Corrigé complet — Bac 2022 Polynésie Jour 2

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Le sel d'oseille** Acide et base de Brönsted · Schéma de Lewis · Acide fort, acide faible · Constante d'acidité et diagramme de distribution · Titrage pH-métrique · Incertitude-type	10 pts	1 h 45	19 questions	p. 2
Ex 2	**Un capteur capacitif** Loi des mailles · Loi d'Ohm · Charge d'un dipôle RC · Équation différentielle du premier ordre · Temps caractéristique · Capacité d'un condensateur plan	5 pts	53 min	11 questions	p. 9
Ex 3	**La planète Mercure** Lois de Kepler · Orbite elliptique · Deuxième loi de Newton · Force gravitationnelle · Mouvement d'un satellite	5 pts	53 min	8 questions	p. 12
Ex 4	**Nos oreilles on y tient !** Intensité sonore · Niveau d'intensité sonore · Atténuation géométrique · Atténuation par absorption · Incertitude-type · Z-score	5 pts	53 min	8 questions	p. 17

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Le sel d'oseille

Bac 2022 Polynésie Jour 2 · Exercice 1 **10 points** **Durée conseillée 1 h 45**

1.1 Définir une espèce acide selon Brönsted, puis justifier le terme « diacide » pour l'acide oxalique.

Un acide de Brönsted est une espèce susceptible de céder un ion hydrogène H^+.

La molécule d'acide oxalique possède deux groupes carboxyle $-COOH$: elle peut céder successivement deux ions H^+.

L'acide oxalique peut céder deux ions H^+ : c'est un **diacide**.

PIÈGE
Les hydrogènes doivent être cédés par l'espèce. Écrire « un acide contient des atomes H » ne suffit pas : le méthane en contient quatre et n'est pas un acide.

1.2 Représenter le schéma de Lewis de l'acide oxalique et celui d'une de ses deux autres formes acido-basiques. Justifier le caractère acide des atomes d'hydrogène.

Données utiles électronégativités : $\chi(C) = 2{,}55$; $\chi(O) = 3{,}44$; $\chi(H) = 2{,}20$

Schémas de Lewis : voir la figure. Chaque atome d'oxygène porte deux doublets non liants ; dans l'ion, l'oxygène qui a perdu son hydrogène en porte trois, avec une charge négative.

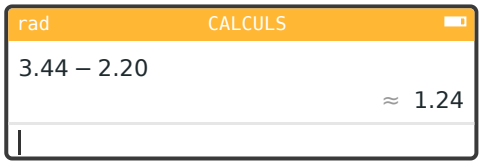
Les deux atomes d'hydrogène sont liés à un atome d'oxygène, nettement plus électronégatif : $3{,}44 - 2{,}20 = 1{,}24$. La liaison $O-H$ est donc fortement polarisée : l'oxygène attire le doublet liant et l'hydrogène porte une charge partielle positive.

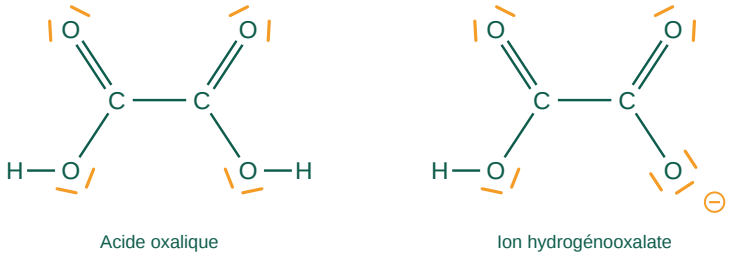
La liaison $O-H$ polarisée peut se rompre en laissant le doublet à l'oxygène : l'hydrogène part sous forme d'ion H^+.

PIÈGE
Oublier la charge de l'ion, ou la placer sur un carbone. Elle se met sur l'oxygène qui porte trois doublets non liants.

COMPRENDRE
Vérification du schéma : $2 \times 4 + 4 \times 6 + 2 \times 1 = 34$ électrons de valence, soit 17 doublets (9 liants, 8 non liants). L'ion en compte toujours 17 : 8 liants et 9 non liants.

À LA CALCULATRICE





Acide oxalique — Ion hydrogénooxalate

1.2 · Schémas de Lewis : doublets non liants et charge en orange

1.3 Donner les deux couples acide/base associés à l'acide oxalique, puis la particularité de l'espèce présente dans les deux couples.

Premier couple : $H_2C_2O_4/HC_2O_4^-$. Second couple : $HC_2O_4^-/C_2O_4^{2-}$.

L'ion $HC_2O_4^-$ figure dans les deux : il est base dans le premier, acide dans le second.

$HC_2O_4^-$ est une espèce **amphotère** (ou ampholyte).

MÉTHODE
Un couple s'écrit toujours acide/base, et les deux formes ne diffèrent que d'un seul H^+. Le couple $H_2C_2O_4/C_2O_4^{2-}$ n'existe donc pas.

1.4 Écrire l'équation de la réaction entre l'acide oxalique AH_2 et l'eau, dans l'hypothèse d'un diacide fort.

Un acide fort réagit totalement avec l'eau (flèche simple) et un diacide cède ses deux ions H^+, captés par deux molécules d'eau.

$$AH_2\,(aq) + 2\,H_2O\,(l) \longrightarrow A^{2-}\,(aq) + 2\,H_3O^+\,(aq)$$

PIÈGE
Mettre une double flèche : elle est réservée aux transformations non totales, donc aux acides faibles.

1.5 En déduire que, dans cette hypothèse, $[H_3O^+] = 1{,}00 \times 10^{-1}\ mol \cdot L^{-1}$.

Données utiles $C_0 = 5{,}00 \times 10^{-2}\ mol \cdot L^{-1}$

Pour un volume V de solution :

	AH_2	$2\,H_2O$	A^{2-}	$2\,H_3O^+$
État initial	C_0V	solvant	0	0
État final (x_{max})	$C_0V - x_{max}$	solvant	x_{max}	$2\,x_{max}$

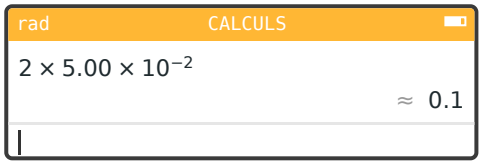
La transformation est totale et AH_2 est le réactif limitant : $C_0V - x_{max} = 0$, soit $x_{max} = C_0V$.

$$[H_3O^+] = \frac{2\,x_{max}}{V} = 2\,C_0 = 2 \times 5{,}00 \times 10^{-2}$$

$[H_3O^+] = 1{,}00 \times 10^{-1}\ mol \cdot L^{-1}$: c'est la valeur attendue.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme C_0. Le facteur 2 est un nombre stœchiométrique : il est exact et ne limite pas la précision.

À LA CALCULATRICE



1.6 Calculer le pH théorique de la solution, puis justifier que l'hypothèse du diacide fort n'est pas valide.

Données utiles $[H_3O^+] = 1{,}00 \times 10^{-1}\ mol \cdot L^{-1}$ (1.5) ; $c^\circ = 1{,}0\ mol \cdot L^{-1}$; $pH_{exp} = 1{,}47$

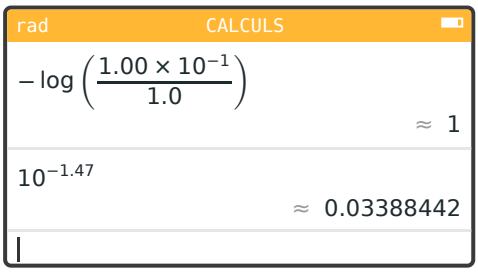
$$pH = -\log\left(\frac{[H_3O^+]}{c^\circ}\right) = -\log\left(\frac{1{,}00 \times 10^{-1}}{1{,}0}\right) = 1{,}00$$

Le pH mesuré, 1,47, est nettement supérieur : la solution réelle contient moins d'ions oxonium que ne le prévoit le modèle. L'acide oxalique n'a donc pas cédé tous ses ions H^+.

