Corrigé complet — Bac 2022 Nouvelle-Calédonie Jour 2

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Synthèse du polycarbonate de bisphénol A** Groupes caractéristiques · Temps de demi-réaction · Vitesse volumique de formation · Facteurs cinétiques · Spectroscopie infrarouge · Polymères et quantité de matière	10 pts	1 h 45	14 questions	p. 2
Ex 2	**Solarisation d'une piscine hors sol** Premier principe de la thermodynamique · Énergie interne et capacité thermique · Modes de transfert thermique · Puissance et énergie · Rendement d'un capteur solaire	5 pts	53 min	9 questions	p. 9
Ex 3	**Modélisation d'un service au tennis** Deuxième loi de Newton · Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme · Équations horaires · Équation de la trajectoire · Énergie mécanique · Validité d'un modèle	5 pts	53 min	10 questions	p. 12
Ex 4	**Anatomie d'un condensateur** Circuit RC série · Loi des mailles · Équation différentielle · Constante de temps · Condensateur plan · Incertitudes	5 pts	53 min	11 questions	p. 16

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Synthèse du polycarbonate de bisphénol A

Bac 2022 Nouvelle-Calédonie Jour 2 · Exercice 1 **10 points** **Durée conseillée 1 h 45**

A.1 Identifier les groupes caractéristiques présents dans le bisphénol A et le phosgène.

Bisphénol A : chaque extrémité de la molécule porte un groupe $-\mathrm{OH}$, soit deux groupes hydroxyle.

Phosgène : l'atome de carbone est doublement lié à un atome d'oxygène, c'est un groupe carbonyle $\mathrm{C{=}O}$; il porte en plus deux atomes de chlore (groupes halogéno).

Bisphénol A : deux groupes hydroxyle. Phosgène : un groupe carbonyle (et deux atomes de chlore).

PIÈGE
Répondre par une famille (« alcool », « cétone ») alors que la question demande des groupes. Le phosgène n'est d'ailleurs pas une cétone : son carbone n'est lié à aucun autre atome de carbone.

A.2.1 Déterminer la valeur de l'avancement final dans l'expérience 1.

Données utiles $\mathrm{CO\,(g) + Cl_2\,(g) \longrightarrow COCl_2\,(g)}$; courbe de l'expérience 1 (annexe)

Le phosgène est le seul produit et son nombre stœchiométrique vaut 1 : à chaque instant $n(\mathrm{COCl_2}) = x$.

La courbe de l'expérience 1 atteint un palier à $n(\mathrm{COCl_2}) = 1{,}0$ mol.

$x_f = 1{,}0$ mol

MÉTHODE
L'avancement final se lit sur le palier de la courbe, quand la quantité de produit n'évolue plus, et pas au dernier point d'une courbe encore croissante.

A.2.2 Justifier que la synthèse du phosgène est une transformation totale, puis en déduire l'avancement final de la réaction lors de l'expérience 2.

Données utiles expérience 1 : 10 mol de CO et 1,0 mol de $\mathrm{Cl_2}$; expérience 2 : 1,0 mol de CO et 1,0 mol de $\mathrm{Cl_2}$; $x_f = 1{,}0$ mol pour l'expérience 1 (A.2.1)

Expérience 1 : les réactifs réagissent mole à mole, et $n_0(\mathrm{Cl_2}) = 1{,}0\ \mathrm{mol} < n_0(\mathrm{CO}) = 10\ \mathrm{mol}$. Le dichlore est le réactif limitant, donc $x_{max} = 1{,}0$ mol.

Comme $x_f = x_{max}$, le réactif limitant est entièrement consommé : la transformation est totale.

Expérience 2 : la transformation est la même, à la même température, elle est donc aussi totale. Le mélange est stœchiométrique : $x_{max} = n_0(\mathrm{CO}) = n_0(\mathrm{Cl_2}) = 1{,}0$ mol.

