Cave à vin

Bac 2021 Asie Sujet 2 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

1 À l'aide du premier principe de la thermodynamique, relier la variation d'énergie interne ΔU du système {vin + bouteille} au transfert thermique Q entre l'air et le système.

Le système {vin + bouteille} est immobile : son énergie mécanique macroscopique ne varie pas. Le premier principe s'écrit donc $\Delta U = W + Q$.

Le système est incompressible : il ne reçoit aucun travail, $W = 0$.

$\boxed{\Delta U = Q}$

COMPRENDRE
Le vin (22 °C) est plus chaud que l'air (13 °C) : il cède de l'énergie. Avec la convention du sujet (positif de l'air vers le système), $Q < 0$, donc l'énergie interne du système diminue.

2 Exprimer le transfert thermique Q pendant une durée très petite Δt en fonction du flux thermique Φ, supposé constant pendant cette durée, et de Δt. Rappeler les unités SI des grandeurs.

Le flux thermique est le transfert thermique par unité de temps : $\Phi = \dfrac{Q}{\Delta t}$.

$\boxed{Q = \Phi \times \Delta t}$, avec Q en joule (J), Φ en watt (W) et Δt en seconde (s).

COMPRENDRE
Un flux thermique est une puissance : $1\ \text{W} = 1\ \text{J} \cdot \text{s}^{-1}$.

3 Exprimer le flux thermique Φ en fonction de la capacité thermique C du système supposé incompressible, de sa variation de température ΔT et de la durée Δt.

Données utiles $\Delta U = C \times \Delta T$; $\Delta U = Q$ (Q1) ; $Q = \Phi \times \Delta t$ (Q2)

On réunit les trois relations : $C \times \Delta T = \Delta U = Q = \Phi \times \Delta t$.

$\boxed{\Phi = C \times \dfrac{\Delta T}{\Delta t}}$

4 En utilisant la loi phénoménologique de Newton et en faisant tendre Δt vers 0, vérifier que $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{1}{\tau}(T - T_{air})$. En déduire l'expression et l'unité de τ.

Données utiles $\Phi = -h \times S \times (T - T_{air})$; $\Phi = C \times \dfrac{\Delta T}{\Delta t}$ (Q3)

Les deux expressions du flux sont égales :

$$C \times \frac{\Delta T}{\Delta t} = -h\,S\,(T - T_{air}) \quad \text{soit} \quad \frac{\Delta T}{\Delta t} = -\frac{h\,S}{C}(T - T_{air})$$

Quand Δt tend vers 0, le quotient $\dfrac{\Delta T}{\Delta t}$ tend vers la dérivée $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}$:

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = -\frac{h\,S}{C}(T - T_{air})$$

On reconnaît la forme demandée, avec $\dfrac{1}{\tau} = \dfrac{h\,S}{C}$.

Unité : $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}$ est en $\text{K} \cdot \text{s}^{-1}$ et $(T - T_{air})$ en K, donc $\dfrac{1}{\tau}$ est en s^{-1}.

$\boxed{\tau = \dfrac{C}{h\,S}}$; τ est un temps, en seconde (s).

COMPRENDRE
La valeur n'est pas demandée, mais elle sert de contrôle : $\tau = \dfrac{3{,}25 \times 10^3}{10 \times 4{,}66 \times 10^{-2}} \approx 7{,}0 \times 10^3$ s, soit près de deux heures.

MÉTHODE
Autre vérification de l'unité : C en $\text{J} \cdot \text{K}^{-1}$ et $h\,S$ en $\text{W} \cdot \text{K}^{-1}$; le quotient est en $\text{J} \cdot \text{W}^{-1}$, c'est-à-dire en seconde.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{3.25 \times 10^3}{10 \times 4.66 \times 10^{-2}} \approx 6974.249$$

5 Retrouver, à l'aide des résultats de la modélisation, les valeurs de T_0 et de T_{air}.

Données utiles $T(t) = (T_0 - T_{air})\, e^{-t/\tau} + T_{air}$; $T(\text{K}) = \theta(^\circ\text{C}) + 273$

À $t = 0$: $T(0) = (T_0 - T_{air}) \times e^0 + T_{air} = T_0$. La courbe part de l'ordonnée 295 K.

Quand t devient très grand, $e^{-t/\tau}$ tend vers 0 et T tend vers T_{air}. La courbe se stabilise sur le palier d'ordonnée 286 K.

En degrés Celsius : $295 - 273 = 22$ °C et $286 - 273 = 13$ °C, ce qui correspond bien aux températures annoncées.

$T_0 = 295$ K (22 °C) et $T_{air} = 286$ K (13 °C)

PIÈGE
Se contenter de lire deux valeurs sans dire pourquoi. Il faut relier chaque lecture au modèle : T_0 est l'ordonnée à l'origine, T_{air} la limite aux temps longs (asymptote horizontale).

6 Estimer graphiquement au bout de combien de temps le vin pourra être servi à la température souhaitée (à 0,5 degré près).