$pH_{th} = 1{,}00 \neq pH_{exp} = 1{,}47$: l'acide oxalique n'est pas un diacide fort.

COMPRENDRE
Plus le pH est élevé, moins il y a d'ions H_3O^+. Ici $[H_3O^+]_{exp} = 10^{-1{,}47} = 3{,}4 \times 10^{-2}\ mol \cdot L^{-1}$, environ trois fois moins que prévu.

À LA CALCULATRICE



2.1 Écrire l'équation de la réaction de l'espèce AH^- avec l'eau, associée à la deuxième acidité.

AH^- joue le rôle d'acide : il cède un ion H^+ à l'eau. La transformation est limitée.

$$AH^-\,(aq) + H_2O\,(l) \rightleftharpoons A^{2-}\,(aq) + H_3O^+\,(aq)$$

PIÈGE
Écrire A^- au lieu de A^{2-} : la charge doit se conserver (-1 de chaque côté).

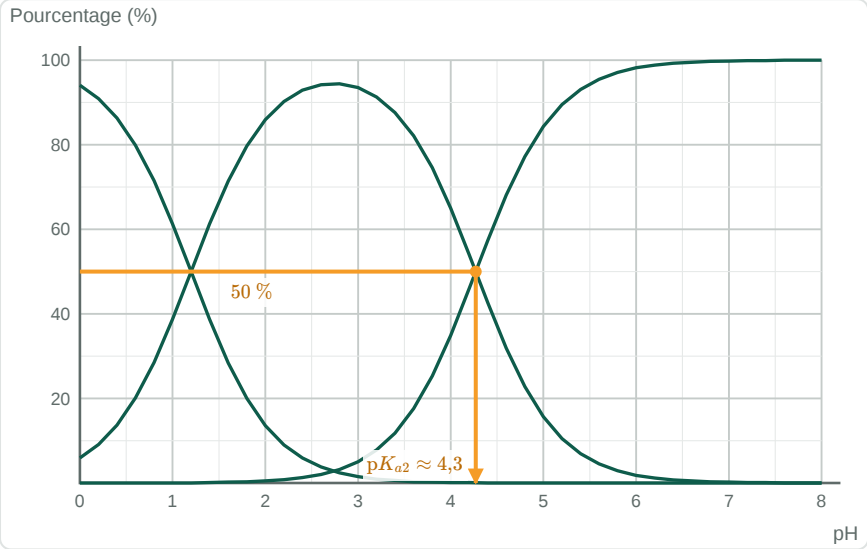
2.2 À l'aide de la figure 1, déterminer le $\mathrm{p}K_a$ de la deuxième acidité de l'acide oxalique.

Pour le couple $\mathrm{AH^-}/\mathrm{A^{2-}}$: $\mathrm{pH} = \mathrm{p}K_{a2} + \log\left(\dfrac{[\mathrm{A^{2-}}]}{[\mathrm{AH^-}]}\right)$.

Lorsque les deux espèces sont en même proportion ($50\ \%$ chacune), le logarithme est nul et $\mathrm{pH} = \mathrm{p}K_{a2}$. On lit donc l'abscisse du point où les courbes de $\mathrm{AH^-}$ et de $\mathrm{A^{2-}}$ se coupent.

$\mathrm{p}K_{a2} \approx 4{,}3$

MÉTHODE
Sur un diagramme de distribution, chaque croisement de deux courbes donne un $\mathrm{p}K_a$. Le premier croisement, vers $\mathrm{pH} = 1{,}2$, redonne bien le $\mathrm{p}K_{a1}$ de l'énoncé.



2.2 · Figure 1 du sujet : $\mathrm{AH_2}$ décroît, $\mathrm{AH^-}$ passe par un maximum, $\mathrm{A^{2-}}$ croît

2.3 À l'aide de la figure 1 et du pH réel de la solution, donner le pourcentage approximatif de chaque espèce, puis justifier que l'acide oxalique se comporte comme un monoacide.

Données utiles $\mathrm{pH}_{exp} = 1{,}47$

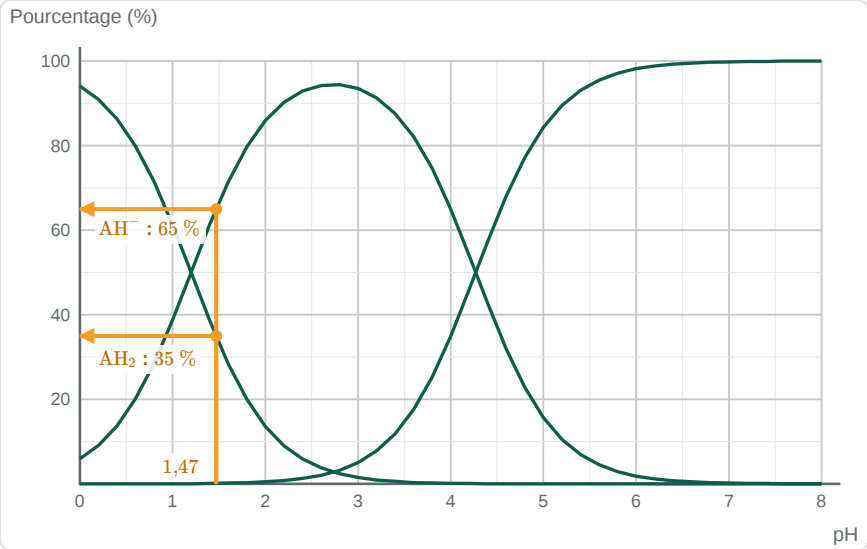
À $\mathrm{pH} = 1{,}47$, on lit sur la figure 1 :

- $\mathrm{AH_2}$: environ $35\ \%$;
- $\mathrm{AH^-}$: environ $65\ \%$;
- $\mathrm{A^{2-}}$: environ $0\ \%$.

L'ion $\mathrm{A^{2-}}$ est pratiquement absent : la deuxième acidité n'intervient pas, seule la première réaction ($\mathrm{AH_2}$ donne $\mathrm{AH^-}$) a lieu.

$35\ \%$ de $\mathrm{AH_2}$, $65\ \%$ de $\mathrm{AH^-}$, $0\ \%$ de $\mathrm{A^{2-}}$: l'acide oxalique ne cède qu'un seul $\mathrm{H^+}$, comme un **monoacide**.

COMPRENDRE
La somme des trois pourcentages doit faire $100\ \%$: c'est un bon contrôle de lecture. Des valeurs voisines (un tiers, deux tiers) sont acceptées, la lecture étant approximative.



2.3 · Lecture de la figure 1 à $\mathrm{pH} = 1{,}47$

2.4 À partir de l'équation de la première acidité, exprimer la constante d'acidité K_{a1} en fonction des concentrations à l'équilibre.

K_{a1} est la constante d'équilibre de la réaction $\mathrm{AH_2\,(aq) + H_2O\,(l) \rightleftharpoons AH^-\,(aq) + H_3O^+\,(aq)}$; l'eau, solvant, n'y figure pas.

$$K_{a1} = \frac{[\mathrm{AH^-}]_{eq} \times [\mathrm{H_3O^+}]_{eq}}{[\mathrm{AH_2}]_{eq} \times c^\circ}$$

COMPRENDRE
La concentration standard $c^\circ = 1\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$ rend K_{a1} sans unité. Elle est souvent sous-entendue : c'est le cas dans l'équation de la question suivante.

