Corrigé complet — Bac 2021 Centres étrangers Sujet 1

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Préparation d'une bière brune aromatisée** Nomenclature des esters · Rendement d'une synthèse · Facteurs cinétiques et catalyse · Spectroscopie infrarouge · Quotient de réaction et constante d'équilibre · Titrage conductimétrique	10 pts	1 h 45	13 questions	p. 2
Ex 2	**Les supercondensateurs** Capacité d'un condensateur · Circuit RC série · Équation différentielle du premier ordre · Constante de temps · Incertitude-type · Compatibilité d'une mesure	5 pts	55 min	9 questions	p. 8
Ex 3	**Détermination de la masse de la Lune** Force d'interaction gravitationnelle · Champ de pesanteur · Deuxième loi de Newton · Chute libre verticale · Équation horaire · Écart relatif	5 pts	55 min	3 questions	p. 12
Ex 4	**La congélation de l'eau** Transfert thermique · Premier principe de la thermodynamique · Capacité thermique massique · Flux thermique · Loi de Newton · Équation différentielle du premier ordre	5 pts	55 min	9 questions	p. 14

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

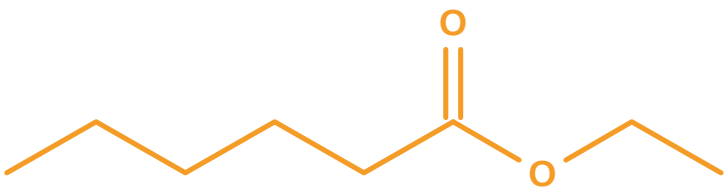
Préparation d'une bière brune aromatisée

Bac 2021 Centres étrangers Sujet 1 · Exercice 1 **10 points** **Durée conseillée 1 h 45**

1 Nommer l'ester E et représenter sa formule topologique.

La chaîne carbonée qui contient le carbone du groupe $C{=}O$ compte 6 atomes de carbone : hexanoate. Le groupe lié à l'atome d'oxygène compte 2 atomes de carbone : éthyle.

E est l'**hexanoate d'éthyle** ; sa formule topologique est tracée sur la figure.



1 · Formule topologique de l'ester E (hexanoate d'éthyle)

PIÈGE
En formule topologique, ni les C ni les H liés aux C ne s'écrivent ; seuls les O apparaissent. Vérifier le compte : 6 carbones (extrémité et sommets) jusqu'au $C{=}O$ compris, 2 après l'oxygène.

MÉTHODE
Un ester se nomme « alcanoate d'alkyle » : alcanoate pour la chaîne qui porte le $C{=}O$ (carbone du $C{=}O$ compris), alkyle pour la chaîne liée à l'oxygène.

2 Écrire les formules semi-développées de l'acide carboxylique A et de l'alcool B intervenant dans la synthèse de l'ester E et nommer chacun d'eux.

Par comparaison avec l'équation générale, R est le groupe $CH_3{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}$ (apporté par l'acide) et R' est le groupe $-CH_2{-}CH_3$ (apporté par l'alcool).

Acide A : $CH_3{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}COOH$, chaîne de 6 atomes de carbone : acide hexanoïque.

Alcool B : $CH_3{-}CH_2{-}OH$, chaîne de 2 atomes de carbone : éthanol.

A : $CH_3{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}COOH$, **acide hexanoïque** ; B : $CH_3{-}CH_2{-}OH$, **éthanol**.

COMPRENDRE
Contrôle avec les données : A est $C_6H_{12}O_2$, soit $6 \times 12{,}0 + 12 \times 1{,}0 + 2 \times 16{,}0 = 116\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; B est C_2H_6O, soit $46\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$. Les masses molaires du sujet sont retrouvées.

3 Justifier le double intérêt d'un chauffage à reflux.

Chauffer élève la température du mélange réactionnel : la température est un facteur cinétique, la transformation est accélérée.

Le réfrigérant condense les vapeurs, qui retombent dans le ballon : aucune espèce (réactif ou produit) ne s'échappe.

Le chauffage à reflux **accélère la transformation** tout en **évitant les pertes de matière**.

PIÈGE
Deux arguments sont attendus, un pour chaque mot : « chauffage » (cinétique) et « reflux » (pas de perte par vaporisation). Un seul des deux ne donne que la moitié des points.

4 Citer la définition d'un catalyseur.

Un catalyseur est une espèce chimique qui **accélère une transformation** sans figurer dans l'équation de la réaction : consommé puis **régénéré**, il se retrouve intact en fin de transformation.

COMPRENDRE
Un catalyseur ne change pas l'état final : le rendement reste le même, il est seulement atteint plus vite.

5 Montrer que les réactifs sont dans des proportions pratiquement stœchiométriques et déterminer la valeur du rendement de cette synthèse.

Données utiles $V_{\text{acide}} = 43{,}0$ mL ; $V_{\text{alcool}} = 20{,}0$ mL ; $\rho_A = 0{,}930\ \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$; $\rho_B = 0{,}789\ \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$; $M_A = 116{,}2\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $M_B = 46{,}1\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $M_E = 144{,}2\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $m_E = 33{,}1$ g

Quantités de matière initiales : $n = \dfrac{m}{M} = \dfrac{\rho V}{M}$, avec $1\ \text{mL} = 1\ \text{cm}^3$.

$$n_A = \frac{0{,}930 \times 43{,}0}{116{,}2} = 0{,}344\ \text{mol} \qquad n_B = \frac{0{,}789 \times 20{,}0}{46{,}1} = 0{,}342\ \text{mol}$$

D'après l'équation, une mole d'acide réagit avec une mole d'alcool. Or $n_A \approx n_B$ (écart inférieur à 1 %) : les réactifs sont dans des proportions pratiquement stœchiométriques.

L'alcool est très légèrement en défaut : si la transformation était totale, on obtiendrait $n_{\max} = n_B = 0{,}342$ mol d'ester.

Quantité d'ester obtenue : $n_E = \dfrac{m_E}{M_E} = \dfrac{33{,}1}{144{,}2} = 0{,}230$ mol.

$$\eta = \frac{n_E}{n_{\max}} = \frac{0{,}230}{0{,}342} = 0{,}67$$

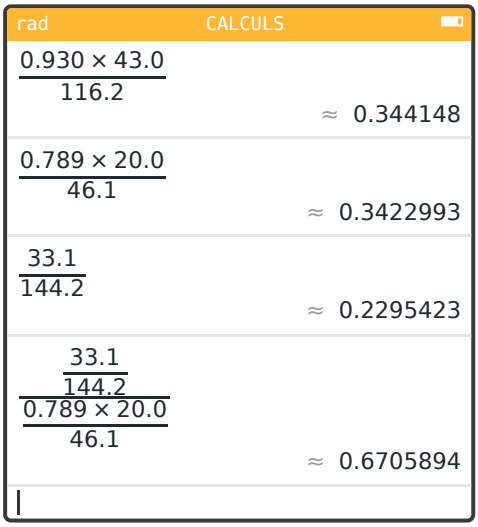
$n_A = 0{,}344\ \text{mol} \approx n_B = 0{,}342\ \text{mol}$; rendement $\eta = 67\ \%$

PIÈGE
Comparer directement 43,0 mL et 20,0 mL n'a aucun sens : les proportions stœchiométriques se jugent sur les quantités de matière. Il faut passer par $m = \rho V$, puis $n = m/M$.

