La congélation de l'eau

Bac 2021 Centres étrangers Sujet 1 · Exercice 4 **5 points** **Durée conseillée 55 min**

1 Préciser le sens des transferts thermiques entre le système {eau} et l'air du congélateur, puis en déduire le signe de l'énergie Q échangée.

Un transfert thermique se fait spontanément du corps le plus chaud vers le corps le plus froid : ici de l'eau (à $23{,}0\ ^\circ\text{C}$ au départ) vers l'air du congélateur.

Le système {eau} perd donc de l'énergie, comptée négativement d'après la convention de l'énoncé.

Transfert de l'eau vers l'air : $Q < 0$.

PIÈGE
Dire que « le froid entre dans l'eau ». Seule l'énergie se déplace, toujours du chaud vers le froid.

2 Indiquer si le changement d'état de l'eau (phase b) est une transformation endothermique ou exothermique.

Pendant la phase b, l'eau liquide devient solide : c'est une solidification. Le système cède de l'énergie à l'air du congélateur.

La solidification de l'eau est une transformation **exothermique**.

COMPRENDRE
La température reste égale à T_s pendant tout le changement d'état, mais l'eau continue de céder de l'énergie : exothermique ne veut pas dire « dont la température monte ».

3 Donner l'expression de la variation d'énergie interne ΔU du système {eau} pendant la phase a en fonction de ΔT, m et c_{eau}.

L'eau liquide est un système incompressible qui ne change pas d'état pendant la phase a.

$$\Delta U = m\, c_{\text{eau}}\, \Delta T$$

COMPRENDRE
$\Delta T = T_{\text{finale}} - T_{\text{initiale}}$: elle est négative ici, donc $\Delta U < 0$. Un écart de température a la même valeur en kelvins et en degrés Celsius.

4 À l'aide du premier principe de la thermodynamique, montrer que le transfert thermique Q_r échangé par l'eau avec l'air pendant la phase a vaut $-14{,}4$ kJ.

Données utiles $m = 150\ \text{g} = 0{,}150\ \text{kg}$; $c_{\text{eau}} = 4\,185\ \text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$; $T_a = 23{,}0\ ^\circ\text{C}$; $T_s = 0\ ^\circ\text{C}$ (solidification de l'eau à la pression atmosphérique)

Premier principe appliqué au système {eau}, macroscopiquement au repos : $\Delta U = W + Q_r$.

L'eau n'échange aucun travail avec l'extérieur : $W = 0$, donc $Q_r = \Delta U$.

Avec la question 3 : $Q_r = m\, c_{\text{eau}}\, (T_s - T_a)$

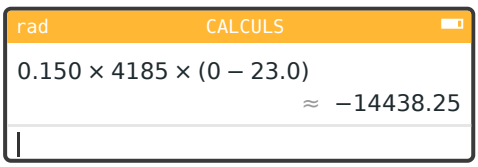
$$Q_r = 0{,}150 \times 4\,185 \times (0 - 23{,}0) = -1{,}44 \times 10^4\ \text{J}$$

$Q_r = -14{,}4\ \text{kJ}$: c'est bien la valeur attendue.

PIÈGE
Laisser la masse en grammes : c_{eau} est donnée par kilogramme. Écrire $T_a - T_s$ donne le mauvais signe.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme m et T_a, les données les moins précises du calcul.

À LA CALCULATRICE



5 Estimer la durée nécessaire pour que cette énergie soit prélevée par le dispositif de refroidissement du congélateur.

Données utiles $P = 40\ \text{W}$; $Q_r = -1{,}44 \times 10^4\ \text{J}$ (Q4)

Le dispositif prélève à l'eau l'énergie $|Q_r|$ avec une puissance P constante : $P = \dfrac{|Q_r|}{\Delta t}$, soit $\Delta t = \dfrac{|Q_r|}{P}$.

$$\Delta t = \frac{1{,}44 \times 10^4}{40} = 3{,}6 \times 10^2\ \text{s}$$

$\Delta t \approx 3{,}6 \times 10^2$ s, soit environ 6 min.