2.5 Justifier que $h = [\mathrm{H_3O^+}]_{eq}$ vérifie l'équation $h^2 + K_{a1}\,h - K_{a1}\,C_0 = 0$.

Pour un volume V de solution :

	$\mathrm{AH_2}$	$\mathrm{H_2O}$	$\mathrm{AH^-}$	$\mathrm{H_3O^+}$
État initial	$C_0 V$	solvant	0	0
Équilibre (x_{eq})	$C_0 V - x_{eq}$	solvant	x_{eq}	x_{eq}

En divisant par V : $[\mathrm{AH^-}]_{eq} = [\mathrm{H_3O^+}]_{eq} = \dfrac{x_{eq}}{V} = h$ et $[\mathrm{AH_2}]_{eq} = C_0 - h$.

On reporte dans l'expression de la question 2.4, avec $c^\circ = 1\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$:

$$K_{a1} = \frac{h \times h}{C_0 - h} \quad \text{donc} \quad h^2 = K_{a1}\,(C_0 - h) = K_{a1}\,C_0 - K_{a1}\,h$$

$$h^2 + K_{a1}\,h - K_{a1}\,C_0 = 0$$

PIÈGE
Écrire $[\mathrm{AH_2}]_{eq} = C_0$: l'approximation n'est pas permise ici, car une grande partie de l'acide a réagi. C'est le terme $C_0 - h$ qui fait apparaître $K_{a1}\,h$.

2.6 Compléter la ligne 4 du code Python pour que le programme calcule la constante d'acidité K_{a1}.

Par définition, $\mathrm{p}K_{a1} = -\log K_{a1}$, donc $K_{a1} = 10^{-\mathrm{p}K_{a1}}$. La variable saisie à la ligne 2 s'appelle `pKa1`.

Remarque : la ligne 12 du sujet comporte une coquille. Il faut y lire `math.sqrt(Delta)` et non `sqrt (Delta)`, sans quoi le calcul de h échoue.

Ligne 4 : `Ka1=10**(-pKa1)`

COMPRENDRE
Avec `import math`, une fonction s'appelle avec le préfixe `math.`, comme `math.log10` à la ligne 14. Tel qu'il est imprimé, le programme s'arrête à la ligne 12.

2.7 À l'aide du résultat calculé par Python et des données, justifier que l'acide oxalique se comporte bien comme un monoacide faible.

Données utiles résultat du code : $h = 3{,}29 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$, $\text{pH} = 1{,}48$; $\text{pH}_{exp} = 1{,}47$; $C_0 = 5{,}00 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

Le modèle du monoacide donne $\text{pH}_{th} = 1{,}48$, très proche de la valeur mesurée $1{,}47$: il décrit correctement la solution.

De plus $h < C_0$: le taux d'avancement final vaut

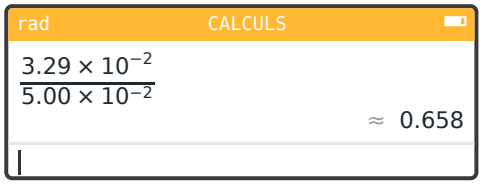
$$\tau = \frac{h}{C_0} = \frac{3{,}29 \times 10^{-2}}{5{,}00 \times 10^{-2}} = 0{,}658 < 1$$

La réaction avec l'eau n'est pas totale : l'acide est faible.

$\text{pH}_{th} = 1{,}48 \approx \text{pH}_{exp} = 1{,}47$ et $\tau \approx 66\ \% < 100\ \%$: monoacide faible.

COMPRENDRE
Ce taux de $66\ \%$ est cohérent avec la lecture de la question 2.3 : environ $65\ \%$ de l'acide est sous la forme AH^-.

À LA CALCULATRICE



3.1 Calculer la concentration en masse C_m de la solution fabriquée, accompagnée de son incertitude-type $u(C_m)$.

Données utiles $m = 0{,}27$ g ; $u(m) = 0{,}01$ g ; $V = 100{,}0$ mL ; $u(V) = 0{,}1$ mL

Concentration en masse, avec $V = 100{,}0 \times 10^{-3}$ L :

$$C_m = \frac{m}{V} = \frac{0{,}27}{100{,}0 \times 10^{-3}} = 2{,}7\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$$

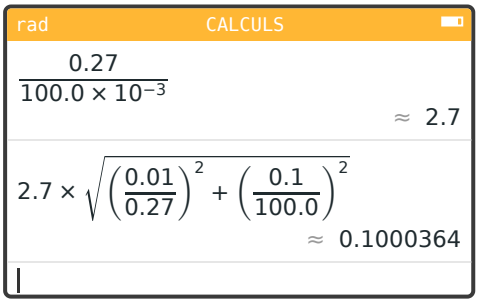
Incertitude-type composée d'un quotient : $u(C_m) = C_m \sqrt{\left(\frac{u(m)}{m}\right)^2 + \left(\frac{u(V)}{V}\right)^2}$

$$u(C_m) = 2{,}7 \times \sqrt{\left(\frac{0{,}01}{0{,}27}\right)^2 + \left(\frac{0{,}1}{100{,}0}\right)^2} = 0{,}1\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$$

$C_m = 2{,}7\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$ avec $u(C_m) = 0{,}1\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$

COMPRENDRE
L'incertitude-type s'écrit avec un seul chiffre significatif et le résultat s'arrête au même rang : ici le dixième. La pesée ($3{,}7\ \%$) pèse bien plus que la fiole ($0{,}1\ \%$).

À LA CALCULATRICE



3.2 Justifier le coefficient 2 devant l'ion hydroxyde dans l'équation support du titrage.

L'acide oxalique est un diacide : chaque molécule cède deux ions H^+. Un ion hydroxyde HO^- n'en capte qu'un seul, pour former une molécule d'eau.

Il faut deux ions HO^- par molécule de $\text{C}_2\text{H}_2\text{O}_4$: le coefficient 2 assure la conservation des éléments et de la charge (-2 de chaque côté).

3.3 Donner une caractéristique indispensable de la transformation chimique pour qu'elle puisse servir de support à un titrage direct.

La réaction support doit consommer entièrement l'espèce titrée à chaque ajout de solution titrante, jusqu'à l'équivalence.

La transformation doit être **totale** (elle doit aussi être rapide et unique).

COMPRENDRE
Rapide, pour que le pH se stabilise aussitôt après chaque ajout. Unique, pour que les ions HO^- ne réagissent qu'avec l'acide titré.

3.4 Définir l'équivalence, puis donner la relation entre les quantités de matière des espèces titrée et titrante à l'équivalence.

L'équivalence est l'état du système pour lequel les réactifs titré et titrant ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de la réaction support : ils sont alors tous deux entièrement consommés.

D'après l'équation $C_2H_2O_4 + 2\,HO^- \longrightarrow C_2O_4^{2-} + 2\,H_2O$:

$\frac{n_{\text{titrée}}}{1} = \frac{n_{\text{titrante}}}{2}$, soit $n_{\text{titrante}} = 2\,n_{\text{titrée}}$

PIÈGE
Écrire $n_{\text{titrée}} = n_{\text{titrante}}$ par habitude, ou placer le 2 du mauvais côté. Il faut deux fois plus d'ions HO^- que d'acide.

3.5 Proposer un indicateur coloré convenable et le changement de couleur à l'équivalence dans le cas d'un titrage colorimétrique.

