Acoustique d'une salle

Bac 2022 Polynésie Jour 1 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

1 Montrer que la largeur L de la tache centrale de diffraction a pour expression $L = \dfrac{2\lambda D}{a}$.

Données utiles $\theta = \dfrac{\lambda}{a}$; $\tan\theta = \theta$ (angle petit)

Sur la figure 1, le triangle rectangle formé par l'axe du faisceau, l'écran et le rayon qui atteint le bord de la tache centrale a pour côté opposé à θ la demi-largeur $\dfrac{L}{2}$ et pour côté adjacent D :

$$\tan\theta = \frac{L/2}{D} = \frac{L}{2D}$$

L'angle étant petit, $\tan\theta = \theta$, donc $\theta = \dfrac{L}{2D}$.

Or $\theta = \dfrac{\lambda}{a}$, d'où $\dfrac{L}{2D} = \dfrac{\lambda}{a}$.

$$\boxed{L = \frac{2\lambda D}{a}}$$

PIÈGE
Écrire $\tan\theta = \dfrac{L}{D}$: l'angle θ est repéré depuis l'axe, il ne correspond qu'à la moitié de la tache centrale. Le facteur 2 vient de là.

MÉTHODE
Deux expressions du même angle : l'une géométrique (lue sur le schéma), l'autre physique (λ/a). On les égalise, puis on isole la grandeur demandée.

2 À l'aide de la figure 2, montrer que la relation entre L et $\dfrac{1}{a}$ est du type $L = k \times \dfrac{1}{a}$.

Sur la figure 2, les points de mesure sont alignés et la droite qui les porte passe par l'origine du repère.

Ce graphique est donc celui d'une fonction linéaire : L est proportionnelle à $\dfrac{1}{a}$.

$$\boxed{L = k \times \frac{1}{a}, \text{ où } k \text{ est le coefficient directeur de la droite.}}$$

PIÈGE
Dire seulement « c'est une droite » ne suffit pas. Il faut les deux arguments : points alignés et passage par l'origine. Sans le second, la relation serait affine.

3 En utilisant la relation de la question 1, indiquer l'expression de k en fonction de λ et D.

D'après la question 1 : $L = \dfrac{2\lambda D}{a} = 2\lambda D \times \dfrac{1}{a}$.

En comparant avec $L = k \times \dfrac{1}{a}$:

$$\boxed{k = 2\lambda D}$$

4 Montrer que la valeur de la longueur d'onde λ est égale à $6{,}5 \times 10^{-7}$ m.

Données utiles $D = 2{,}00$ m ; figure 2 ; $k = 2\lambda D$ (Q3)

On trace la droite passant par l'origine et au plus près des points, puis on lit un point de cette droite : pour $\dfrac{1}{a} = 0{,}020 \times 10^{6}\ \text{m}^{-1}$, $L = 0{,}052$ m.

$$k = \frac{L}{1/a} = \frac{0{,}052}{0{,}020 \times 10^{6}} = 2{,}6 \times 10^{-6}\ \text{m}^2$$

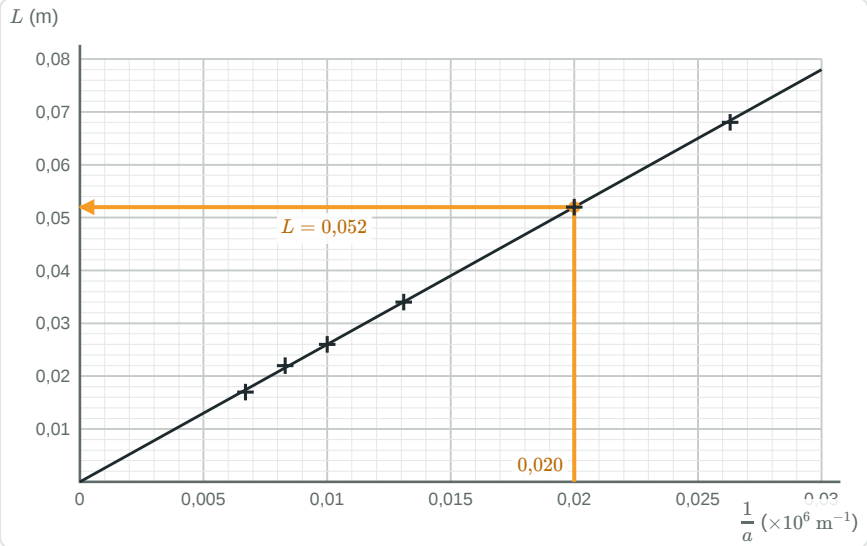
Comme $k = 2\lambda D$:

$$\lambda = \frac{k}{2D} = \frac{2{,}6 \times 10^{-6}}{2 \times 2{,}00} = 6{,}5 \times 10^{-7}\ \text{m}$$

$$\boxed{\lambda = 6{,}5 \times 10^{-7}\ \text{m} : \text{c'est bien la valeur attendue.}}$$

PIÈGE
L'axe horizontal est gradué en $\times 10^{6}\ \text{m}^{-1}$: la graduation 0,020 vaut $2{,}0 \times 10^{4}\ \text{m}^{-1}$. Oublier ce facteur donne une longueur d'onde un million de fois trop grande.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs : la lecture graphique de L n'en donne pas plus. Cette longueur d'onde, 650 nm, est celle d'un laser rouge.



4 · Figure 2 du sujet, avec la droite modèle et la lecture

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{0.052}{0.020 \times 10^6} \approx 2.6 \times 10^{-6}$

$\frac{2.6 \times 10^{-6}}{2 \times 2.00} \approx 6.5 \times 10^{-7}$

5 Déterminer la valeur de l'angle θ_2, en radian, correspondant à la fente de largeur a_2 égale à 150 µm.

Données utiles $\lambda = 6{,}5 \times 10^{-7}$ m (Q4) ; $a_2 = 150\ \mu\text{m} = 150 \times 10^{-6}$ m

$$\theta_2 = \frac{\lambda}{a_2} = \frac{6{,}5 \times 10^{-7}}{150 \times 10^{-6}} = 4{,}3 \times 10^{-3}\ \text{rad}$$

$\theta_2 = 4{,}3 \times 10^{-3}$ rad

PIÈGE
Laisser a_2 en micromètres. λ et a_2 doivent être dans la même unité pour que le quotient donne un angle en radian.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{6.5 \times 10^{-7}}{150 \times 10^{-6}} \approx 0.004333333$

6 En déduire que la diffraction est la plus marquée pour la fente de largeur a_1.

Données utiles $\theta_1 = 1{,}7 \times 10^{-2}$ rad ; $\theta_2 = 4{,}3 \times 10^{-3}$ rad (Q5)

$\theta_1 = 1{,}7 \times 10^{-2}$ rad et $\theta_2 = 4{,}3 \times 10^{-3}$ rad : $\theta_1 > \theta_2$ (environ 4 fois plus grand).

Plus l'angle caractéristique est grand, plus le faisceau s'étale après la fente.

$\theta_1 > \theta_2$: la diffraction est la plus marquée pour la fente de largeur a_1, la plus étroite.

COMPRENDRE
À longueur d'onde fixée, $\theta = \lambda/a$: plus l'ouverture est étroite, plus l'onde est diffractée. C'est une propriété à connaître.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{1.7 \times 10^{-2}}{4.3 \times 10^{-3}} \approx 3.953488$

7 Exprimer la longueur d'onde λ d'une onde sonore en fonction de la vitesse du son V_{son} et de sa fréquence f.

La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde pendant une période T : $\lambda = V_{son} \times T$, avec $T = \dfrac{1}{f}$.

$$\lambda = \frac{V_{son}}{f}$$

8 Montrer que les longueurs d'onde λ_1 et λ_2 des sons de fréquences f_1 et f_2 valent $\lambda_1 = 1{,}70$ m et $\lambda_2 = 0{,}340$ m.