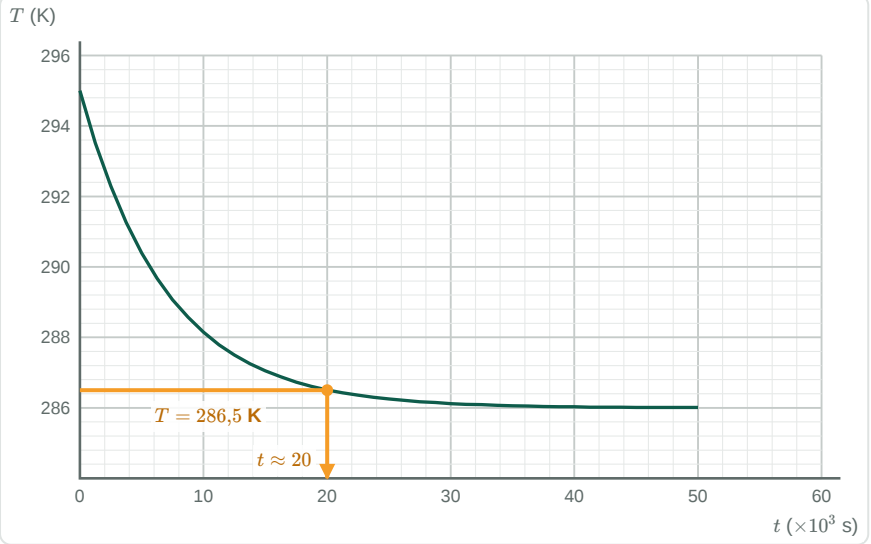
Données utiles $T_{air} = 286$ K (Q5)

Le vin se refroidit vers 286 K sans descendre en dessous. Il est à la bonne température à 0,5 degré près dès que $T = 286 + 0{,}5 = 286{,}5$ K.

On trace l'horizontale d'ordonnée 286,5 K : elle coupe la courbe au point d'abscisse $t \approx 20\,000$ s.

En heures : $\dfrac{20\,000}{3600} \approx 5{,}6$ h.

$t \approx 2{,}0 \times 10^4$ s, soit environ 5 h 30 min



6 · Courbe du sujet, avec la lecture à $T = 286{,}5$ K

PIÈGE
Chercher l'instant où T vaut exactement 286 K : le modèle exponentiel n'atteint jamais sa limite, d'où la tolérance de 0,5 degré.

COMPRENDRE
Une lecture graphique donne deux chiffres significatifs au mieux. Cette durée vaut environ 3τ : après trois constantes de temps, il ne reste que 5 % de l'écart initial de 9 K.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{20\,000}{3600} \approx 5.555556$$

7 Montrer que le niveau sonore total émis par les deux caves à vin, à 1,0 m de celles-ci et sans la cloison, serait de 45 dB.

Données utiles $L = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right)$; $I_0 = 1{,}0 \times 10^{-12}$ W · m^{-2} ; $L_1 = 42$ dB pour une cave

Intensité sonore due à une seule cave : $I_1 = I_0 \times 10^{L_1/10}$

$$I_1 = 1{,}0 \times 10^{-12} \times 10^{4{,}2} = 1{,}58 \times 10^{-8}\ \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$$

Les intensités sonores s'additionnent, pas les niveaux : $I_{tot} = 2\,I_1 = 3{,}17 \times 10^{-8}$ W · m^{-2}.

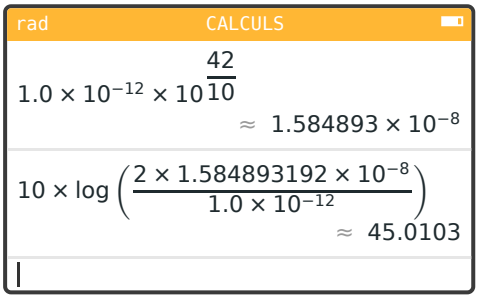
$$L_{tot} = 10\log\left(\frac{I_{tot}}{I_0}\right) = 10\log\left(\frac{3{,}17 \times 10^{-8}}{1{,}0 \times 10^{-12}}\right) = 45{,}0\ \text{dB}$$

$L_{tot} = 45$ dB : c'est bien la valeur attendue.

PIÈGE
Additionner les niveaux : $42 + 42 = 84$ dB est faux. Seules les intensités I s'ajoutent.

MÉTHODE
Doubler l'intensité ajoute toujours $10\log 2 \approx 3$ dB au niveau, quelle que soit la valeur de départ : $42 + 3 = 45$ dB. Ce raccourci permet de contrôler le calcul.

À LA CALCULATRICE



8 Le signal sonore émis par les deux caves serait-il audible par les clients placés derrière la cloison ? Justifier.

Données utiles $L_{tot} = 45$ dB (Q7) ; $f \approx 200$ Hz ; tableau : $A = 25$ dB à 200 Hz ; courbe du seuil d'audibilité

L'atténuation est $A = L_i - L_t$. Le son incident sur la cloison a pour niveau $L_i = 45$ dB et, à 200 Hz, $A = 25$ dB.

Niveau du son transmis : $L_t = L_i - A = 45 - 25 = 20$ dB.

Sur la courbe du seuil d'audibilité, à 200 Hz, le niveau minimal audible est d'environ 15 dB.

$L_t = 20\ \text{dB} > 15\ \text{dB}$: le son des deux caves est audible derrière la cloison.

PIÈGE
Comparer 20 dB à 0 dB. Le seuil d'audibilité dépend de la fréquence : il se lit sur la courbe, à 200 Hz, sur un axe horizontal logarithmique.

COMPRENDRE
L'écart avec le seuil est faible (5 dB) : dans une salle de restaurant, le bruit ambiant couvrira très probablement ce son.