$, donc $\theta = \dfrac{L}{2D}$.

En égalant les deux expressions de θ : $\dfrac{\lambda}{a} = \dfrac{L}{2D}$.

$$\theta = \frac{L}{2D} \text{ et } \lambda = \frac{a\,L}{2D}$$

PIÈGE
Oublier le facteur 2. L'angle θ repère la première extinction depuis le centre : il correspond à la demi-largeur $\dfrac{L}{2}$ de la tache centrale, pas à L.

1.3 Déterminer la longueur d'onde de la diode laser en exploitant la figure 3, puis la comparer à la valeur indiquée par le constructeur.

Données utiles $a = 80\ \mu\text{m}$; $D = 56\ \text{cm}$; $\lambda = \dfrac{a\,L}{2D}$ (1.2) ; constructeur : $\lambda = (650 \pm 10)\ \text{nm}$

La tache centrale est limitée par les deux premiers minimums d'intensité, lus en $x = 9{,}0\ \text{mm}$ et $x = 18{,}0\ \text{mm}$:

$L = 18{,}0 - 9{,}0 = 9{,}0\ \text{mm}$

$$\lambda = \frac{a\,L}{2D} = \frac{80 \times 10^{-6} \times 9{,}0 \times 10^{-3}}{2 \times 56 \times 10^{-2}} = 6{,}4 \times 10^{-7}\ \text{m}$$

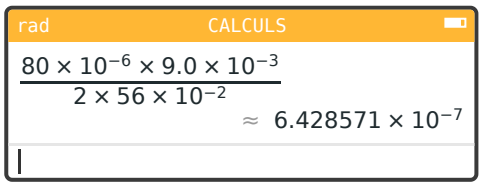
Le constructeur annonce une valeur comprise entre $640\ \text{nm}$ et $660\ \text{nm}$: la valeur mesurée appartient à cet intervalle.

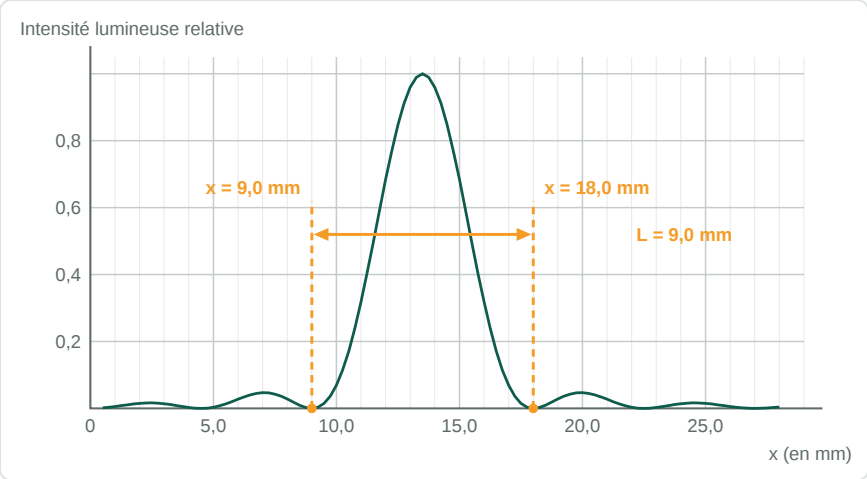
$\lambda = 6{,}4 \times 10^{-7}\ \text{m} = 6{,}4 \times 10^{2}\ \text{nm}$, compatible avec $(650 \pm 10)\ \text{nm}$.

PIÈGE
Mesurer la largeur à mi-hauteur du pic, ou laisser L en mm, a en µm et D en cm : tout se convertit en mètres.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme a, D et L. Écrire 643 nm afficherait une précision que les données n'ont pas.

À LA CALCULATRICE





1.3 · Allure de la figure 3 : la tache centrale s'étend entre les deux premiers minimums d'intensité

2.1 Expliquer brièvement, sans calcul, l'origine des zones sombres et des zones brillantes dans une figure d'interférences lumineuses.

Les trous du tamis, éclairés par le même laser, se comportent comme des sources de lumière cohérentes. Les ondes qu'ils émettent se superposent sur l'écran.