PIÈGE
Garder le signe de Q_r et annoncer une durée négative. Une durée se calcule avec l'énergie prélevée en valeur absolue.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{1.44 \times 10^4}{40}$ ≈ 360

6 Comparer les flux thermiques $\Phi(T_a) = -38$ W et $\Phi(T_s) = -17$ W à la puissance du système de refroidissement, puis discuter de ce qu'apporte ce modèle par rapport à la première estimation.

Données utiles $P = 40\ \text{W}$

Au début du refroidissement, $|\Phi(T_a)| = 38\ \text{W}$: valeur voisine de la puissance $P = 40\ \text{W}$ du dispositif.

À la fin, $|\Phi(T_s)| = 17\ \text{W}$: c'est moins de la moitié de P.

Le premier modèle suppose que l'eau cède $40\ \text{J}$ chaque seconde pendant toute la phase a. Avec la loi de Newton, le flux est proportionnel à l'écart $T - T_{th}$: il diminue à mesure que l'eau refroidit.

Le premier modèle surestime l'énergie cédée par seconde ; la loi de Newton tient compte du ralentissement des échanges, donc prévoit un refroidissement plus long.

COMPRENDRE
Le signe « − » des flux rappelle seulement que l'eau perd de l'énergie. Pour comparer à la puissance du dispositif, on compare les valeurs absolues.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

0.92 × (23.0 + 18.0) ≈ 37.72

0.92 × (0 + 18.0) ≈ 16.56

7 Donner la relation entre le transfert thermique Q échangé entre l'air et l'eau pendant une durée Δt très petite, le flux thermique Φ supposé constant, et Δt.

Le flux thermique est l'énergie échangée par unité de temps.

$Q = \Phi\,\Delta t$, soit $\Phi = \dfrac{Q}{\Delta t}$

COMPRENDRE
Un flux thermique est une puissance : $1\ \text{W} = 1\ \text{J} \cdot \text{s}^{-1}$. La relation n'est valable que si Φ ne varie pas pendant Δt, d'où la durée très petite.

8 Montrer que la température de l'eau vérifie $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = -r\,(T - T_{th})$, exprimer r en fonction de h, S, m et c_{eau}, puis préciser sa valeur et son unité.

Données utiles $h\,S = 0{,}92\ \mathrm{W \cdot K^{-1}}$; $m = 0{,}150\ \mathrm{kg}$; $c_{\text{eau}} = 4\,185\ \mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}}$

Pendant une durée Δt très petite, la température de l'eau varie de ΔT.

Premier principe, sans travail échangé : $\Delta U = Q$, soit $m\,c_{\text{eau}}\,\Delta T = \Phi\,\Delta t$.

Loi de Newton : $\Phi = -h\,S\,(T - T_{th})$, donc

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = -\frac{h\,S}{m\,c_{\text{eau}}}\,(T - T_{th})$$

Quand Δt tend vers 0, $\dfrac{\Delta T}{\Delta t}$ tend vers la dérivée $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}$:

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = -r\,(T - T_{th}) \quad \text{avec} \quad r = \frac{h\,S}{m\,c_{\text{eau}}}$$

$$r = \frac{0{,}92}{0{,}150 \times 4\,185} = 1{,}5 \times 10^{-3}\ \mathrm{s^{-1}}$$

Unité : $\dfrac{\mathrm{W \cdot K^{-1}}}{\mathrm{kg \cdot J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}}} = \dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{J}} = \mathrm{s^{-1}}$, car $1\ \mathrm{W} = 1\ \mathrm{J \cdot s^{-1}}$.

$$\boxed{r = \frac{h\,S}{m\,c_{\text{eau}}} = 1{,}5 \times 10^{-3}\ \mathrm{s^{-1}}}$$

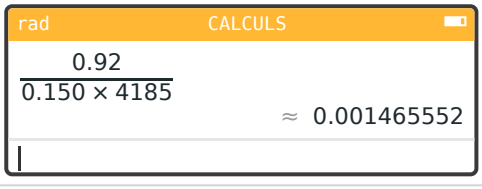
COMPRENDRE

Deux chiffres significatifs, comme $h\,S$. On vérifie l'unité dans l'équation : $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}$ est en $\mathrm{K \cdot s^{-1}}$ et $T - T_{th}$ en K, donc r est en $\mathrm{s^{-1}}$.

