Évolution du sucre dans une boisson gazeuse

Bac 2021 Centres étrangers Sujet 2 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

1 Proposer une justification de l'utilisation d'une solution tampon de pH inférieur à 7 pour réaliser cette expérience.

Un soda est une solution acide et l'hydrolyse du saccharose se produit en milieu acide : il faut donc un pH inférieur à 7 pour reproduire au laboratoire les conditions de la boisson.

La solution tampon maintient ce pH constant pendant toute la durée du suivi.

Le tampon de pH 2,5 impose un milieu acide, comme dans le soda, et garde ce pH fixe pendant l'expérience.

COMPRENDRE
L'acidité influe sur la rapidité de l'hydrolyse. En fixant le pH (et la température), la seule grandeur qui varie est $[\mathrm{S}]$: on peut alors chercher une loi de vitesse.

2 Expliquer pourquoi les mesures effectuées ne permettent pas de répondre directement à la problématique.

Données utiles DDM d'un soda : 3 mois ; figure 1 : dernière mesure à $t = 1800$ h

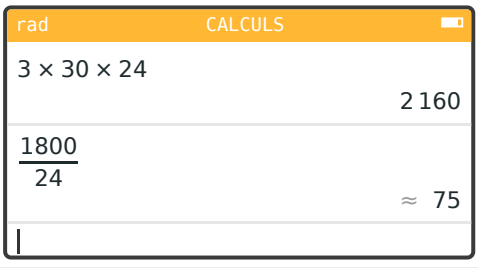
La problématique porte sur l'état de la boisson à la DDM, soit 3 mois après la fabrication : $3 \times 30 \times 24 = 2160$ h.

Le suivi de la figure 1 s'arrête à 1800 h, c'est-à-dire $\dfrac{1800}{24} = 75$ jours.

Les mesures s'arrêtent à 1800 h (75 jours), avant la DDM (environ 2160 h) : on ne peut pas lire $[\mathrm{S}]$ à cette date.

MÉTHODE
Avant de comparer deux durées, les convertir dans la même unité, ici l'heure, qui est l'unité de l'axe des abscisses de la figure 1.

À LA CALCULATRICE



3 Définir la vitesse volumique v de disparition du saccharose.

La vitesse volumique de disparition du saccharose est l'opposé de la dérivée par rapport au temps de sa concentration.

$v = -\dfrac{\mathrm{d}[\mathrm{S}]}{\mathrm{d}t}$, en $\mathrm{mol \cdot L^{-1} \cdot h^{-1}}$ ici.

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ ». La concentration d'un réactif diminue, sa dérivée est négative : le signe moins rend la vitesse positive.

4 Expliquer comment estimer la vitesse volumique de disparition du saccharose à un instant t donné à partir des mesures réalisées. L'explication peut être illustrée pour une date au choix.

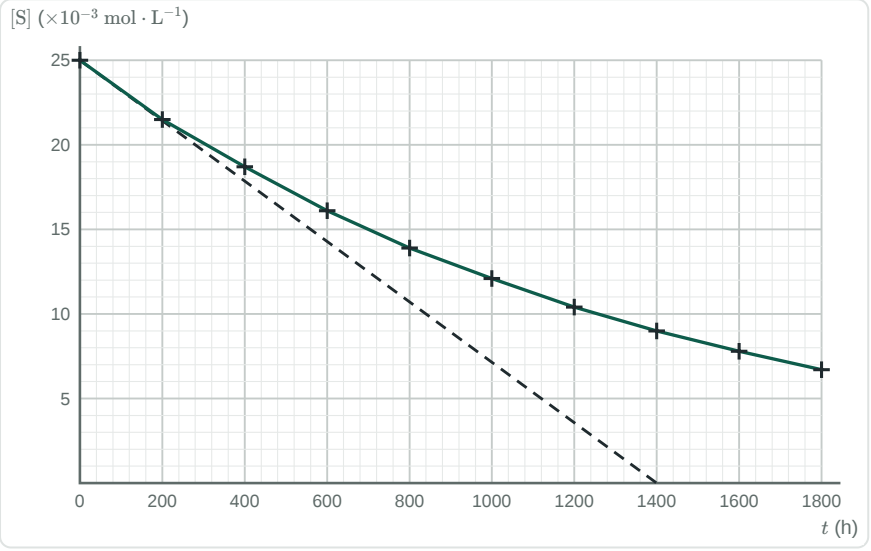
Données utiles figure 1 : $[\mathrm{S}]_0 = 0{,}025\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$