COMPRENDRE
Les données ont au moins trois chiffres significatifs : les quantités de matière sont écrites avec trois chiffres. Le rendement, calculé sans arrondi intermédiaire, vaut 0,671 ; 67 % suffit, les deux réactifs étant presque à égalité.

MÉTHODE
Rendement : quantité de produit obtenue divisée par la quantité maximale, celle que donnerait le réactif limitant si la transformation était totale.

À LA CALCULATRICE



6 Identifier les conditions expérimentales, en précisant le numéro de la synthèse, pour lesquelles la réaction d'estérification est la plus lente. Préciser la courbe associée.

La température et la concentration des réactifs sont des facteurs cinétiques : la transformation est la plus lente à la température la plus basse (50 °C) et avec le moins d'alcool (20 mL). Ce sont les conditions de la synthèse 1.

Sur la figure 1, la courbe A est celle qui décroît le moins vite et qui atteint son palier le plus tard.

La réaction la plus lente est la **synthèse 1** (20 mL d'alcool, 50 °C) : **courbe A**.

COMPRENDRE
Les courbes A et B tendent vers le même palier ($0{,}6\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$) : même état final, donc mêmes quantités initiales. Ce sont les synthèses 1 et 3 ; la plus rapide des deux, B, est celle à 70 °C.

7 Identifier les conditions expérimentales, en précisant le numéro de la synthèse, pour lesquelles le rendement de la réaction d'estérification est amélioré. Préciser la courbe associée.

Le rendement est meilleur quand davantage d'acide a été consommé à l'état final. La courbe C se stabilise vers $0{,}3\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$, contre $0{,}6\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ pour les courbes A et B : c'est elle qui correspond au meilleur rendement.

Dans la synthèse 2, l'alcool est introduit en excès (25 mL au lieu de 20 mL) : l'excès d'un réactif déplace l'équilibre dans le sens de la formation de l'ester.

Le rendement est amélioré dans la **synthèse 2** (alcool en excès) : **courbe C**.

PIÈGE
Choisir la synthèse 3 : chauffer davantage fait gagner du temps, pas du rendement. Les courbes A et B finissent au même palier.

COMPRENDRE
Cohérence avec la question 5 : pour A et B, la part d'acide consommée vaut $1 - \dfrac{0{,}6}{1{,}8} \approx 67\ \%$, le rendement trouvé. Pour C, elle atteint environ 83 %.

8 Parmi les trois spectres infrarouge, identifier celui de l'ester E en précisant la démarche suivie.

L'ester E possède une liaison C=O et des liaisons $\text{C}_{\text{tét}}$–H, mais aucune liaison O–H. Son spectre présente donc une bande forte entre 1680 et 1740 cm^{-1} et aucune bande large entre 2500 et 3400 cm^{-1}.

- Spectre 1 : bande forte et large vers 3350 cm^{-1} (O–H d'un alcool lié), pas de bande C=O : c'est l'alcool B.
- Spectre 3 : bande forte vers 1710 cm^{-1} (C=O) et bande large de 2500 à 3200 cm^{-1} (O–H d'un acide carboxylique) : c'est l'acide A.
- Spectre 2 : bande forte vers 1740 cm^{-1} (C=O), bandes entre 2800 et 3000 cm^{-1} ($\text{C}_{\text{tét}}$–H), aucune bande O–H.

Le spectre de l'ester E est le **spectre 2**.

PIÈGE
Les spectres 2 et 3 montrent tous deux la bande C=O : elle ne suffit pas. Sur le spectre 3, la bande large de l'acide élargit le pied des pics C–H vers 2500 cm^{-1}.

MÉTHODE
Lister les liaisons de chaque molécule, puis chercher la présence ou l'absence des bandes associées. L'absence de bande O–H est ici l'argument décisif.

9 Montrer que l'avancement à l'équilibre x_{eq} vérifie l'équation proposée, puis indiquer laquelle des deux solutions, $x_1 = 1 \times 10^{-4}$ mol ou $x_2 = 8{,}5 \times 10^{-5}$ mol, peut être retenue.

Données utiles $V_1 = 2{,}0$ mL ; $C_1 = 5{,}00 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $V_2 = 2{,}0$ mL ; $C_2 = 4{,}25 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $K = 6{,}4 \times 10^{9}$; $C^0 = 1\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

Pour la réaction $\text{Ag}^+(\text{aq}) + \text{Cl}^-(\text{aq}) \longrightarrow \text{AgCl}(\text{s})$, le solide ne figure pas dans le quotient de réaction. À l'équilibre, $Q_{r,eq} = K$:

$$\frac{(C^0)^2}{[\text{Ag}^+]_{eq}\,[\text{Cl}^-]_{eq}} = K$$

Quantités initiales : $n_i(\text{Cl}^-) = C_1V_1$ et $n_i(\text{Ag}^+) = C_2V_2$. Chaque ion est consommé à hauteur de x_{eq}, dans un volume total $V_1 + V_2$:

$$[\text{Cl}^-]_{eq} = \frac{C_1V_1 - x_{eq}}{V_1 + V_2} \qquad [\text{Ag}^+]_{eq} = \frac{C_2V_2 - x_{eq}}{V_1 + V_2}$$

En remplaçant dans l'expression de K :

$$\frac{(V_1 + V_2)^2\,(C^0)^2}{(V_1C_1 - x_{eq})(V_2C_2 - x_{eq})} = K$$

Choix de la solution : $C_1V_1 = 5{,}00 \times 10^{-2} \times 2{,}0 \times 10^{-3} = 1{,}0 \times 10^{-4}$ mol et $C_2V_2 = 4{,}25 \times 10^{-2} \times 2{,}0 \times 10^{-3} = 8{,}5 \times 10^{-5}$ mol.

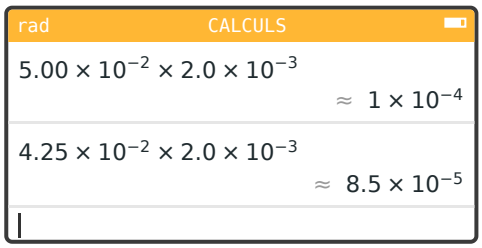
L'ion argent est le réactif limitant : $x_{\max} = 8{,}5 \times 10^{-5}$ mol. Une quantité de matière ne peut pas être négative, donc $x_{eq} \leqslant x_{\max}$: la solution $x_1 = 1 \times 10^{-4}$ mol est à écarter.

$x_{eq} = x_2 = 8{,}5 \times 10^{-5}$ mol

PIÈGE
Diviser par V_1 ou par V_2 au lieu du volume total $V_1 + V_2$, ou laisser les volumes en mL dans C_1V_1 et C_2V_2.