- Là où elles arrivent en phase, elles s'ajoutent : les interférences sont constructives, la zone est brillante.
- Là où elles arrivent en opposition de phase, elles s'annulent : les interférences sont destructives, la zone est sombre.

Zones brillantes : interférences constructives. Zones sombres : interférences destructives.

COMPRENDRE
Le maillage est carré : il est périodique dans deux directions, d'où un quadrillage de taches sur l'écran. L'étude se limite à l'axe horizontal de la figure 7.

2.2 Évaluer l'interfrange i en explicitant la méthode qui donne la meilleure précision, puis évaluer l'incertitude-type $u(i)$.

Données utiles figure 7 à l'échelle 1/1

On mesure à la règle la plus grande distance possible : entre les centres des deux taches extrêmes de l'axe, il y a 5 taches, donc 4 interfranges.

$4\,i = 5{,}9$ cm, donc $i = \dfrac{5{,}9}{4} = 1{,}5$ cm

Les taches sont larges : le centre de chacune est repéré à environ 1 mm près, soit une incertitude de l'ordre de $0{,}2$ cm sur la distance $4\,i$. Elle se divise aussi par 4 :

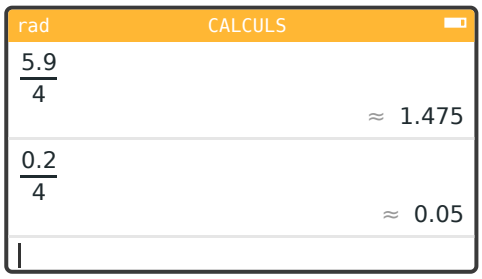
$u(i) = \dfrac{0{,}2}{4} = 0{,}05$ cm

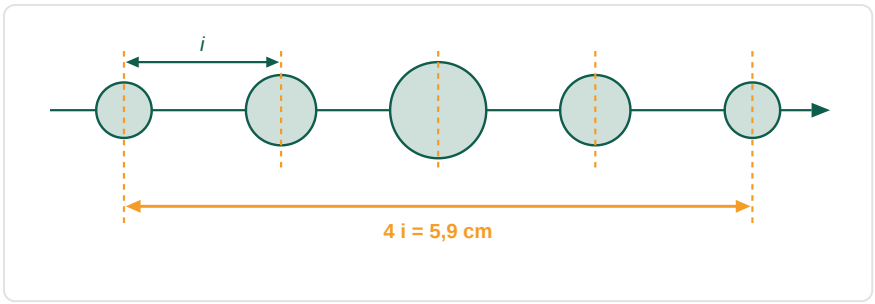
$i = 1{,}5$ cm et $u(i) = 0{,}05$ cm

COMPRENDRE
L'estimation de $u(i)$ dépend du soin du pointage : toute valeur justifiée entre $0{,}03$ et $0{,}1$ cm est recevable.

MÉTHODE
Mesurer N interfranges puis diviser par N : l'incertitude de pointage est elle aussi divisée par N. Même idée pour une période sur un oscillogramme.

À LA CALCULATRICE





2.2 · Figure 7 : cinq taches alignées sur l'axe, soit quatre interfranges entre les centres des taches extrêmes

2.3 Calculer b puis évaluer $u(b)$.

Données utiles $\lambda = (650 \pm 10)$ nm ; $D = (7{,}75 \pm 0{,}03)$ m ; $i = 1{,}5$ cm et $u(i) = 0{,}05$ cm (2.2)

De $i = \dfrac{\lambda D}{b}$ on tire $b = \dfrac{\lambda D}{i}$:

$$b = \frac{650 \times 10^{-9} \times 7{,}75}{1{,}5 \times 10^{-2}} = 3{,}36 \times 10^{-4} \text{ m}$$

Incertitude-type :