Données utiles zones de virage : bleu de bromothymol 6,0 – 7,6 ; rouge de crésol 7,2 – 8,8 (jaune, puis rouge) ; phénolphtaléine 8,2 – 10 (incolore, puis rose) ; hélianthine 3,1 – 4,4

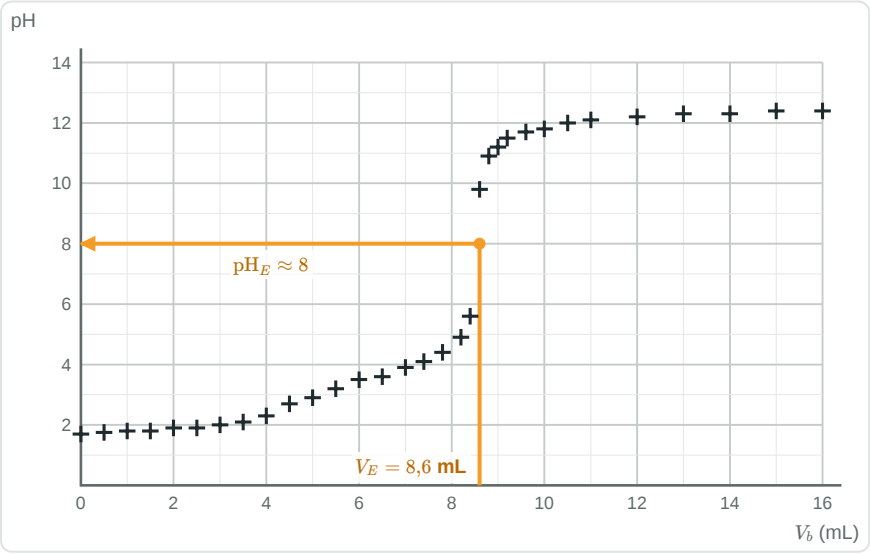
Un indicateur convient si pH_E se trouve dans sa zone de virage.

Sur la figure 3, le pic de la dérivée donne $V_E = 8{,}6$ mL. Le saut de pH y est presque vertical, d'environ 6 à 11 ; son milieu donne $pH_E \approx 8$. Cette valeur appartient à la zone de virage du rouge de crésol (7,2 – 8,8).

La solution est acide avant l'équivalence, basique après.

Rouge de crésol : la solution passe du jaune au rouge à l'équivalence.

COMPRENDRE
La phénolphtaléine (incolore, puis rose) est aussi acceptable : sa zone de virage, 8,2 – 10, est entièrement dans le saut de pH. L'hélianthine virerait bien avant l'équivalence, vers 6 mL.



3.5 · Allure de la figure 3 : l'équivalence est au milieu du saut de pH, là où $\frac{dpH}{dV_b}$ est maximale

3.6 À l'aide de la figure 3, déterminer la concentration en quantité de matière en acide oxalique, puis justifier si le solide initial est dihydraté ou non.

Données utiles prise d'essai $V_A = 20{,}0$ mL ; $[\mathrm{HO^-}] = 0{,}10\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$; $V_E = 8{,}6$ mL (3.5) ; $C_m = 2{,}7 \pm 0{,}1\ \mathrm{g \cdot L^{-1}}$ (3.1) ; $M_{\text{pur}} = 90{,}0\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$; $M_{\text{dihydraté}} = 126\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$

À l'équivalence (3.4) : $n(\mathrm{C_2H_2O_4}) = \dfrac{n_E(\mathrm{HO^-})}{2}$, soit $C \times V_A = \dfrac{[\mathrm{HO^-}] \times V_E}{2}$.

$$C = \frac{[\mathrm{HO^-}] \times V_E}{2\,V_A} = \frac{0{,}10 \times 8{,}6}{2 \times 20{,}0} = 2{,}2 \times 10^{-2}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$$

Concentration en masse correspondante, $C \times M$, avec la valeur non arrondie de C :

- solide pur : $2{,}15 \times 10^{-2} \times 90{,}0 = 1{,}9\ \mathrm{g \cdot L^{-1}}$;
- solide dihydraté : $2{,}15 \times 10^{-2} \times 126 = 2{,}7\ \mathrm{g \cdot L^{-1}}$.

La solution a été préparée à $C_m = 2{,}7\ \mathrm{g \cdot L^{-1}}$ avec $u(C_m) = 0{,}1\ \mathrm{g \cdot L^{-1}}$. La valeur du solide pur s'en écarte de $\dfrac{2{,}7 - 1{,}9}{0{,}1} \approx 8$ incertitudes-types : elle est incompatible. Celle du solide dihydraté coïncide.

$C = 2{,}2 \times 10^{-2}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$; le solide est de l'acide oxalique **dihydraté**.

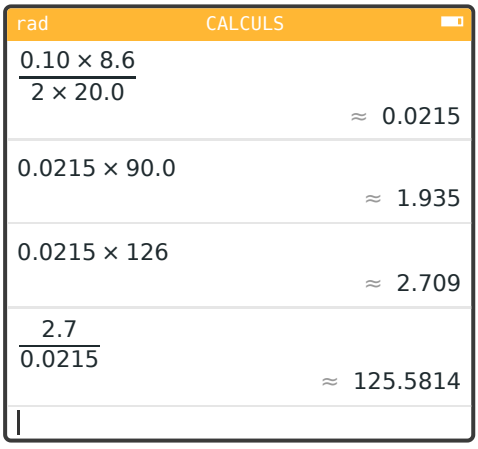
PIÈGE

Deux volumes s'appellent V dans le sujet : la fiole (100,0 mL) et la prise d'essai (20,0 mL). C'est la prise d'essai qui intervient dans la relation à l'équivalence.

MÉTHODE

Autre démarche possible : calculer la masse molaire du solide, $M = \dfrac{C_m}{C} = \dfrac{2{,}7}{2{,}15 \times 10^{-2}} \approx 126\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$, puis la comparer aux deux valeurs du tableau.

À LA CALCULATRICE



Un capteur capacitif

Bac 2022 Polynésie Jour 2 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

1 Établir une relation entre les trois tensions électriques à l'aide de la loi des mailles, une fois l'interrupteur fermé.

Interrupteur fermé, la tension à ses bornes est nulle. En parcourant la maille, la flèche de E est rencontrée dans un sens, celles de u_R et u_C dans l'autre : $E - u_R - u_C = 0$.

$$E = u_R + u_C$$

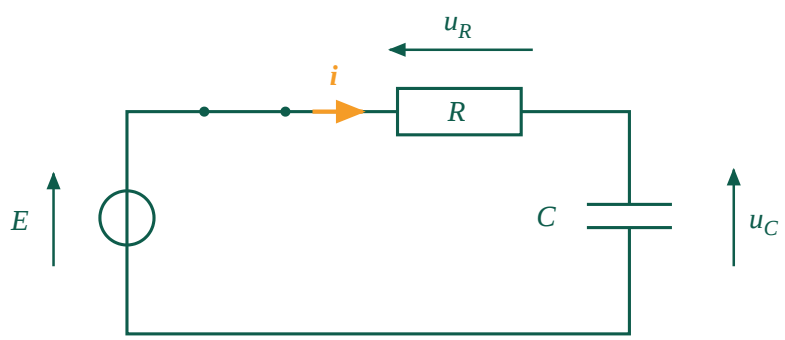
MÉTHODE
Choisir un sens de parcours de la maille : une tension dont la flèche va dans ce sens est comptée « $+$ », sinon « $-$ ». La somme est nulle.

2 Écrire l'expression traduisant la loi d'Ohm pour le conducteur ohmique de résistance R.

Le courant i sort de la borne positive du générateur : il traverse le conducteur ohmique dans le sens opposé à la flèche de u_R (convention récepteur).

$$u_R = R\,i$$

PIÈGE
Sans orientation de i, la relation n'a pas de sens. Avec i et u_R fléchés dans le même sens, il faudrait écrire $u_R = -R\,i$.



2 · Figure 1, interrupteur fermé : le courant i (en orange) sort de la borne positive du générateur

3 Écrire l'expression reliant le courant d'intensité i, la tension u_C et la capacité C du condensateur.

L'armature par laquelle arrive le courant porte la charge $q = C\,u_C$, et l'intensité est le débit de charge : $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$. Comme C est constante :

$$i = C\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

COMPRENDRE
Cette relation vaut en convention récepteur, flèche de u_C opposée au sens de i : c'est le cas sur la figure 1.

4 En déduire que l'équation différentielle vérifiée par u_C s'écrit $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \dfrac{u_C}{RC} = \dfrac{E}{RC}$.