COMPRENDRE
Les deux valeurs sont arrondies. La solution exacte est inférieure à $x_{\max}$ d'environ 2×10^{-10} mol : il reste une trace d'ions argent, sans quoi le quotient de réaction ne serait pas défini.

À LA CALCULATRICE



10 Discuter si cette transformation est adaptée au titrage des ions chlorure.

Données utiles $x_{eq} = 8{,}5 \times 10^{-5}$ mol (Q9) ; $x_{\max} = 8{,}5 \times 10^{-5}$ mol (Q9) ; $K = 6{,}4 \times 10^{9}$

Le précipité se forme immédiatement : la transformation est rapide.

Taux d'avancement final : $\tau = \dfrac{x_{eq}}{x_{\max}} = \dfrac{8{,}5 \times 10^{-5}}{8{,}5 \times 10^{-5}} = 1{,}0$. La transformation est totale, ce qu'annonçait la valeur très élevée de K.

La transformation est **rapide et totale** : elle est adaptée au titrage des ions chlorure.

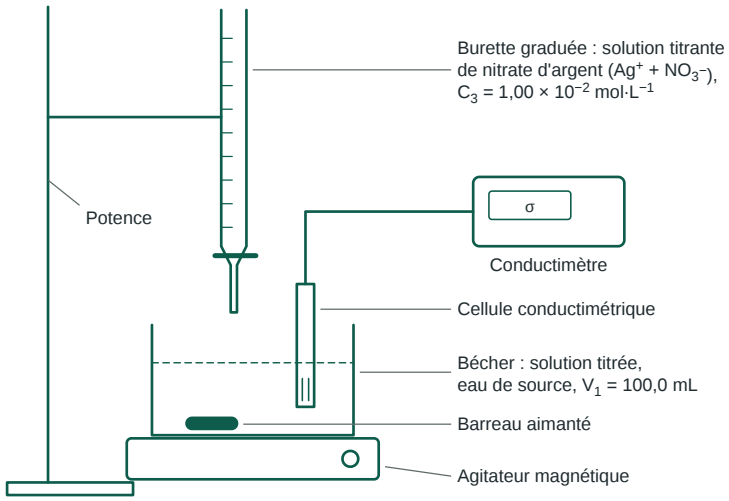
MÉTHODE
Une réaction support de titrage doit être rapide, totale et unique. « Rapide » se justifie par une observation, « totale » par $\tau \approx 1$ ou par une constante K très supérieure à 10^4.

11 Faire un schéma légendé du dispositif utilisé lors de ce titrage.

Le schéma comporte, avec leur légende : la burette graduée contenant la solution titrante de nitrate d'argent ; le bécher contenant la solution titrée (100,0 mL d'eau de source) ; la cellule conductimétrique plongée dans le bécher et reliée au conductimètre ; le barreau aimanté et l'agitateur magnétique.

Schéma légendé du titrage conductimétrique : voir la figure.

PIÈGE
Un schéma sans légende ne rapporte presque rien. Nommer le contenu de la burette (solution titrante) et celui du bécher (solution titrée), et légender une cellule conductimétrique, pas une sonde de pH.



11 · Dispositif du titrage conductimétrique

12 Justifier les évolutions de la conductivité σ de la solution contenue dans le bécher avant et après l'équivalence.

Données utiles $\lambda(NO_3^-) = 7{,}1$; $\lambda(Cl^-) = 7{,}7$; $\lambda(Ag^+) = 6{,}2$, en $mS \cdot m^2 \cdot mol^{-1}$

La conductivité dépend de la concentration de chaque ion : $\sigma = \sum \lambda_i [X_i]$ (loi de Kohlrausch). Les autres ions de l'eau de source sont spectateurs.

Avant l'équivalence : les ions Ag^+ versés sont consommés par les ions Cl^-. Chaque ion Cl^- qui disparaît est remplacé par un ion NO_3^- venu de la burette. Comme $\lambda(NO_3^-) < \lambda(Cl^-)$, la conductivité diminue légèrement.

Après l'équivalence : il n'y a plus d'ions Cl^-. Les ions Ag^+ et NO_3^- versés ne réagissent plus et s'accumulent dans le bécher : la conductivité augmente nettement.

Avant l'équivalence, NO_3^- remplace Cl^-, plus conducteur : σ diminue légèrement. Après, Ag^+ et NO_3^- s'accumulent : σ augmente.

COMPRENDRE
Avant l'équivalence, la pente est liée à $\lambda(NO_3^-) - \lambda(Cl^-) = -0{,}6$; après, à $\lambda(Ag^+) + \lambda(NO_3^-) = 13{,}3$. D'où une légère descente puis une montée bien plus marquée, comme sur la figure 2.

MÉTHODE
Pour chaque ion, dire si sa quantité dans le bécher augmente, diminue ou reste constante, avant puis après l'équivalence, puis comparer les conductivités molaires ioniques.

13 Indiquer si la teneur en ions chlorure de l'eau analysée peut convenir pour la fabrication de la bière brune.

Données utiles $V_1 = 100{,}0$ mL ; $C_3 = 1{,}00 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $M(\text{Cl}) = 35{,}5\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; teneur attendue : entre 100 et 200 $\text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$

On trace les deux droites qui modélisent les deux parties de la courbe de la figure 2 : leur point d'intersection donne le volume équivalent $V_E = 12{,}0$ mL.

À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de la réaction $\text{Ag}^+(\text{aq}) + \text{Cl}^-(\text{aq}) \longrightarrow \text{AgCl}(\text{s})$:

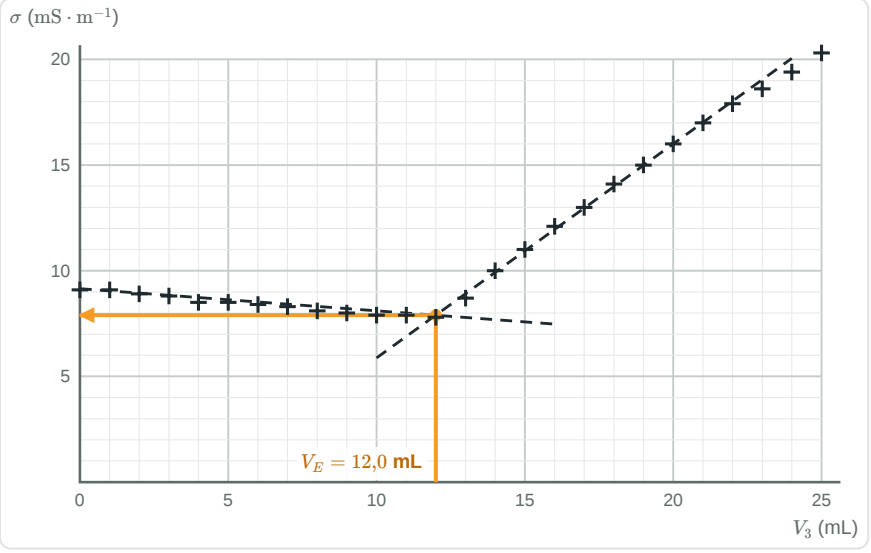
$$n_i(\text{Cl}^-) = n_E(\text{Ag}^+) \quad \text{soit} \quad C\,V_1 = C_3\,V_E$$

$$C = \frac{C_3\,V_E}{V_1} = \frac{1{,}00 \times 10^{-2} \times 12{,}0}{100{,}0} = 1{,}20 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Concentration en masse : $C_m = C \times M(\text{Cl}) = 1{,}20 \times 10^{-3} \times 35{,}5 = 4{,}26 \times 10^{-2}\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$, soit environ $43\ \text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$.