Transformation totale ($x_f = x_{max}$) ; pour l'expérience 2 : $x_f = 1{,}0$ mol

PIÈGE
Lire $x_f \approx 0{,}65$ mol au bout de la courbe de l'expérience 2. À 30 min la courbe monte encore : l'état final n'est pas atteint, il ne se lit pas sur le graphique.

A.2.3 Donner la définition du temps de demi-réaction d'une transformation chimique.

Le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ est la durée nécessaire pour que l'avancement atteigne la moitié de sa valeur finale : $x(t_{1/2}) = \dfrac{x_f}{2}$.

PIÈGE
Écrire « la moitié du temps de la réaction » ou « la moitié de la durée totale » : c'est l'avancement qui est divisé par deux, pas la durée.

A.2.4 Déterminer graphiquement, sur l'annexe, la valeur du temps de demi-réaction pour l'expérience 2.

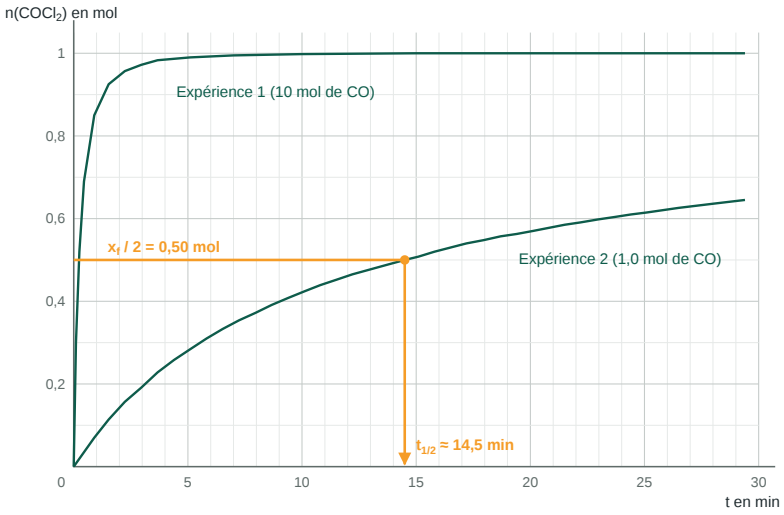
Données utiles $x_f = 1{,}0$ mol pour l'expérience 2 (A.2.2)

À $t_{1/2}$: $n(\mathrm{COCl_2}) = x = \dfrac{x_f}{2} = \dfrac{1{,}0}{2} = 0{,}50$ mol.

Sur l'annexe, on trace l'horizontale d'ordonnée 0,50 mol jusqu'à la courbe de l'expérience 2, puis on descend verticalement jusqu'à l'axe des temps.

$t_{1/2} \approx 14{,}5$ min (toute lecture entre 14 et 15 min convient)

PIÈGE
Prendre la moitié de la dernière valeur tracée (0,65 mol environ) : on trouverait 7 min. La moitié se calcule sur $x_f = 1{,}0$ mol, obtenu par le raisonnement de A.2.2.



A.2.4 · Annexe complétée : lecture du temps de demi-réaction de l'expérience 2

A.2.5 Comparer qualitativement le temps de demi-réaction de l'expérience 1 à celui de l'expérience 2 et justifier leur écart.

Dans l'expérience 1, la quantité de phosgène dépasse 0,50 mol en moins d'une minute : son temps de demi-réaction est très inférieur à celui de l'expérience 2.

Les deux expériences se font à la même température et dans le même volume, avec la même quantité de dichlore. Seule change la quantité de CO, dix fois plus grande dans l'expérience 1, donc sa concentration initiale.

La concentration d'un réactif est un facteur cinétique : plus elle est élevée, plus la transformation est rapide.

$t_{1/2}$ de l'expérience 1 est bien plus petit que celui de l'expérience 2, car la concentration initiale en CO y est dix fois plus grande.

COMPRENDRE
À l'échelle microscopique, plus les molécules de CO sont nombreuses dans l'enceinte, plus les chocs avec les molécules de $\mathrm{Cl_2}$ sont fréquents, donc plus il se forme de phosgène par unité de temps.

A.2.6 Calculer les vitesses volumiques de formation du phosgène à la date $t = 20$ minutes dans chaque expérience. Commenter ces valeurs.