MÉTHODE

Pour établir une équation différentielle en thermique : 1) bilan d'énergie sur Δt ; 2) remplacer ΔU et Φ par leurs expressions ; 3) diviser par Δt et passer à la limite.

À LA CALCULATRICE



9 Déduire de la solution $T(t) = (T_a - T_{th})\,\mathrm{e}^{-r\,t} + T_{th}$ une estimation de la durée de la phase a, comparer avec la première étude et conclure.

Données utiles $T_a = 23{,}0\ ^\circ\mathrm{C}$; $T_{th} = -18{,}0\ ^\circ\mathrm{C}$; $T_s = 0\ ^\circ\mathrm{C}$; $r = 1{,}47 \times 10^{-3}\ \mathrm{s}^{-1}$ (Q8, valeur non arrondie)

La phase a se termine à la date t telle que $T(t) = T_s$:

$(T_a - T_{th})\,\mathrm{e}^{-r\,t} + T_{th} = T_s$, donc $\mathrm{e}^{-r\,t} = \dfrac{T_s - T_{th}}{T_a - T_{th}}$

$$t = \frac{1}{r}\ln\left(\frac{T_a - T_{th}}{T_s - T_{th}}\right) = \frac{1}{1{,}47 \times 10^{-3}} \times \ln\left(\frac{23{,}0 + 18{,}0}{0 + 18{,}0}\right) = 5{,}6 \times 10^2\ \mathrm{s}$$

Soit un peu plus de 9 min, contre 6 min avec la première estimation : le refroidissement est environ 1,5 fois plus long.

En ajoutant les 21 min annoncées pour le changement d'état, on obtient environ 30 min, encore loin de l'heure mesurée. La loi de Newton rapproche l'estimation de l'expérience, mais il faut aussi l'appliquer à la phase b pour expliquer l'écart.

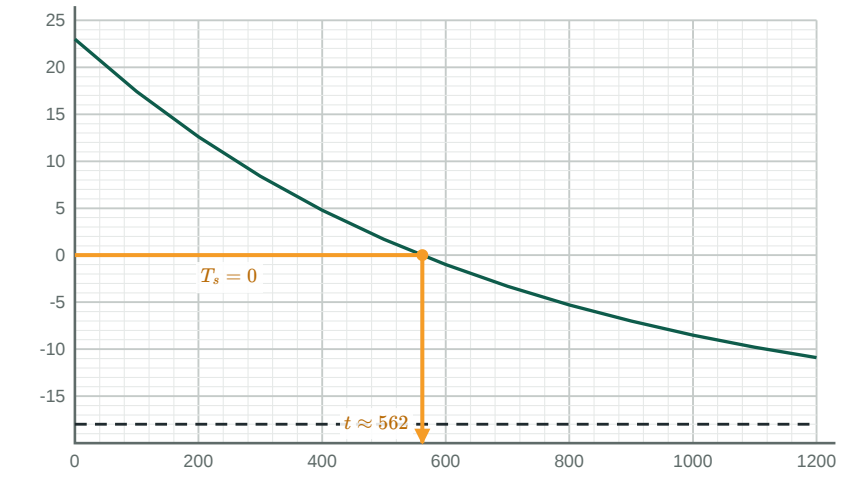
$t \approx 5{,}6 \times 10^2$ s (environ 9 min) : durée plus longue que les 6 min de la première étude, modèle plus réaliste.

PIÈGE

Utiliser r arrondi à $1{,}5 \times 10^{-3}\ \mathrm{s}^{-1}$ donne $5{,}5 \times 10^2$ s. Garder la valeur complète de r dans la calculatrice.

COMPRENDRE

Pendant la phase b, $T = T_s$: le flux reste à -17 W au lieu de -40 W. Les $1250 \times 40 = 5{,}0 \times 10^4$ J sont alors cédés en près de $3{,}0 \times 10^3$ s, soit 50 min : le total approche l'heure.



9 · Température de l'eau selon la loi de Newton, avec la lecture de la fin de la phase a

À LA CALCULATRICE