Cette valeur est inférieure à la borne basse de l'intervalle, $100\ \text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$.

$C_m \approx 43\ \text{mg} \cdot \text{L}^{-1} < 100\ \text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$: l'eau n'est pas assez riche en ions chlorure, elle **ne convient pas** en l'état pour la bière brune.

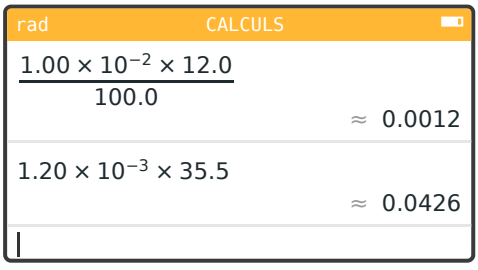


13 · Figure 2 du sujet : les deux droites tracées se coupent à l'équivalence

PIÈGE
Comparer $4{,}26 \times 10^{-2}$ à l'intervalle 100 – 200 sans convertir : le calcul donne des $\text{g} \cdot \text{L}^{-1}$, le critère est en $\text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$.

COMPRENDRE
La lecture graphique de V_E se fait à 0,5 mL près : C_m est comprise entre 41 et 44 $\text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$, deux chiffres significatifs suffisent. La conclusion ne dépend pas de cette incertitude.

À LA CALCULATRICE



Les supercondensateurs

Bac 2021 Centres étrangers Sujet 1 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 55 min**

1 Comparer la capacité du supercondensateur étudié aux valeurs usuelles des capacités des condensateurs du lycée ou de l'électronique.

Données utiles capacité annoncée par le constructeur : 400 F

Les condensateurs usuels ont des capacités allant du picofarad au millifarad (10^{-12} F à 10^{-3} F).

Même face au plus gros d'entre eux : $\dfrac{400}{10^{-3}} = 4 \times 10^{5}$.

La capacité du supercondensateur (400 F) est au moins plusieurs centaines de milliers de fois plus grande que celle d'un condensateur usuel.

COMPRENDRE
Le farad est une unité très grande : en travaux pratiques, on manipule des µF ou des nF. C'est ce qui justifie le préfixe « super ».

2 Justifier qualitativement les expressions « armatures de très grandes surfaces » et « très rapprochées » du texte de présentation.

Données utiles $C = \varepsilon \dfrac{S}{d}$

D'après $C = \varepsilon \dfrac{S}{d}$, la capacité est proportionnelle à la surface S et inversement proportionnelle à l'écartement d.

Pour atteindre une capacité aussi élevée avec un condensateur plan, il faut donc :

- augmenter S : des armatures de très grandes surfaces ;
- diminuer d : des armatures très rapprochées.

C augmente quand S augmente et quand d diminue : les deux expressions du texte sont justifiées.

MÉTHODE
« Justifier qualitativement » : aucun calcul, mais le sens de variation de la grandeur avec chaque paramètre de la formule, puis le lien avec le texte.

3 Donner la relation entre $i(t)$ et la dérivée de la charge $q(t)$ de l'armature A, puis la relation entre $i(t)$, C et la dérivée de $u_C(t)$.

Le courant arrive sur l'armature A : $i(t) = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}(t)$.

La charge de l'armature A s'écrit $q(t) = C\,u_C(t)$, et C est constante, donc :

$$i(t) = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}(t) = C\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}(t)$$

PIÈGE
Ces relations sans signe « $-$ » supposent la convention récepteur : la flèche de u_C pointe vers l'armature A, par laquelle entre i. C'est bien le cas sur la figure 1.

4 Montrer que l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$ est de la forme $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \dfrac{1}{\tau}u_C = \dfrac{E}{\tau}$. Exprimer τ en fonction de R et de C.

Loi des mailles, interrupteur fermé (tension nulle aux bornes de l'ampèremètre) : $E = u_R(t) + u_C(t)$.

Loi d'Ohm : $u_R(t) = R\,i(t) = RC\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}(t)$ d'après la question 3.

Donc $RC\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}(t) + u_C(t) = E$. En divisant par RC :

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}(t) + \frac{1}{RC}\,u_C(t) = \frac{E}{RC}$$

On obtient la forme demandée, avec $\tau = RC$.

MÉTHODE
Toujours le même enchaînement : loi des mailles, loi d'Ohm, relation $i = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$, puis division par le coefficient de la dérivée pour identifier τ.

5 Vérifier que les solutions de l'équation différentielle sont de la forme $u_C(t) = A\,e^{-t/\tau} + E$. Déterminer l'expression de A pour la situation étudiée.

On dérive : $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}(t) = -\dfrac{A}{\tau}\,e^{-t/\tau}$.

On remplace dans le membre de gauche :

$$-\frac{A}{\tau}\,e^{-t/\tau} + \frac{1}{\tau}\left(A\,e^{-t/\tau} + E\right) = \frac{E}{\tau}$$

L'égalité est vraie à tout instant, quelle que soit la valeur de A : la fonction proposée est bien solution.

Condition initiale : le supercondensateur est déchargé, $u_C(0) = 0$, soit $A\,e^0 + E = 0$.

$A = -E$, donc $u_C(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$

PIÈGE
« Vérifier » ne demande pas de résoudre l'équation : on dérive la fonction proposée, on l'injecte, et on constate l'égalité. La constante A ne vient qu'ensuite, de la condition initiale.

6 Déterminer la valeur C_1 de la capacité du supercondensateur en explicitant la démarche suivie.

Données utiles $E = 2{,}5$ V ; $R = 2{,}0\ \Omega$; figure 2

À $t = \tau$: $u_C(\tau) = E\left(1 - e^{-1}\right) \approx 0{,}63\,E = 0{,}63 \times 2{,}5 \approx 1{,}6$ V.

Sur la figure 2, la courbe atteint 1,6 V à la date $\tau \approx 8{,}0 \times 10^2$ s.