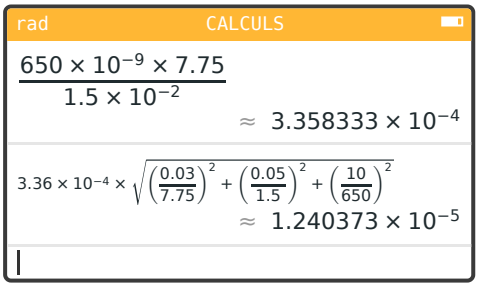
$$u(b) = b\sqrt{\left(\frac{u(D)}{D}\right)^2 + \left(\frac{u(i)}{i}\right)^2 + \left(\frac{u(\lambda)}{\lambda}\right)^2}$$

$$u(b) = 3{,}36 \times 10^{-4} \times \sqrt{\left(\frac{0{,}03}{7{,}75}\right)^2 + \left(\frac{0{,}05}{1{,}5}\right)^2 + \left(\frac{10}{650}\right)^2} = 1{,}2 \times 10^{-5} \text{ m}$$

On garde un seul chiffre significatif pour l'incertitude, arrondie par excès : $u(b) = 2 \times 10^{-5}$ m. La valeur de b s'arrête au même rang.

$b = (3{,}4 \pm 0{,}2) \times 10^{-4}$ m, soit $b = (340 \pm 20)$ μm

À LA CALCULATRICE



PIÈGE

Mélanger les unités dans un même rapport. Chaque quotient $\dfrac{u(x)}{x}$ est sans unité si numérateur et dénominateur ont la même unité : nm avec nm, cm avec cm.

COMPRENDRE

Le terme en i domine : $\dfrac{u(i)}{i} \approx 3{,}3$ %, contre $1{,}5$ % pour λ et $0{,}4$ % pour D. Pour améliorer la mesure, c'est le pointage de l'interfrange qu'il faut soigner.

2.4 Indiquer si le tamis étudié permet de récupérer les artémies voulues. Justifier.

Données utiles $b = (340 \pm 20)\ \mu\text{m}$ (2.3) ; largeur du fil : $230\ \mu\text{m}$; artémies à retenir : taille supérieure à $150\ \mu\text{m}$

La distance b entre les centres de deux trous voisins est la somme de la largeur d'un trou et de la largeur d'un fil :

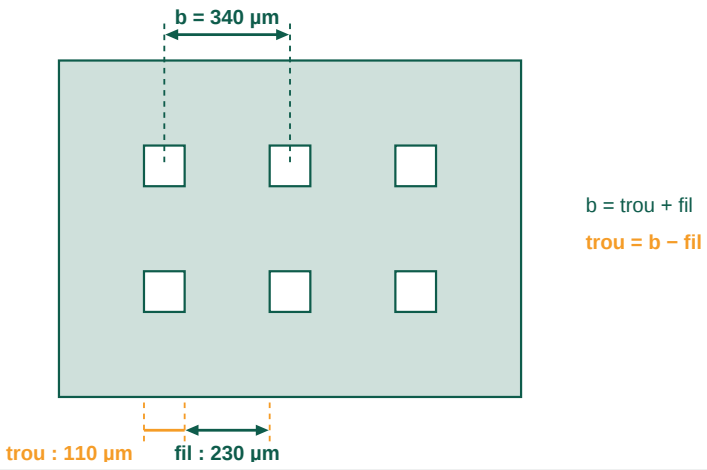
$$\text{trou} = b - \text{fil} = 340 - 230 = 110\ \mu\text{m}$$

Même avec la plus grande valeur de b compatible avec la mesure, $360\ \mu\text{m}$, le trou mesure $360 - 230 = 130\ \mu\text{m}$, ce qui reste inférieur à $150\ \mu\text{m}$.

Une artémie de plus de $150\ \mu\text{m}$ ne passe donc pas à travers les mailles.

Trou d'environ $110\ \mu\text{m} < 150\ \mu\text{m}$: le tamis retient bien les artémies voulues.

PIÈGE
Comparer directement $b = 340\ \mu\text{m}$ à $150\ \mu\text{m}$ et conclure que les artémies passent. b est le pas du maillage : l'ouverture s'obtient en retirant la largeur du fil.



2.4 · Le pas b du maillage est la somme de la largeur d'un trou et de la largeur d'un fil (échelle non respectée)

À LA CALCULATRICE