Sur la figure 1, on trace la tangente à la courbe $[\mathrm{S}] = f(t)$ au point d'abscisse t. Son coefficient directeur est égal à $\dfrac{\mathrm{d}[\mathrm{S}]}{\mathrm{d}t}$: la vitesse est l'opposé de ce coefficient directeur.

Exemple à $t = 0$: la tangente passe par les points $(0\ ;\ 0{,}025)$ et $(1400\ ;\ 0)$.

$$v(0) = -\frac{0 - 0{,}025}{1400 - 0} = 1{,}8 \times 10^{-5}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1} \cdot h^{-1}}$$

v est l'opposé du coefficient directeur de la tangente à la courbe ; à $t = 0$, $v \approx 1{,}8 \times 10^{-5}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1} \cdot h^{-1}}$.

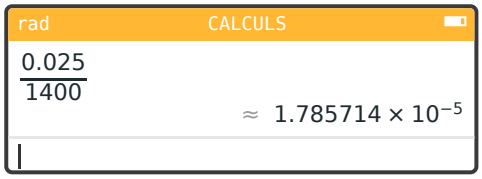


4 · Figure 1 du sujet, avec la tangente à la courbe à t = 0

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme la lecture $0{,}025\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$. Le tracé d'une tangente est peu précis : un résultat entre $1{,}7$ et $1{,}9 \times 10^{-5}$ est acceptable.

MÉTHODE
Pour un coefficient directeur, choisir sur la tangente deux points très éloignés, par exemple ses intersections avec les deux axes : l'erreur de lecture pèse moins.

À LA CALCULATRICE



5 Dans le cas d'une loi de vitesse d'ordre 1, rappeler la relation entre la vitesse volumique de disparition v, la concentration $[\mathrm{S}]$ et une constante de vitesse k.

Pour une loi d'ordre 1, la vitesse volumique de disparition du réactif est proportionnelle à sa concentration.

$v = k \times [\mathrm{S}]$

COMPRENDRE
k est le quotient d'une vitesse par une concentration : elle s'exprime en $\mathrm{h^{-1}}$ ici. L'eau, solvant en très large excès, n'apparaît pas dans la loi.

6 Discuter de l'accord des mesures de la figure 2 avec une loi de vitesse d'ordre 1.

Sur la figure 2, les points $([\mathrm{S}]\ ;\ v)$ sont alignés sur une droite qui passe par l'origine du repère.

La vitesse v est donc proportionnelle à $[\mathrm{S}]$, ce qui correspond à la relation $v = k \times [\mathrm{S}]$.

Les mesures sont en accord avec une loi de vitesse d'ordre 1.

PIÈGE
Dire seulement « les points sont alignés ». La proportionnalité exige en plus que la droite passe par l'origine ; il faut le vérifier en la prolongeant à la règle.

7 Montrer que la constante de vitesse k a une valeur de l'ordre de $7{,}3 \times 10^{-4}\ \text{h}^{-1}$.

Données utiles figure 2 : la droite passe par l'origine et par le point $\left(0{,}020\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}\ ;\ 1{,}46 \times 10^{-5}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}\cdot\text{h}^{-1}\right)$