Comme $\tau = RC_1$:

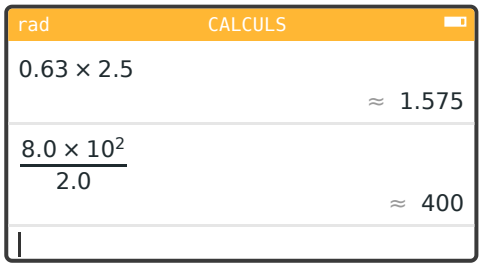
$$C_1 = \frac{\tau}{R} = \frac{8{,}0 \times 10^2}{2{,}0}$$

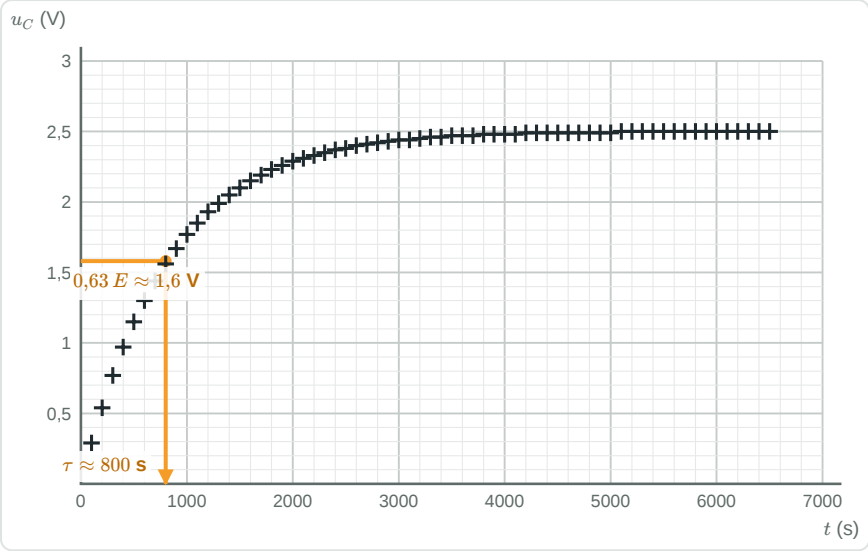
$C_1 \approx 4{,}0 \times 10^2$ F

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme E et R. La lecture graphique est peu précise (une graduation représente 500 s) : toute valeur de τ entre 750 s et 850 s est recevable.

MÉTHODE
Autre possibilité : tracer la tangente à l'origine, qui coupe l'asymptote $u_C = E$ à la date $t = \tau$. La lecture à 63 % est plus fiable sur des points expérimentaux.

À LA CALCULATRICE





6 · Figure 2 du sujet, avec la lecture de la constante de temps

7 Écrire de manière appropriée le résultat de la mesure du temps caractéristique avec son incertitude-type.

Données utiles moyenne $\overline{\tau_2} = 814{,}2827$ s ; incertitude-type donnée par la calculatrice : 1,175 s

On arrondit l'incertitude-type à deux chiffres significatifs : $u(\overline{\tau_2}) = 1{,}2$ s.

Elle porte sur le dixième de seconde : la moyenne s'arrondit donc au dixième, $\overline{\tau_2} = 814{,}3$ s.

$\overline{\tau_2} = 814{,}3$ s avec $u(\overline{\tau_2}) = 1{,}2$ s

PIÈGE
Recopier $814{,}2827$ s : les chiffres situés au-delà du dixième de seconde n'ont aucun sens puisque l'incertitude dépasse déjà la seconde.

COMPRENDRE
Avec un seul chiffre significatif pour l'incertitude, arrondie par excès, on écrirait $\overline{\tau_2} = 814$ s et $u(\overline{\tau_2}) = 2$ s : cette écriture est acceptée aussi.

8 Déterminer la valeur de la capacité C_2 du supercondensateur ainsi que son incertitude-type.

Données utiles $\overline{\tau_2} = 814{,}3$ s et $u(\overline{\tau_2}) = 1{,}2$ s (Q7) ; $R = 2{,}0\ \Omega$; $u(R) = 0{,}1\ \Omega$

$$C_2 = \frac{\overline{\tau_2}}{R} = \frac{814{,}3}{2{,}0} = 407 \text{ F}$$

Avec la relation donnée par le sujet :

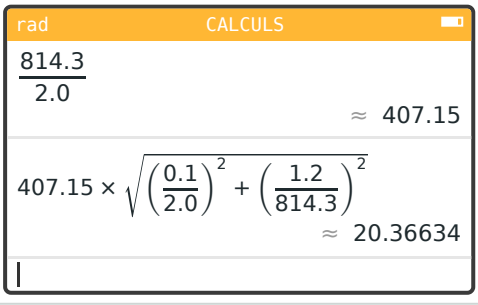
$$u(C_2) = 407 \times \sqrt{\left(\frac{0{,}1}{2{,}0}\right)^2 + \left(\frac{1{,}2}{814{,}3}\right)^2} = 20 \text{ F}$$

L'incertitude porte sur les dizaines de farads : on arrondit C_2 à la dizaine.

$C_2 = 4{,}1 \times 10^2$ F avec $u(C_2) = 0{,}2 \times 10^2$ F

COMPRENDRE
L'incertitude relative sur R (5 %) écrase celle sur $\overline{\tau_2}$ (0,15 %) : répéter la mesure du temps n'améliore plus rien, il faudrait une résistance mieux connue.

À LA CALCULATRICE



9 Comparer la valeur C_2 mesurée à la valeur de référence du constructeur à l'aide du quotient $\dfrac{|C_2 - C_{\text{réf}}|}{u(C_2)}$. Conclure.

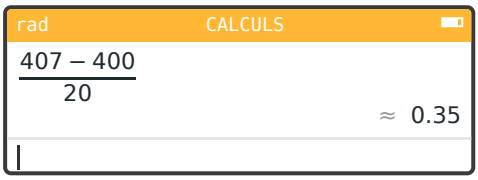
Données utiles $C_{\text{réf}} = 400$ F ; $C_2 = 407$ F et $u(C_2) = 20$ F (Q8)

$$\frac{|C_2 - C_{\text{réf}}|}{u(C_2)} = \frac{|407 - 400|}{20} = 0{,}35$$

Le quotient est inférieur à 2 : l'écart entre la mesure et la valeur de référence est plus petit que l'incertitude-type.

Quotient $\approx 0{,}35 < 2$: la valeur mesurée C_2 est compatible avec la capacité de 400 F annoncée par le constructeur.

À LA CALCULATRICE



COMPRENDRE

Avec la valeur arrondie $C_2 = 4{,}1 \times 10^2$ F, le quotient vaut 0,5 : la conclusion est la même. Le seuil habituel de compatibilité est 2.

Détermination de la masse de la Lune

Bac 2021 Centres étrangers Sujet 1 · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 55 min**

1 Donner l'expression vectorielle de la force gravitationnelle $\overrightarrow{F}_{\text{Lune/marteau}}$ en fonction de M_L, m, R_L et du vecteur unitaire $\vec{u}$ orienté du centre de la Lune vers sa surface. Représenter cette force sur un schéma.