Données utiles $V = 30$ L ; $C(\mathrm{COCl_2}) = \dfrac{n(\mathrm{COCl_2})}{V_{\text{mélange}}}$

Le volume V est constant, donc :

$$v_f = \frac{\mathrm{d}C(\mathrm{COCl_2})}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}n(\mathrm{COCl_2})}{\mathrm{d}t}$$

où $\dfrac{\mathrm{d}n(\mathrm{COCl_2})}{\mathrm{d}t}$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe à la date considérée.

Expérience 1 : à $t = 20$ min la tangente est horizontale, son coefficient directeur est nul, donc $v_{f,1} = 0\ \mathrm{mol \cdot L^{-1} \cdot min^{-1}}$.

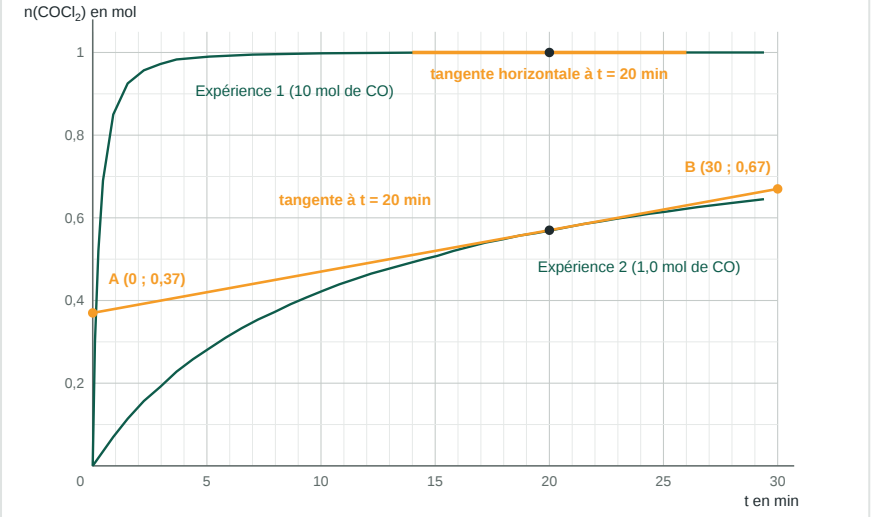
Expérience 2 : la tangente tracée à $t = 20$ min passe par A (0 ; 0,37 mol) et B (30 min ; 0,67 mol).

$$\frac{\mathrm{d}n(\mathrm{COCl_2})}{\mathrm{d}t} = \frac{0{,}67 - 0{,}37}{30 - 0} = 0{,}010\ \mathrm{mol \cdot min^{-1}}$$

$$v_{f,2} = \frac{0{,}010}{30} = 3{,}3 \times 10^{-4}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1} \cdot min^{-1}}$$

Commentaire : dans l'expérience 1, la transformation est terminée à 20 min (le dichlore est épuisé), il ne se forme plus de phosgène. Dans l'expérience 2, plus lente, il reste des réactifs et le phosgène se forme encore.

$v_{f,1} = 0$ et $v_{f,2} \approx 3{,}3 \times 10^{-4}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1} \cdot min^{-1}}$



A.2.6 · Annexe : tangentes aux deux courbes à la date $t = 20$ min

PIÈGE

Oublier de diviser par $V = 30$ L : la pente seule est en $\mathrm{mol \cdot min^{-1}}$, ce n'est pas une vitesse volumique. Autre erreur : calculer $\dfrac{n(20)}{20}$, qui est une vitesse moyenne depuis $t = 0$.

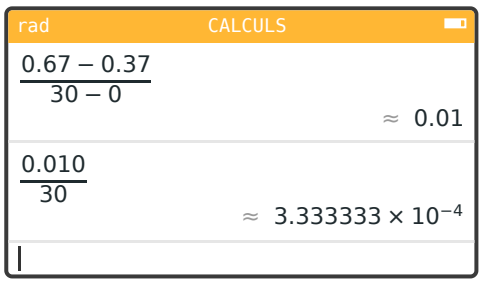
COMPRENDRE

Deux chiffres significatifs, comme V et les lectures graphiques. Selon le tracé de la tangente, une valeur entre $3{,}0 \times 10^{-4}$ et $3{,}7 \times 10^{-4}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1} \cdot min^{-1}}$ reste acceptable.