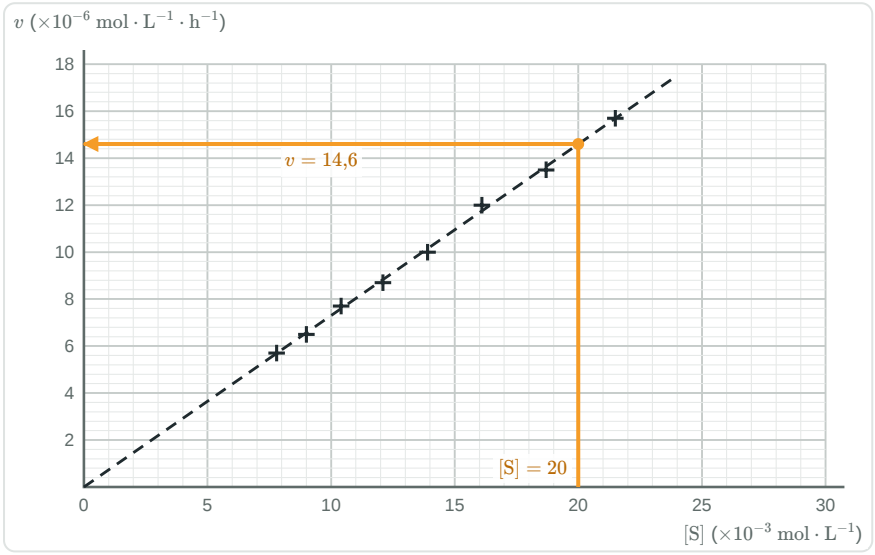
Comme $v = k \times [\text{S}]$, la constante k est le coefficient directeur de la droite de la figure 2.

$$k = \frac{\Delta v}{\Delta [\text{S}]} = \frac{1{,}46 \times 10^{-5} - 0}{0{,}020 - 0} = 7{,}3 \times 10^{-4}\ \text{h}^{-1}$$

$k = 7{,}3 \times 10^{-4}\ \text{h}^{-1}$, conforme à la valeur attendue $7{,}3 \times 10^{-4}\ \text{h}^{-1}$.

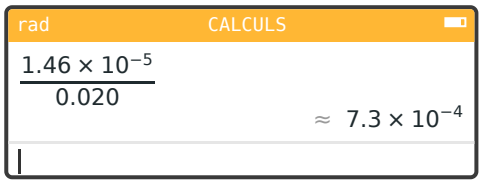
PIÈGE
Lire l'axe vertical sans sa puissance de dix : « 1,40E-05 » signifie $1{,}40 \times 10^{-5}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}\cdot\text{h}^{-1}$.

COMPRENDRE
Selon le point lu sur la droite, on trouve entre 7,2 et $7{,}4 \times 10^{-4}\ \text{h}^{-1}$: c'est le sens de « de l'ordre de » dans l'énoncé.



7 · Figure 2 du sujet, avec la droite modèle et le point lu

À LA CALCULATRICE



8 Rappeler la définition du temps de demi-réaction $t_{1/2}$ et montrer que, pour la loi $[\text{S}] = [\text{S}]_0\,\text{e}^{-kt}$, il est indépendant de la concentration initiale en saccharose.

Le temps de demi-réaction est la durée au bout de laquelle l'avancement atteint la moitié de sa valeur finale.

La transformation est totale et le saccharose est le réactif limitant : à $t_{1/2}$, la moitié du saccharose a été consommée, donc $[\text{S}](t_{1/2}) = \dfrac{[\text{S}]_0}{2}$.

Avec la loi d'évolution : $[\text{S}]_0\,\text{e}^{-k\,t_{1/2}} = \dfrac{[\text{S}]_0}{2}$, soit $\text{e}^{-k\,t_{1/2}} = \dfrac{1}{2}$.

On prend le logarithme : $-k\,t_{1/2} = \ln\dfrac{1}{2} = -\ln 2$.

$t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{k}$: cette expression ne contient pas $[\text{S}]_0$, donc $t_{1/2}$ ne dépend pas de la concentration initiale.

PIÈGE
Définir $t_{1/2}$ comme « la moitié de la durée de la réaction ». La définition porte sur l'avancement, pas sur la durée totale.

COMPRENDRE
$[\text{S}]_0$ se simplifie dès la deuxième ligne : c'est cette simplification qui prouve l'indépendance. Cette propriété est propre à l'ordre 1.