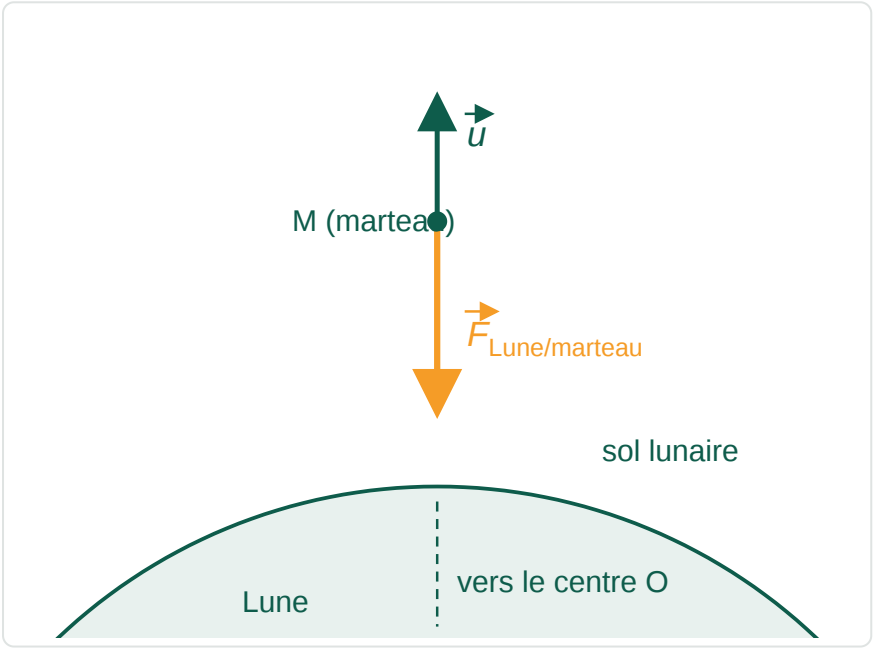
La Lune (masse M_L) attire le marteau (masse m) situé à la distance R_L de son centre. La force est dirigée vers le centre de la Lune, donc de sens opposé à $\vec{u}$.

Schéma : la force est tracée à partir du centre de masse M du marteau, verticale, vers le sol lunaire.

$$\overrightarrow{F}_{\text{Lune/marteau}} = -G\frac{M_L\, m}{R_L^2}\vec{u}$$

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ » : $\vec{u}$ pointe vers l'extérieur de la Lune alors que la force est attractive. Sur le schéma, la flèche part du marteau, pas du sol.

COMPRENDRE
Le marteau tombe de 1,43 m, hauteur négligeable devant $R_L = 1{,}74 \times 10^6$ m : la distance au centre reste égale à R_L et la force garde la même valeur pendant toute la chute.



1 · Force exercée par la Lune sur le marteau (sans souci d'échelle)

2 Montrer que le champ de pesanteur lunaire, au lieu où se trouve le marteau, s'écrit $\vec{g}_L = -G\frac{M_L}{R_L^2}\vec{u}$.

Le poids du marteau sur la Lune, $\vec{P} = m\,\vec{g}_L$, est assimilé à la force gravitationnelle exercée par la Lune :

$$m\,\vec{g}_L = \overrightarrow{F}_{\text{Lune/marteau}} = -G\frac{M_L\, m}{R_L^2}\vec{u}$$

En divisant par m :

$$\vec{g}_L = \frac{\overrightarrow{F}_{\text{Lune/marteau}}}{m} = -G\frac{M_L}{R_L^2}\vec{u}$$

COMPRENDRE
La masse m se simplifie : le champ de pesanteur ne dépend que de l'astre (M_L, R_L), pas de l'objet. C'est pourquoi le marteau et la plume tombent ensemble.

3 Montrer que, pendant la chute, $\vec{a} = \vec{g}_L$. Problème à résoudre : à partir de la modélisation $y = A\,t^2 + B\,t + C$, déterminer la masse de la Lune M_L et commenter le résultat.

Données utiles $A = 0{,}865\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ en valeur absolue ; $B = -0{,}15\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $C = 1{,}43$ m ; $G = 6{,}67\times10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$; $R_L = 1{,}74\times10^6$ m ; valeur de référence $M_L = 7{,}34\times10^{22}$ kg

Système {marteau}, de masse m constante ; référentiel lunaire supposé galiléen. Il n'y a pas d'atmosphère sur la Lune : la seule force est le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}_L$ (chute libre).

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g}_L = m\,\vec{a}$, d'où $\vec{a} = \vec{g}_L$.

Problème à résoudre

Équation horaire. L'axe (Oy) est vertical vers le haut, comme $\vec{u}$: $a_y = -g_L$ avec $g_L = G\dfrac{M_L}{R_L^2}$.

Par primitives successives, avec $v_y(0) = -v_0$ et $y(0) = y_0$:

$$v_y = -g_L\,t - v_0 \qquad y = -\tfrac{1}{2}\,g_L\,t^2 - v_0\,t + y_0$$

Identification avec le modèle. La parabole du graphe est tournée vers le bas : le coefficient de t^2 est négatif, $A = -0{,}865\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ (le sujet l'écrit sans son signe). Alors $-\frac{1}{2}\,g_L = A$:

$$g_L = -2A = 2\times0{,}865 = 1{,}73\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

On retrouve aussi $v_0 = 0{,}15\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $y_0 = 1{,}43$ m, cohérents avec l'énoncé.

Masse de la Lune. $g_L = G\dfrac{M_L}{R_L^2}$ donne $M_L = \dfrac{g_L\,R_L^2}{G}$:

$$M_L = \frac{1{,}73\times(1{,}74\times10^6)^2}{6{,}67\times10^{-11}} = 7{,}85\times10^{22}\ \text{kg}$$

Regard critique. Écart relatif avec la valeur de référence : $\dfrac{7{,}85-7{,}34}{7{,}34} = 0{,}069$, soit environ 7 %. L'ordre de grandeur est le bon et la valeur est proche de celle attendue. L'écart peut venir du pointage (image ancienne et peu nette, centre de masse du marteau difficile à repérer), de l'étalonnage des distances sur la vidéo et du petit nombre de points utilisés pour la modélisation.

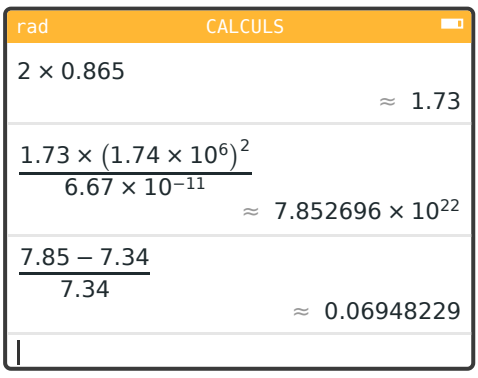
$\vec{a} = \vec{g}_L$; $M_L = \dfrac{g_L\,R_L^2}{G} = 7{,}85\times10^{22}$ kg, à 7 % de la valeur de référence $7{,}34\times10^{22}$ kg.