Données utiles $E = u_R + u_C$ (Q1) ; $u_R = R\,i$ (Q2) ; $i = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ (Q3)

On remplace i dans la loi d'Ohm : $u_R = RC\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$.

La loi des mailles devient : $RC\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = E$.

On divise chaque terme par RC :

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC}$$

MÉTHODE
Toujours le même enchaînement pour un circuit RC : loi des mailles, loi d'Ohm, relation du condensateur, puis on isole la dérivée en divisant par RC.

5 Vérifier que la solution est de la forme $u_C = E\left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}\right)$.

On dérive la fonction proposée : $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = E \times \dfrac{1}{RC}\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}} = \dfrac{E}{RC}\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}$.

On calcule le membre de gauche de l'équation :

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC}\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}} + \frac{E}{RC} - \frac{E}{RC}\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}} = \frac{E}{RC}$$

On retrouve le membre de droite. De plus $u_C(0) = E\,(1-1) = 0$: le condensateur est bien déchargé à $t = 0$.

$u_C = E\left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}\right)$ vérifie l'équation différentielle et la condition initiale.

PIÈGE
La dérivée de $\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}$ est $-\dfrac{1}{RC}\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}$: les deux signes « $-$ » se compensent. Une erreur de signe ici empêche les exponentielles de s'éliminer.

MÉTHODE
« Vérifier » ne demande pas de résoudre : on dérive, on reporte dans le membre de gauche, on constate l'égalité. On contrôle aussi la valeur à $t = 0$.

6 Déterminer graphiquement la valeur du temps caractéristique τ.

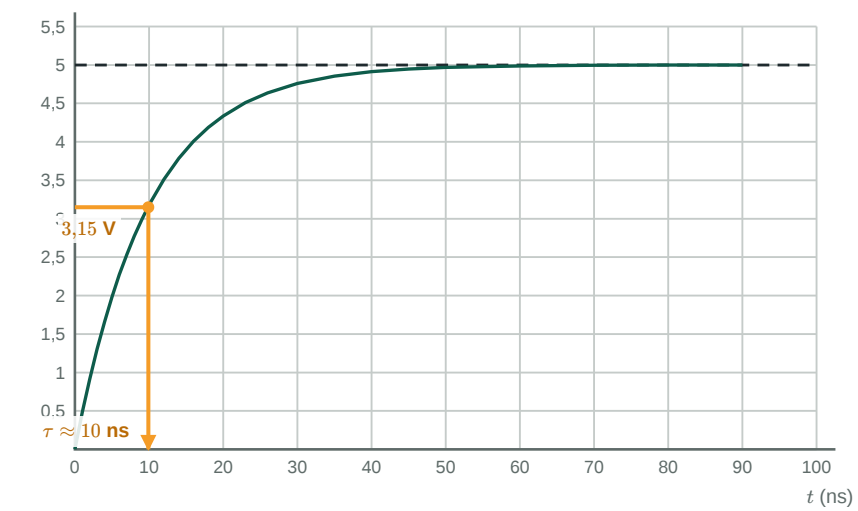
Données utiles figure 2 ; τ : durée nécessaire pour atteindre 63 % de la tension finale

Sur la figure 2, la tension finale (asymptote horizontale) vaut $5{,}0$ V.

$0{,}63 \times 5{,}0 = 3{,}15$ V, soit un peu plus de $3{,}1$ V.

La courbe atteint cette valeur à la date $t \approx 10$ ns.

$\tau \approx 10$ ns

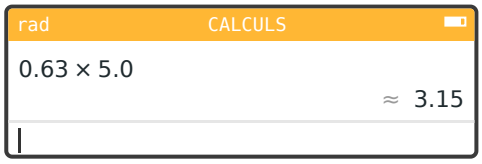


6 · Figure 2 du sujet, avec la lecture de τ à 63 % de la tension finale

PIÈGE
Prendre 63 % de la hauteur de l'axe (5,5 V) au lieu de 63 % de la tension finale lue sur le palier (5,0 V).

COMPRENDRE
Une lecture graphique donne au mieux deux chiffres significatifs. Toute valeur de 9 à 10 ns, justifiée par un tracé soigné, est recevable.

À LA CALCULATRICE



7 Écrire l'expression reliant le temps caractéristique τ, la résistance R et la capacité C.

$\tau = RC$

COMPRENDRE
Cohérence avec la question 5 : à $t = RC$, $u_C = E\,(1 - \mathrm{e}^{-1}) \approx 0{,}63\,E$. C'est bien la définition donnée par le sujet.

8 En déduire la valeur de la capacité C du condensateur.

Données utiles $R = 330\ \Omega$; $\tau \approx 10$ ns (Q6) ; $1\ \text{ns} = 10^{-9}$ s

$\tau = RC$ donc $C = \dfrac{\tau}{R}$

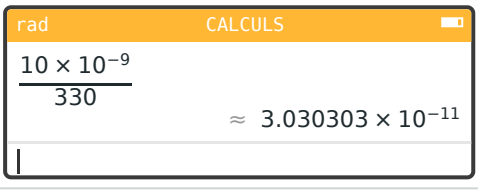
$$C = \frac{10 \times 10^{-9}}{330} = 3{,}0 \times 10^{-11}\ \text{F}$$

$C = 3{,}0 \times 10^{-11}$ F, soit 30 pF

PIÈGE
Laisser τ en nanosecondes : le résultat serait un milliard de fois trop grand. Il faut des secondes pour obtenir des farads.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme τ. Une capacité de quelques dizaines de picofarads est faible mais courante pour un petit condensateur.

À LA CALCULATRICE



9 Sachant que la capacité s'exprime en farad, déterminer l'unité légale de la permittivité ε.

Données utiles $C = \dfrac{\varepsilon \times S}{d}$

On isole la permittivité : $\varepsilon = \dfrac{C \times d}{S}$, où C est en farad, d en mètre et S en mètre carré.

L'unité de ε est donc $\dfrac{\text{F} \times \text{m}}{\text{m}^2} = \dfrac{\text{F}}{\text{m}}$.

ε s'exprime en $\text{F} \cdot \text{m}^{-1}$ (farad par mètre).

MÉTHODE
Pour trouver une unité : isoler la grandeur, remplacer chaque grandeur par son unité, puis simplifier comme dans un calcul littéral.

10 On rapproche l'armature mobile de l'armature fixe. Décrire l'évolution de la capacité C.

Rapprocher les armatures diminue la distance d. Dans $C = \dfrac{\varepsilon \times S}{d}$, ε et S sont constantes et d est au dénominateur : C est inversement proportionnelle à d.

Quand on rapproche les armatures, la capacité C **augmente**.

11 Expliquer comment utiliser le montage de la figure 4 pour contrôler l'épaisseur de colle.

Les plaques A et B séparées par la colle forment un condensateur plan dont l'épaisseur de colle est la distance d entre les armatures.

- On ferme l'interrupteur et on enregistre $u_C(t)$ pendant la charge.
- On lit le temps caractéristique τ à 63 % de la tension finale, comme à la question 6.
- La résistance R étant connue, on calcule $C = \dfrac{\tau}{R}$.
- Connaissant ε et la surface S des plaques, on en déduit l'épaisseur.

$d = \dfrac{\varepsilon \times S}{C} = \dfrac{\varepsilon \times S \times R}{\tau}$: on compare cette valeur à l'épaisseur voulue.

PIÈGE
Se contenter de « on mesure C » ne rapporte pas tous les points : il faut dire comment (charge, τ, R) et relier C à l'épaisseur.

COMPRENDRE
Trop de colle : d plus grande, C plus petite, charge plus rapide (τ plus court). Pas assez de colle : τ plus long. La seule mesure de τ suffit donc au contrôle.