MÉTHODE

Pour un coefficient directeur précis, choisir deux points de la tangente très éloignés l'un de l'autre, ici ses deux extrémités sur le graphique, et non deux points de la courbe.

À LA CALCULATRICE



A.2.7 Un mélange de 1,0 mol de CO et 1,0 mol de Cl_2 est introduit dans un réacteur à 200 °C. Proposer, justification à l'appui, une allure pour la courbe donnant l'évolution de la quantité de phosgène en fonction du temps, sur l'annexe.

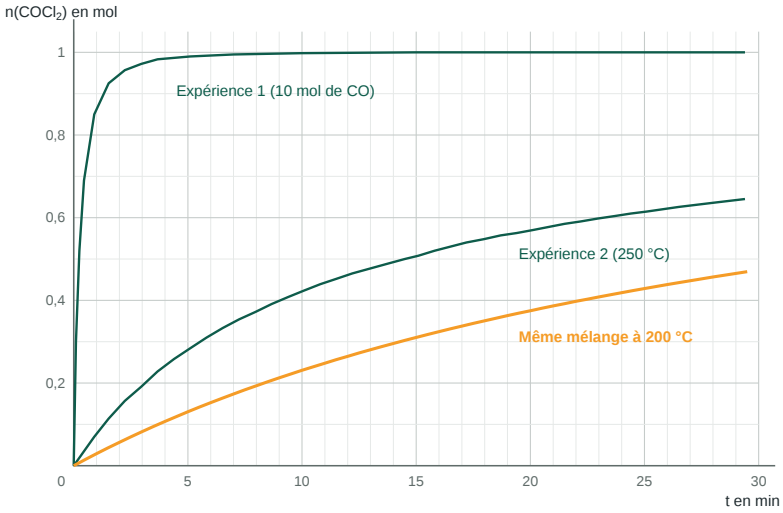
Le mélange initial est celui de l'expérience 2 ; seule la température change, 200 °C au lieu de 250 °C.

La température est un facteur cinétique : quand elle diminue, la transformation est plus lente. À chaque date, la quantité de phosgène formé est donc plus faible que dans l'expérience 2.

La courbe part de l'origine, croît moins vite et reste sous celle de l'expérience 2. La transformation étant totale, elle tend à long terme vers la même valeur, 1,0 mol.

Courbe croissante issue de l'origine, située sous celle de l'expérience 2 (tracé orange sur l'annexe).

PIÈGE
Tracer une courbe qui plafonne à une valeur plus basse en croyant que le froid diminue la quantité finale. La température agit ici sur la durée, pas sur l'état final, qui reste $x_f = 1{,}0$ mol.



A.2.7 · Annexe complétée : allure proposée à 200 °C (en orange)

A.3.1 Donner le nom de l'acétone en nomenclature systématique.

La chaîne carbonée compte trois atomes de carbone (propan-). Le groupe carbonyle est porté par le carbone central, lié à deux atomes de carbone : la molécule est une cétone (suffixe -one), en position 2.

L'acétone est la propan-2-one (ou propanone).

COMPRENDRE
L'indice 2 est facultatif : avec trois carbones, le carbonyle d'une cétone ne peut être qu'au milieu. En bout de chaîne, ce serait un aldéhyde, le propanal.

A.3.2 Identifier l'espèce chimique X formée avec le bisphénol A au cours de cette transformation.

Données utiles $2\,C_6H_5OH + C_3H_6O \longrightarrow C_{15}H_{16}O_2 + X$

Les éléments se conservent au cours de la transformation. L'acétone a pour formule brute C_3H_6O et le phénol C_6H_6O.