9 Déterminer la valeur du temps de demi-réaction dans les conditions de l'expérience. Expliquer la démarche suivie.

Données utiles $k = 7{,}3 \times 10^{-4}\ \text{h}^{-1}$ (Q7) ; $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{k}$ (Q8) ; $[\text{S}]_0 = 0{,}025\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

On utilise l'expression établie à la question 8 :

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k} = \frac{\ln 2}{7{,}3 \times 10^{-4}} = 9{,}5 \times 10^2\ \text{h}$$

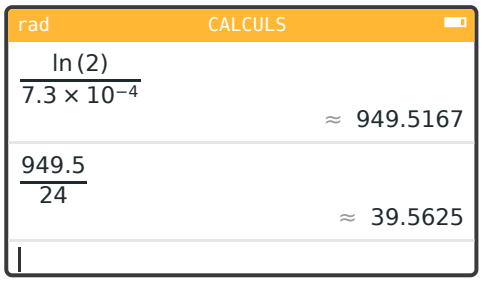
Vérification sur la figure 1 : $\dfrac{[\text{S}]_0}{2} = 0{,}0125\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; la courbe atteint cette valeur pour $t \approx 950$ h.

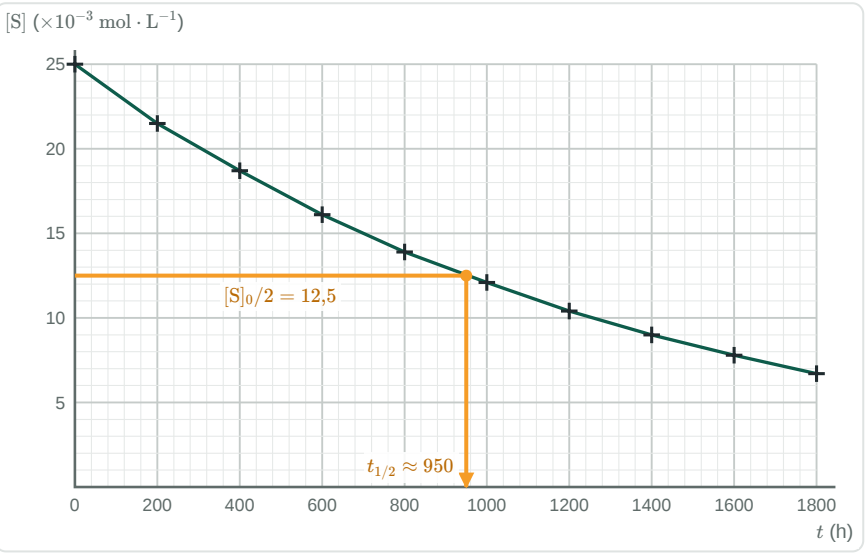
$t_{1/2} = 9{,}5 \times 10^2$ h, soit environ 40 jours.

MÉTHODE

Deux démarches donnent $t_{1/2}$: le calcul $\dfrac{\ln 2}{k}$ ou la lecture, sur la courbe, de l'abscisse du point d'ordonnée $\dfrac{[\text{S}]_0}{2}$. Une seule suffit, l'autre sert de contrôle.

À LA CALCULATRICE





9 · Figure 1 du sujet, avec la lecture du temps de demi-réaction

10 Estimer le pourcentage de saccharose restant dans le soda lorsque la DDM de 3 mois est atteinte.

Données utiles $k = 7{,}3 \times 10^{-4}\ \text{h}^{-1}$ (Q7) ; $[\text{S}] = [\text{S}]_0\, \text{e}^{-kt}$; DDM : $t = 2160$ h (Q2)

La fraction de saccharose restant à la date t est $p = \dfrac{[\text{S}]}{[\text{S}]_0} = \text{e}^{-kt}$.

À la DDM, $t = 3\ \text{mois} = 3 \times 30 \times 24 = 2160$ h :

$$p = \text{e}^{-7{,}3 \times 10^{-4} \times 2160} = 0{,}21$$

Il reste environ 21 % du saccharose initial à la DDM (à 20 °C et pH 2,5).

PIÈGE

Laisser t en mois ou en jours alors que k est en h^{-1} : le produit kt doit être sans unité.

COMPRENDRE

Contrôle : 2160 h représentent un peu plus de deux temps de demi-réaction, il doit rester un peu moins de $\dfrac{1}{4}$ du saccharose. 21 % est cohérent.

À LA CALCULATRICE