La planète Mercure

Bac 2022 Polynésie Jour 2 · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

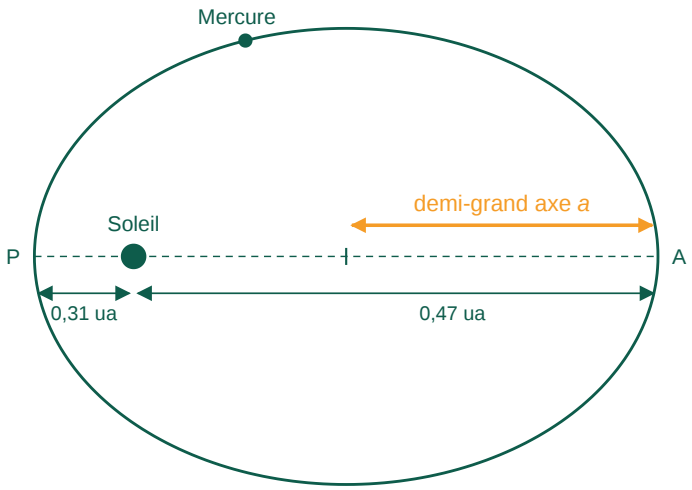
1 Énoncer la première loi de Kepler (loi des orbites). Représenter l'allure de la trajectoire de Mercure autour du Soleil, avec la position du Soleil et le demi-grand axe.

Première loi de Kepler : dans le référentiel héliocentrique, le centre d'une planète décrit une ellipse dont le centre du Soleil occupe l'un des foyers.

Sur le schéma, P est le point de l'orbite le plus proche du Soleil (périhélie) et A le plus éloigné (aphélie). Le grand axe est le segment [PA].

L'orbite de Mercure est une **ellipse** dont le Soleil est un **foyer** ; le demi-grand axe a vaut la moitié de PA.

PIÈGE
Placer le Soleil au centre de l'ellipse. Il est sur le grand axe, mais décalé : c'est pour cela que la distance Soleil-Mercure varie.



1 · Orbite de Mercure (sans souci d'échelle) : le Soleil est à un foyer

2 À l'aide du schéma et du texte introductif, montrer par un calcul simple que le demi-grand axe vaut 0,39 ua.

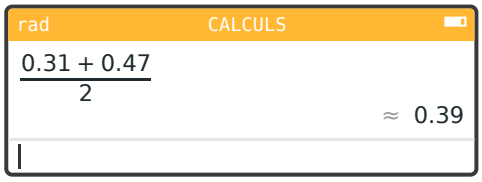
Données utiles distance Soleil-Mercure comprise entre 0,31 ua et 0,47 ua

Le grand axe passe par le Soleil et relie le périhélie P (0,31 ua du Soleil) à l'aphélie A (0,47 ua du Soleil) :

$$2a = 0{,}31 + 0{,}47 = 0{,}78 \text{ ua}$$

$a = \dfrac{0{,}78}{2} = 0{,}39$ ua : c'est la valeur attendue.

À LA CALCULATRICE



3 Énoncer la deuxième loi de Kepler (loi des aires). L'appliquer pour déterminer dans quelle partie de sa trajectoire Mercure atteint la vitesse de $39\ \text{km}\cdot\text{s}^{-1}$.

Données utiles vitesse comprise entre $39\ \text{km}\cdot\text{s}^{-1}$ et $59\ \text{km}\cdot\text{s}^{-1}$

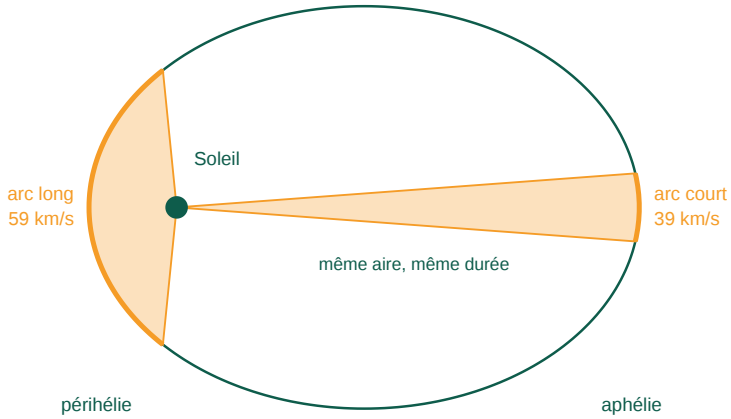
Deuxième loi de Kepler : le segment qui joint le centre du Soleil à celui de la planète balaie des aires égales pendant des durées égales.

Loin du Soleil, ce segment est long : un petit arc de trajectoire suffit pour balayer la même aire que près du Soleil, où le segment est court et l'arc parcouru plus grand. Pour une même durée Δt, la distance parcourue est donc la plus petite au voisinage de l'aphélie, et la vitesse $v = \dfrac{\text{arc}}{\Delta t}$ y est minimale.

Or $39\ \text{km}\cdot\text{s}^{-1}$ est la plus petite vitesse de Mercure.

Mercure a la vitesse de $39\ \text{km}\cdot\text{s}^{-1}$ à l'**aphélie**, lorsqu'elle est la plus éloignée du Soleil (0,47 ua).

COMPRENDRE
À l'inverse, la vitesse maximale de $59\ \text{km}\cdot\text{s}^{-1}$ est atteinte au périhélie. La planète accélère en se rapprochant du Soleil, puis ralentit en s'éloignant.



3 · Deux aires égales balayées pendant la même durée

4 Donner la signification de T et a pour Mercure. Justifier, avec la troisième loi de Kepler, que Mercure parcourt son orbite en un peu moins de trois mois.

Données utiles $\dfrac{T^2}{a^3} = k$ avec $k = 2{,}9 \times 10^{-19}\ \text{s}^2\cdot\text{m}^{-3}$; $a = 0{,}39$ ua (Q2) ; $1\ \text{ua} = 1{,}5 \times 10^{11}\ \text{m}$

T est la période de révolution de Mercure : la durée d'un tour complet autour du Soleil. a est le demi-grand axe de son orbite.

$T^2 = k\,a^3$, donc $T = \sqrt{k\,a^3}$, avec a en mètres : $a = 0{,}39 \times 1{,}5 \times 10^{11}\ \text{m}$.

$$T = \sqrt{2{,}9 \times 10^{-19} \times (0{,}39 \times 1{,}5 \times 10^{11})^3} = 7{,}6 \times 10^{6}\ \text{s}$$

En jours : $T = \dfrac{7{,}6 \times 10^{6}}{24 \times 3600} = 88\ \text{j}$, alors que trois mois durent environ 90 jours.

$T = 7{,}6 \times 10^{6}\ \text{s} \approx 88\ \text{j}$: un peu moins de trois mois.

PIÈGE
Laisser a en unités astronomiques. La constante k est en $\text{s}^2\cdot\text{m}^{-3}$: a doit être en mètres, et T sort en secondes.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme pour k, a et l'unité astronomique : le résultat ne peut pas être plus précis que les données.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\sqrt{2.9 \times 10^{-19} \times (0.39 \times 1.5 \times 10^{11})^3} \approx 7619611$$

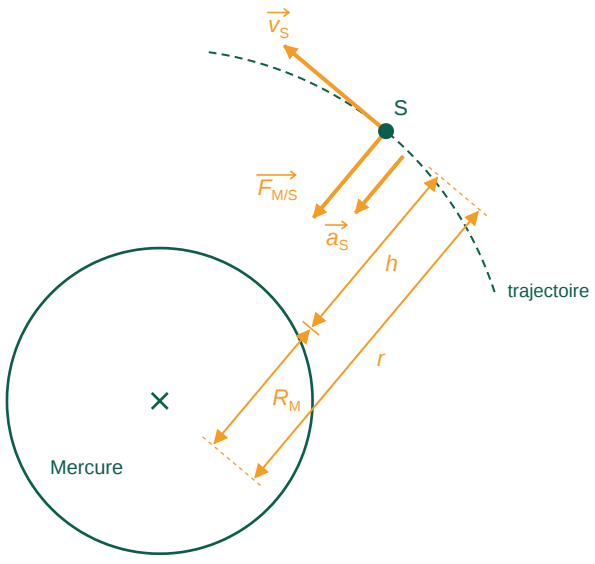
$$\frac{\sqrt{2.9 \times 10^{-19} \times (0.39 \times 1.5 \times 10^{11})^3}}{24 \times 3600} \approx 88.18994$$

5 Reproduire la figure 1 et y faire apparaître les distances R_M, h et r, la force $\overrightarrow{F}_{M/S}$, la vitesse $\vec{v}_S$ et l'accélération $\vec{a}_S$ de la sonde.