- Carbone : $2 \times 6 + 3 = 15$ à gauche, 15 dans le bisphénol A : X ne contient pas de carbone.
- Hydrogène : $2 \times 6 + 6 = 18$ à gauche, 16 dans le bisphénol A : X contient 2 atomes d'hydrogène.
- Oxygène : $2 \times 1 + 1 = 3$ à gauche, 2 dans le bisphénol A : X contient 1 atome d'oxygène.

X est l'eau, H_2O.

PIÈGE
Compter 5 atomes d'hydrogène dans le phénol en lisant C_6H_5OH trop vite : il y en a 6, en ajoutant celui du groupe hydroxyle.

A.3.3 Identifier les liaisons du bisphénol A responsables des bandes d'absorption à $3300\ \text{cm}^{-1}$ et $2950\ \text{cm}^{-1}$ sur son spectre infrarouge.

Données utiles table infrarouge : O–H lié, 3200 à 3400 cm^{-1}, forte et large ; C–H, 2800 à 3300 cm^{-1}, moyenne et fine

Bande à $3300\ \text{cm}^{-1}$: elle est forte et large, dans l'intervalle 3200 à 3400 cm^{-1}. Elle correspond aux liaisons O–H (liées) des deux groupes hydroxyle.

Bande à $2950\ \text{cm}^{-1}$: elle est fine, d'intensité moyenne, dans l'intervalle 2800 à 3300 cm^{-1}. Elle correspond aux liaisons C–H.

$3300\ \text{cm}^{-1}$: liaisons O–H ; $2950\ \text{cm}^{-1}$: liaisons C–H.

PIÈGE
Proposer N–H ou un O–H d'acide carboxylique parce que le nombre d'onde convient : le bisphénol A ne contient ni azote ni groupe carboxyle.

MÉTHODE
Une attribution se justifie par deux critères : le nombre d'onde, mais aussi la forme de la bande. Ici $3300\ \text{cm}^{-1}$ appartient aussi à l'intervalle C–H ; c'est la largeur de la bande qui désigne O–H.

B.1 Déterminer le nombre moyen n de motifs dans une macromolécule.

Données utiles $M = 30 \times 10^3\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $M_{\text{motif}} = 254\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

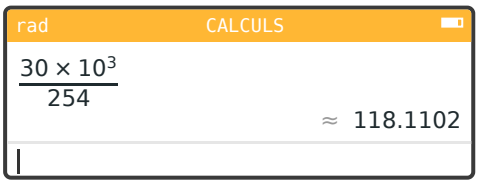
Une macromolécule est la répétition de n motifs : $M = n \times M_{\text{motif}}$, donc

$$n = \frac{M}{M_{\text{motif}}} = \frac{30 \times 10^3}{254} = 1{,}2 \times 10^2$$

$n \approx 1{,}2 \times 10^2$: une chaîne compte en moyenne environ 120 motifs.

COMPRENDRE
M n'est donnée qu'avec deux chiffres significatifs : écrire 118 motifs afficherait une précision que la donnée n'a pas. C'est de plus une moyenne sur des chaînes de longueurs différentes.

À LA CALCULATRICE



B.2.1 Déterminer la quantité de matière de dioxyde de carbone consommé si l'intégralité de l'urée était préparée par la voie indiquée.

Données utiles $CO_2\,(g) + 2\,NH_3\,(g) \longrightarrow N_2H_4CO\,(s) + H_2O\,(g)$; $m(\text{urée}) = 120 \times 10^9$ kg par an ; $M_H = 1{,}0$; $M_C = 12{,}0$; $M_N = 14{,}0$; $M_O = 16{,}0\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

D'après l'équation, une mole d'urée formée consomme une mole de dioxyde de carbone : $n(CO_2) = n(\text{urée}) = \dfrac{m(\text{urée})}{M(\text{urée})}$.

$$M(\text{urée}) = 2 \times 14{,}0 + 4 \times 1{,}0 + 12{,}0 + 16{,}0 = 60{,}0\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$m(\text{urée}) = 120 \times 10^9\ \text{kg} = 120 \times 10^{12}\ \text{g}$$