PIÈGE
Écrire $g_L = A$ en oubliant le facteur $\frac{1}{2}$ de l'équation horaire, ou garder A positif : on obtiendrait une masse deux fois trop petite ou une pesanteur dirigée vers le haut.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme A, R_L et G. Seul le coefficient de t^2 sert à trouver M_L ; B et C ne font que confirmer les conditions initiales.

MÉTHODE
Plus rapide : dériver deux fois le modèle, $v_y = 2A\,t + B$ puis $a_y = 2A$, et écrire $a_y = -g_L$. Dans un problème ouvert, annoncer les étapes, calculer, puis comparer à la valeur de référence par un écart relatif.

À LA CALCULATRICE



La congélation de l'eau

Bac 2021 Centres étrangers Sujet 1 · Exercice 4 **5 points** **Durée conseillée 55 min**

1 Préciser le sens des transferts thermiques entre le système {eau} et l'air du congélateur, puis en déduire le signe de l'énergie Q échangée.

Un transfert thermique se fait spontanément du corps le plus chaud vers le corps le plus froid : ici de l'eau (à $23{,}0\ ^\circ\text{C}$ au départ) vers l'air du congélateur.

Le système {eau} perd donc de l'énergie, comptée négativement d'après la convention de l'énoncé.

Transfert de l'eau vers l'air : $Q < 0$.

PIÈGE
Dire que « le froid entre dans l'eau ». Seule l'énergie se déplace, toujours du chaud vers le froid.

2 Indiquer si le changement d'état de l'eau (phase b) est une transformation endothermique ou exothermique.

Pendant la phase b, l'eau liquide devient solide : c'est une solidification. Le système cède de l'énergie à l'air du congélateur.

La solidification de l'eau est une transformation **exothermique**.

COMPRENDRE
La température reste égale à T_s pendant tout le changement d'état, mais l'eau continue de céder de l'énergie : exothermique ne veut pas dire « dont la température monte ».

3 Donner l'expression de la variation d'énergie interne ΔU du système {eau} pendant la phase a en fonction de ΔT, m et c_{eau}.

L'eau liquide est un système incompressible qui ne change pas d'état pendant la phase a.

$$\Delta U = m\, c_{\text{eau}}\, \Delta T$$

COMPRENDRE
$\Delta T = T_{\text{finale}} - T_{\text{initiale}}$: elle est négative ici, donc $\Delta U < 0$. Un écart de température a la même valeur en kelvins et en degrés Celsius.

4 À l'aide du premier principe de la thermodynamique, montrer que le transfert thermique Q_r échangé par l'eau avec l'air pendant la phase a vaut $-14{,}4$ kJ.

Données utiles $m = 150\ \text{g} = 0{,}150\ \text{kg}$; $c_{\text{eau}} = 4\,185\ \text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$; $T_a = 23{,}0\ ^\circ\text{C}$; $T_s = 0\ ^\circ\text{C}$ (solidification de l'eau à la pression atmosphérique)

Premier principe appliqué au système {eau}, macroscopiquement au repos : $\Delta U = W + Q_r$.

L'eau n'échange aucun travail avec l'extérieur : $W = 0$, donc $Q_r = \Delta U$.

Avec la question 3 : $Q_r = m\, c_{\text{eau}}\, (T_s - T_a)$

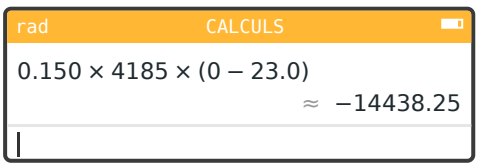
$$Q_r = 0{,}150 \times 4\,185 \times (0 - 23{,}0) = -1{,}44 \times 10^4\ \text{J}$$

$Q_r = -14{,}4\ \text{kJ}$: c'est bien la valeur attendue.

PIÈGE
Laisser la masse en grammes : c_{eau} est donnée par kilogramme. Écrire $T_a - T_s$ donne le mauvais signe.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme m et T_a, les données les moins précises du calcul.

À LA CALCULATRICE



5 Estimer la durée nécessaire pour que cette énergie soit prélevée par le dispositif de refroidissement du congélateur.

Données utiles $P = 40\ \text{W}$; $Q_r = -1{,}44 \times 10^4\ \text{J}$ (Q4)

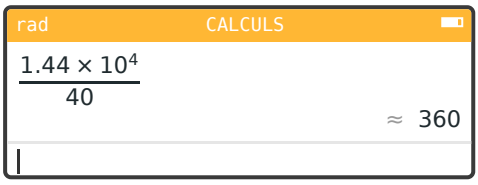
Le dispositif prélève à l'eau l'énergie $|Q_r|$ avec une puissance P constante : $P = \dfrac{|Q_r|}{\Delta t}$, soit $\Delta t = \dfrac{|Q_r|}{P}$.

$$\Delta t = \frac{1{,}44 \times 10^4}{40} = 3{,}6 \times 10^2\ \text{s}$$

$\Delta t \approx 3{,}6 \times 10^2$ s, soit environ 6 min.

PIÈGE
Garder le signe de Q_r et annoncer une durée négative. Une durée se calcule avec l'énergie prélevée en valeur absolue.

À LA CALCULATRICE



6 Comparer les flux thermiques $\Phi(T_a) = -38$ W et $\Phi(T_s) = -17$ W à la puissance du système de refroidissement, puis discuter de ce qu'apporte ce modèle par rapport à la première estimation.

Données utiles $P = 40\ \text{W}$

Au début du refroidissement, $|\Phi(T_a)| = 38\ \text{W}$: valeur voisine de la puissance $P = 40\ \text{W}$ du dispositif.

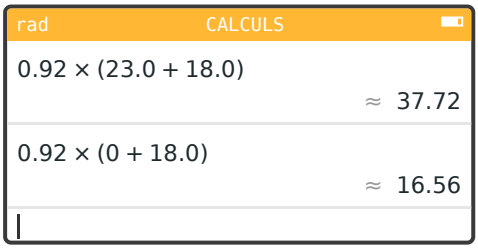
À la fin, $|\Phi(T_s)| = 17\ \text{W}$: c'est moins de la moitié de P.

Le premier modèle suppose que l'eau cède $40\ \text{J}$ chaque seconde pendant toute la phase a. Avec la loi de Newton, le flux est proportionnel à l'écart $T - T_{th}$: il diminue à mesure que l'eau refroidit.

Le premier modèle surestime l'énergie cédée par seconde ; la loi de Newton tient compte du ralentissement des échanges, donc prévoit un refroidissement plus long.

COMPRENDRE
Le signe « $-$ » des flux rappelle seulement que l'eau perd de l'énergie. Pour comparer à la puissance du dispositif, on compare les valeurs absolues.

À LA CALCULATRICE



7 Donner la relation entre le transfert thermique Q échangé entre l'air et l'eau pendant une durée Δt très petite, le flux thermique Φ supposé constant, et Δt.

Le flux thermique est l'énergie échangée par unité de temps.