Données utiles $V_{son} = 340\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $f_1 = 200$ Hz ; $f_2 = 1{,}00\ \text{kHz} = 1{,}00 \times 10^3$ Hz

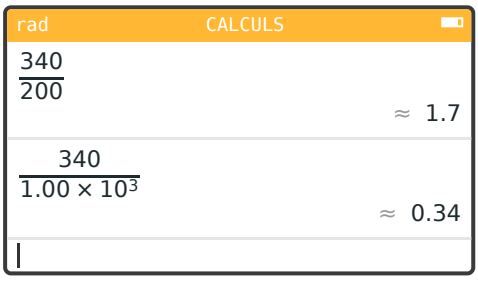
$$\lambda_1 = \frac{V_{son}}{f_1} = \frac{340}{200} = 1{,}70\ \text{m}$$

$$\lambda_2 = \frac{V_{son}}{f_2} = \frac{340}{1{,}00 \times 10^3} = 0{,}340\ \text{m}$$

$\lambda_1 = 1{,}70$ m et $\lambda_2 = 0{,}340$ m : ce sont les valeurs attendues.

PIÈGE
Garder f_2 en kilohertz : on trouverait 340 m. La fréquence se met en hertz. Écrire aussi les zéros attendus : 1,70 m et 0,340 m, à trois chiffres significatifs.

À LA CALCULATRICE



9 En se référant à la figure 1 et à la question 8, choisir, en justifiant qualitativement, la position A, B ou C qui correspond le mieux à la situation décrite par l'élève.

Données utiles largeur du pilier $a \approx 0{,}70$ m ; $\lambda_1 = 1{,}70$ m ; $\lambda_2 = 0{,}340$ m (Q8)

Le pilier diffracte les sons comme une fente de largeur $a \approx 0{,}70$ m, avec un angle caractéristique $\theta = \dfrac{\lambda}{a}$.

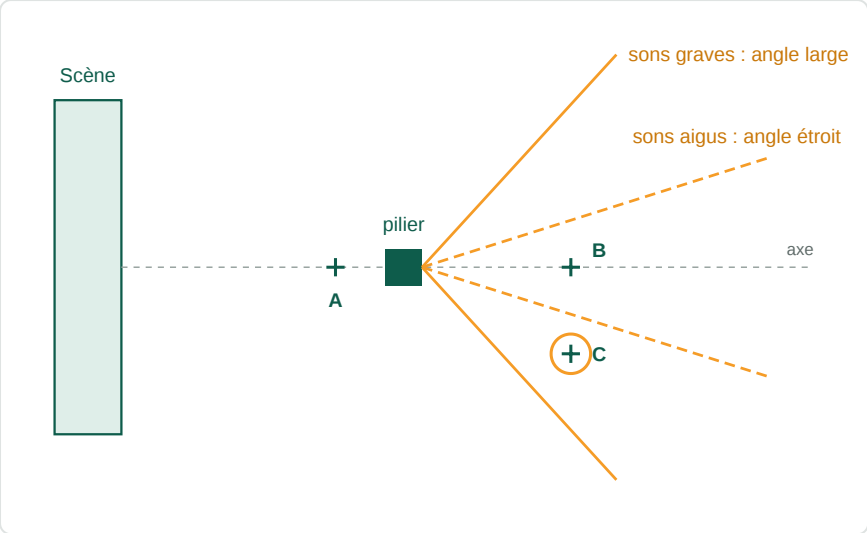
Pour une même largeur a, θ augmente avec λ. Comme $\lambda_1 > \lambda_2$, les sons graves sont beaucoup plus diffractés que les sons aigus : derrière le pilier, les graves s'étalent dans un angle très large, alors que les aigus restent proches de l'axe scène-pilier (comme le faisceau de la figure 1 reste proche de l'axe quand θ est petit).

- En A, devant le pilier, les sons arrivent directement : graves et aigus sont perçus de la même façon.
- En B, sur l'axe, les sons graves et les sons aigus diffractés parviennent tous les deux.
- En C, à l'écart de l'axe, seuls les sons très diffractés parviennent : les graves, mais peu les aigus.

L'élève, qui perçoit mieux les graves que les aigus, était en **C**.

PIÈGE
Répondre sans relier fréquence, longueur d'onde et angle. La justification attendue tient en une chaîne : son grave, donc λ grande, donc θ grand, donc son perçu loin de l'axe.

COMPRENDRE
La diffraction est d'autant plus marquée que λ est grande devant a. Ici λ_1 dépasse la largeur du pilier, λ_2 n'en vaut que la moitié : les graves contournent l'obstacle, les aigus beaucoup moins.



9 · Figure 3 du sujet : étalement des sons graves et des sons aigus derrière le pilier