- R_M : du centre de Mercure à sa surface ; h : de la surface à la sonde S ; r : du centre de Mercure à S.
- $\overrightarrow{F}_{M/S}$: appliquée en S, dirigée vers le centre de Mercure (comme $\vec{u}$).
- $\vec{v}_S$: tangente à la trajectoire en S, dans le sens du mouvement.
- $\vec{a}_S$: même direction et même sens que $\overrightarrow{F}_{M/S}$.

$r = R_M + h$; $\overrightarrow{F}_{M/S}$ et $\vec{a}_S$ pointent de S vers le centre de Mercure ; $\vec{v}_S$ est tangente à la trajectoire.

PIÈGE
Tracer $\vec{a}_S$ dans la direction de $\vec{v}_S$. L'accélération suit la force, pas le mouvement. Ne pas confondre non plus r (depuis le centre) et h (depuis la surface).



5 · Figure 1 complétée

6 Énoncer la deuxième loi de Newton, puis l'appliquer au système MESSENGER dans le référentiel mercurocentrique supposé galiléen. En déduire l'expression du vecteur accélération $\vec{a}_S$.

Deuxième loi de Newton : dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures exercées sur un système de masse m constante vaut m fois l'accélération de son centre de masse : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$.

Système {MESSENGER}, de masse m_S ; référentiel mercurocentrique galiléen ; seule force : l'attraction de Mercure, avec $r = R_M + h$:

$$\vec{F}_{M/S} = \frac{G\,M\,m_S}{(R_M+h)^2}\,\vec{u}$$

La loi donne $m_S\,\vec{a}_S = \dfrac{G\,M\,m_S}{(R_M+h)^2}\,\vec{u}$, soit, en simplifiant par m_S :

$$\boxed{\vec{a}_S = \frac{G\,M}{(R_M+h)^2}\,\vec{u}}$$

PIÈGE
Écrire h^2 ou R_M^2 au dénominateur. La distance entre les centres de masse est $R_M + h$.

COMPRENDRE
La masse de la sonde disparaît : l'accélération ne dépend que de la masse de Mercure et de la distance à son centre. Mesurer a_S revient donc à « peser » Mercure.

7 Montrer que la valeur de l'accélération mesurée à l'altitude h conduit à une masse de Mercure $M = 3{,}29 \times 10^{23}$ kg.

Données utiles $a_S = 3{,}15\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $h = 200$ km ; $R_M = 2440$ km ; $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{m}^3\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$

D'après la question 6, en norme : $a_S = \dfrac{G\,M}{(R_M+h)^2}$, donc $M = \dfrac{a_S\,(R_M+h)^2}{G}$.

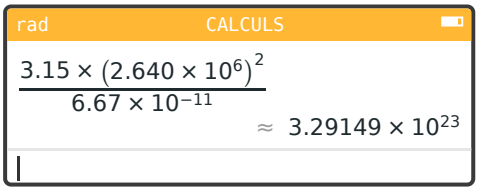
Avec $R_M + h = 2440 + 200 = 2640\ \text{km} = 2{,}640 \times 10^6$ m :

$$M = \frac{3{,}15 \times \left(2{,}640 \times 10^6\right)^2}{6{,}67 \times 10^{-11}} = 3{,}29 \times 10^{23}\ \text{kg}$$

$\boxed{M = 3{,}29 \times 10^{23}\ \text{kg}}$: c'est la valeur attendue.

PIÈGE
Garder les distances en kilomètres : G est en unités SI, il faut des mètres. Une erreur d'un facteur 10^3 sur la distance donne un facteur 10^6 sur M.

À LA CALCULATRICE



8 En appliquant la troisième loi de Kepler à la sonde MESSENGER, calculer le demi-grand axe a de son orbite. Expliquer pourquoi sa trajectoire ne peut pas être considérée comme circulaire.

Données utiles $k = \dfrac{4\pi^2}{G\,M}$; $T_S = 8{,}00$ h ; $M = 3{,}29 \times 10^{23}$ kg (Q7) ; $R_M + h = 2640$ km

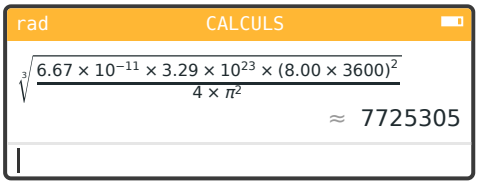
Pour la sonde en orbite autour de Mercure : $\dfrac{T_S^2}{a^3} = \dfrac{4\pi^2}{G\,M}$, donc $a = \sqrt[3]{\dfrac{G\,M\,T_S^2}{4\pi^2}}$, avec $T_S = 8{,}00 \times 3600 = 2{,}88 \times 10^4$ s.

$$a = \sqrt[3]{\frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 3{,}29 \times 10^{23} \times (2{,}88 \times 10^4)^2}{4\pi^2}} = 7{,}73 \times 10^6 \text{ m}$$

Sur une orbite circulaire, la sonde resterait à une distance constante du centre de Mercure, égale à a. Or, au plus près, elle n'en est qu'à $R_M + h = 2640$ km, presque trois fois moins : cette distance varie, l'orbite est une ellipse allongée.

$a = 7{,}73 \times 10^6$ m $= 7{,}73 \times 10^3$ km, bien supérieur à 2640 km : la trajectoire n'est pas circulaire.

À LA CALCULATRICE



PIÈGE

Laisser T_S en heures, ou utiliser la constante k du Système solaire : elle ne vaut que pour les corps en orbite autour du Soleil. Ici l'astre attracteur est Mercure.

COMPRENDRE

Le grand axe mesure $2a$: au plus loin, la sonde est à $2a - (R_M + h) \approx 1{,}28 \times 10^4$ km du centre de Mercure, près de cinq fois plus qu'au plus près.

Nos oreilles on y tient !

Bac 2022 Polynésie Jour 2 · Exercice 4 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

1 Exprimer l'intensité sonore I_1 reçue par le conducteur 1 en fonction de P et d_1, puis l'intensité sonore I_2 reçue par le conducteur 2 en fonction de P et d_2.

Données utiles source ponctuelle : $I = \dfrac{P}{4\pi d^2}$

Les deux conducteurs reçoivent le son de la même source (l'autoradio), de puissance sonore P. On applique la relation donnée à chaque distance.

$$I_1 = \frac{P}{4\pi d_1^2} \quad \text{et} \quad I_2 = \frac{P}{4\pi d_2^2}$$

COMPRENDRE
La puissance P se répartit sur une sphère d'aire $4\pi d^2$ centrée sur la source : plus on s'éloigne, plus l'aire est grande et plus l'intensité reçue est faible.

2 Montrer que l'atténuation géométrique $A_{géo}$ du conducteur 1 au conducteur 2, en décibels, s'écrit $A_{géo} = 10 \times \log\left(\dfrac{I_1}{I_2}\right)$.