$Q = \Phi\,\Delta t$, soit $\Phi = \dfrac{Q}{\Delta t}$

COMPRENDRE
Un flux thermique est une puissance : $1\ \text{W} = 1\ \text{J} \cdot \text{s}^{-1}$. La relation n'est valable que si Φ ne varie pas pendant Δt, d'où la durée très petite.

8 Montrer que la température de l'eau vérifie $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = -r\,(T - T_{th})$, exprimer r en fonction de h, S, m et c_{eau}, puis préciser sa valeur et son unité.

Données utiles $h\,S = 0{,}92\ \mathrm{W \cdot K^{-1}}$; $m = 0{,}150\ \mathrm{kg}$; $c_{\text{eau}} = 4\,185\ \mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}}$

Pendant une durée Δt très petite, la température de l'eau varie de ΔT.

Premier principe, sans travail échangé : $\Delta U = Q$, soit $m\,c_{\text{eau}}\,\Delta T = \Phi\,\Delta t$.

Loi de Newton : $\Phi = -h\,S\,(T - T_{th})$, donc

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = -\frac{h\,S}{m\,c_{\text{eau}}}\,(T - T_{th})$$

Quand Δt tend vers 0, $\dfrac{\Delta T}{\Delta t}$ tend vers la dérivée $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}$:

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = -r\,(T - T_{th}) \quad \text{avec} \quad r = \frac{h\,S}{m\,c_{\text{eau}}}$$

$$r = \frac{0{,}92}{0{,}150 \times 4\,185} = 1{,}5 \times 10^{-3}\ \mathrm{s^{-1}}$$

Unité : $\dfrac{\mathrm{W \cdot K^{-1}}}{\mathrm{kg \cdot J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}}} = \dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{J}} = \mathrm{s^{-1}}$, car $1\ \mathrm{W} = 1\ \mathrm{J \cdot s^{-1}}$.

$$\boxed{r = \frac{h\,S}{m\,c_{\text{eau}}} = 1{,}5 \times 10^{-3}\ \mathrm{s^{-1}}}$$

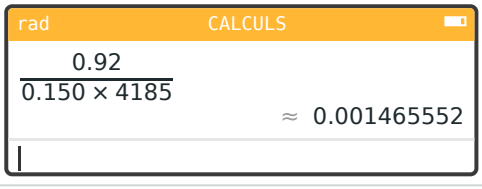
COMPRENDRE

Deux chiffres significatifs, comme $h\,S$. On vérifie l'unité dans l'équation : $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}$ est en $\mathrm{K \cdot s^{-1}}$ et $T - T_{th}$ en K, donc r est en $\mathrm{s^{-1}}$.

MÉTHODE

Pour établir une équation différentielle en thermique : 1) bilan d'énergie sur Δt ; 2) remplacer ΔU et Φ par leurs expressions ; 3) diviser par Δt et passer à la limite.

À LA CALCULATRICE



9 Déduire de la solution $T(t) = (T_a - T_{th})\,\mathrm{e}^{-r\,t} + T_{th}$ une estimation de la durée de la phase a, comparer avec la première étude et conclure.

Données utiles $T_a = 23{,}0\ ^\circ\mathrm{C}$; $T_{th} = -18{,}0\ ^\circ\mathrm{C}$; $T_s = 0\ ^\circ\mathrm{C}$; $r = 1{,}47 \times 10^{-3}\ \mathrm{s}^{-1}$ (Q8, valeur non arrondie)

La phase a se termine à la date t telle que $T(t) = T_s$:

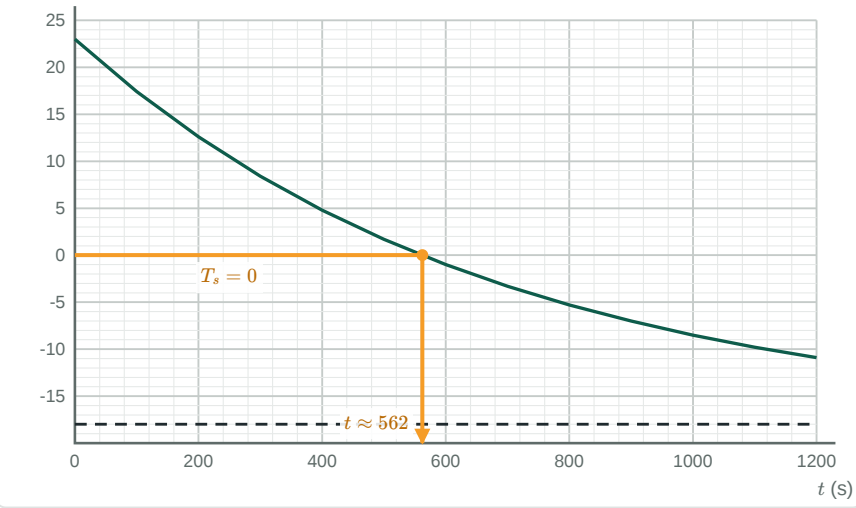
$(T_a - T_{th})\,\mathrm{e}^{-r\,t} + T_{th} = T_s$, donc $\mathrm{e}^{-r\,t} = \dfrac{T_s - T_{th}}{T_a - T_{th}}$

$$t = \frac{1}{r}\ln\left(\frac{T_a - T_{th}}{T_s - T_{th}}\right) = \frac{1}{1{,}47 \times 10^{-3}} \times \ln\left(\frac{23{,}0 + 18{,}0}{0 + 18{,}0}\right) = 5{,}6 \times 10^2\ \mathrm{s}$$

Soit un peu plus de 9 min, contre 6 min avec la première estimation : le refroidissement est environ 1,5 fois plus long.

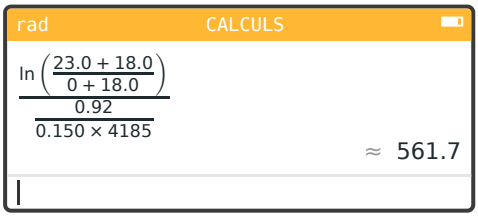
En ajoutant les 21 min annoncées pour le changement d'état, on obtient environ 30 min, encore loin de l'heure mesurée. La loi de Newton rapproche l'estimation de l'expérience, mais il faut aussi l'appliquer à la phase b pour expliquer l'écart.

$t \approx 5{,}6 \times 10^2$ s (environ 9 min) : durée plus longue que les 6 min de la première étude, modèle plus réaliste.



9 · Température de l'eau selon la loi de Newton, avec la lecture de la fin de la phase a

À LA CALCULATRICE



PIÈGE

Utiliser r arrondi à $1{,}5 \times 10^{-3}\ \mathrm{s}^{-1}$ donne $5{,}5 \times 10^2$ s. Garder la valeur complète de r dans la calculatrice.

COMPRENDRE

Pendant la phase b, $T = T_s$: le flux reste à -17 W au lieu de -40 W. Les $1250 \times 40 = 5{,}0 \times 10^4$ J sont alors cédés en près de $3{,}0 \times 10^3$ s, soit 50 min : le total approche l'heure.