Données utiles $L = 10 \times \log\left(\dfrac{I}{I_0}\right)$

L'atténuation est la différence entre le niveau d'intensité sonore près de la source et le niveau plus loin : $A_{géo} = L_1 - L_2$.

$$A_{géo} = 10 \times \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) - 10 \times \log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) = 10 \times \left[\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) - \log\left(\frac{I_2}{I_0}\right)\right]$$

Or $\log a - \log b = \log\left(\dfrac{a}{b}\right)$, donc :

$$A_{géo} = 10 \times \log\left(\frac{I_1}{I_0} \times \frac{I_0}{I_2}\right)$$

$A_{géo} = 10 \times \log\left(\dfrac{I_1}{I_2}\right)$: I_0 se simplifie, c'est l'expression attendue.

PIÈGE
Soustraire les intensités au lieu des niveaux : une atténuation en décibels est une différence de niveaux $L_1 - L_2$, qui correspond à un quotient d'intensités I_1/I_2, pas à $I_1 - I_2$.

MÉTHODE
Pour un « montrer que », partir de la définition ($A = L_{\text{proche}} - L_{\text{loin}}$), remplacer par les relations données, puis citer la propriété mathématique utilisée avant de conclure.

3 Vérifier que l'atténuation $A_{géo}$ est égale à 9,8 dB.

Données utiles $d_1 = 1{,}0$ m ; $d_2 = 3{,}1$ m ; I_1 et I_2 (Q1) ; $A_{géo}$ (Q2)

D'après la question 1 : $\dfrac{I_1}{I_2} = \dfrac{P}{4\pi d_1^2} \times \dfrac{4\pi d_2^2}{P} = \dfrac{d_2^2}{d_1^2}$

En reportant dans l'expression de la question 2 :

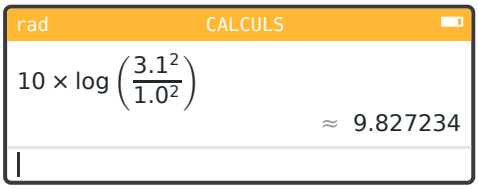
$$A_{géo} = 10 \times \log\left(\frac{d_2^2}{d_1^2}\right) = 10 \times \log\left(\frac{3{,}1^2}{1{,}0^2}\right)$$

$A_{géo} = 9{,}8$ dB : on retrouve la valeur annoncée.

PIÈGE
Oublier les carrés sur les distances (on trouverait 4,9 dB) ou inverser le quotient (on trouverait $-9{,}8$ dB, alors qu'une atténuation est positive).

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme d_1 et d_2. Le résultat ne dépend ni de P ni de I_0 : seul le rapport des distances compte.

À LA CALCULATRICE



4 À l'aide des mesures des deux conducteurs, calculer la valeur expérimentale A_{mesure} de l'atténuation géométrique.

Données utiles $L_1 = (80 \pm 3)$ dB ; $L_2 = (68 \pm 3)$ dB

$$A_{\text{mesure}} = L_1 - L_2 = 80 - 68$$

$$\boxed{A_{\text{mesure}} = 12 \text{ dB}}$$

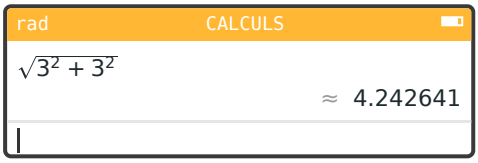
5 Calculer l'incertitude-type de l'atténuation A_{mesure}.

Données utiles $u(A_{\text{mesure}}) = \sqrt{u(L_1)^2 + u(L_2)^2}$; $u(L_1) = u(L_2) = 3$ dB

$$u(A_{\text{mesure}}) = \sqrt{u(L_1)^2 + u(L_2)^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18}$$

$$\boxed{u(A_{\text{mesure}}) = 4{,}2 \text{ dB}}$$

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Soustraire les incertitudes parce que l'on soustrait les niveaux : on trouverait 0. Les incertitudes ne se compensent jamais, elles se composent toujours avec un signe « + » sous la racine.

COMPRENDRE
Une incertitude-type s'écrit avec un ou deux chiffres significatifs. Arrondie par excès à un seul chiffre, elle vaut 5 dB : cette écriture est aussi acceptée et ne change pas la conclusion de la question 6.

6 Comparer, à l'aide du z-score, l'atténuation $A_{\text{géo}}$ et l'atténuation mesurée A_{mesure}, puis conclure sur la compatibilité de ces deux valeurs.

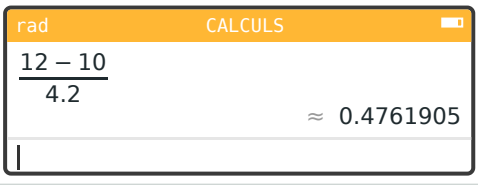
Données utiles $z = \dfrac{|x - x_{\text{ref}}|}{u(x)}$; $A_{\text{géo}} = 10$ dB ; $A_{\text{mesure}} = 12$ dB (Q4) ; $u(A_{\text{mesure}}) = 4{,}2$ dB (Q5)

La valeur de référence est celle du modèle, $A_{\text{géo}}$; la valeur mesurée est A_{mesure}.

$$z = \frac{|A_{\text{mesure}} - A_{\text{géo}}|}{u(A_{\text{mesure}})} = \frac{|12 - 10|}{4{,}2} = 0{,}48$$

$\boxed{z \approx 0{,}48 < 2}$: la valeur mesurée et la valeur du modèle sont compatibles.

À LA CALCULATRICE



COMPRENDRE
L'écart entre mesure et modèle (2 dB) est plus petit qu'une seule incertitude-type. Le modèle de l'atténuation géométrique décrit donc correctement la situation fenêtres baissées.

MÉTHODE
Z-score : 1) identifier la valeur de référence ; 2) diviser l'écart, en valeur absolue, par l'incertitude-type de la mesure ; 3) comparer à 2 et conclure par une phrase.

7 Choisir la nature de l'atténuation $A_{\text{fenêtres}}$ due à la fermeture des deux fenêtres : atténuation géométrique ou atténuation par absorption.

Les distances entre l'autoradio et les conducteurs ne changent pas. La diminution supplémentaire du niveau sonore vient de la traversée d'un milieu matériel, le verre des deux vitres, qui absorbe une partie de l'énergie de l'onde.

$\boxed{A_{\text{fenêtres}} \text{ est une atténuation par absorption.}}$

COMPRENDRE
L'atténuation géométrique vient de la seule répartition de l'énergie dans l'espace quand la distance augmente ; l'atténuation par absorption dépend du matériau traversé et de son épaisseur.

8 Déterminer si le conducteur 1 est exposé à un niveau d'intensité sonore supérieur à la limite de nocivité.

Données utiles $L'_2 = 63$ dB ; $A_{\text{géo}} = 10$ dB ; $A_{\text{fenêtres}} = 18$ dB ; limite de nocivité : 85 dB

Entre le conducteur 1 et le conducteur 2, les deux atténuations s'ajoutent :

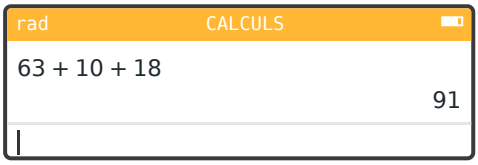
$$L'_1 - L'_2 = A_{\text{géo}} + A_{\text{fenêtres}} \quad \text{donc} \quad L'_1 = L'_2 + A_{\text{géo}} + A_{\text{fenêtres}}$$

$$L'_1 = 63 + 10 + 18 = 91 \text{ dB}$$

$91 \text{ dB} > 85 \text{ dB}$: le conducteur 1 dépasse la limite de nocivité.
L'affirmation du guide est vérifiée.

$L'_1 = 91 \text{ dB} > 85 \text{ dB}$: le conducteur 1 est exposé à un niveau sonore nocif.

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Oublier l'atténuation géométrique : avec les fenêtres seules, on trouverait 81 dB et la conclusion serait inversée. Fermer les vitres ajoute une atténuation, cela ne supprime pas celle due à la distance.

MÉTHODE
Les atténuations en décibels s'additionnent. On remonte du récepteur vers la source en ajoutant chaque atténuation au niveau mesuré.