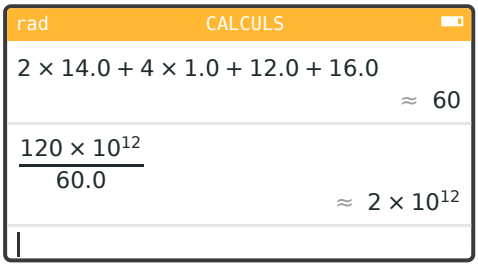
$$n(CO_2) = \frac{120 \times 10^{12}}{60{,}0} = 2{,}0 \times 10^{12}\ \text{mol}$$

$\boxed{n(CO_2) \approx 2{,}0 \times 10^{12}\ \text{mol par an}}$

PIÈGE

Laisser la masse en kilogrammes avec une masse molaire en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$: le résultat serait mille fois trop petit. Un milliard vaut 10^9, et $1\ \text{kg} = 10^3$ g.

À LA CALCULATRICE



B.2.2 Un véhicule neuf émet en moyenne 112 g de CO_2 par km et roule 13 000 km par an. Déterminer le nombre de véhicules dont l'émission de CO_2 serait compensée par la synthèse de l'urée pendant un an. Commenter le résultat.

Données utiles $n(CO_2) = 2{,}0 \times 10^{12}$ mol (B.2.1) ; $M_C = 12{,}0$; $M_O = 16{,}0$ g · mol^{-1}

Masse de CO_2 émise par un véhicule en un an : $m_1 = 112 \times 13\,000 = 1{,}456 \times 10^6$ g.

Masse de CO_2 consommée par la synthèse de l'urée en un an, avec $M(CO_2) = 12{,}0 + 2 \times 16{,}0 = 44{,}0$ g · mol^{-1} :

$$m(CO_2) = n(CO_2) \times M(CO_2) = 2{,}0 \times 10^{12} \times 44{,}0 = 8{,}8 \times 10^{13} \text{ g}$$

Nombre de véhicules :

$$N = \frac{m(CO_2)}{m_1} = \frac{8{,}8 \times 10^{13}}{1{,}456 \times 10^6} = 6{,}0 \times 10^7$$

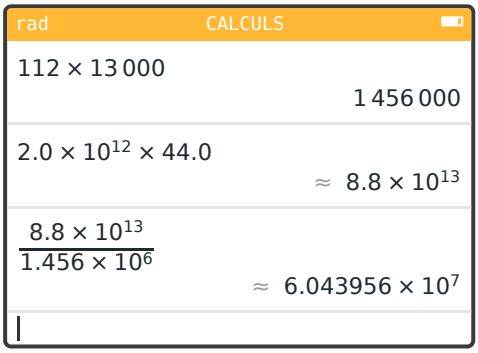
Commentaire : 60 millions de véhicules, c'est l'ordre de grandeur du parc automobile d'un grand pays, mais une faible part du parc mondial, qui dépasse le milliard de véhicules. Cette voie valorise du CO_2 sans compenser, à elle seule, les émissions du transport routier.

$N \approx 6{,}0 \times 10^7$, soit environ 60 millions de véhicules.

MÉTHODE

Pour comparer deux quantités de CO_2, les exprimer dans la même grandeur et la même unité (ici des grammes par an), puis faire le rapport.

À LA CALCULATRICE



Solarisation d'une piscine hors sol

Bac 2022 Nouvelle-Calédonie Jour 2 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

A.1 Montrer que le transfert thermique Q_1 reçu par l'eau de la piscine pendant les 12 h d'ensoleillement est proche de 6×10^7 J.

Données utiles $P_{S1} = 170\ \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$; $S = 8{,}0\ \text{m}^2$; $\Delta t = 12\ \text{h}$

La puissance surfacique est une puissance par unité de surface : le bassin reçoit la puissance $P_1 = P_{S1} \times S$.

L'énergie reçue pendant la durée Δt est $Q_1 = P_1 \times \Delta t = P_{S1} \times S \times \Delta t$, avec $\Delta t = 12 \times 3600 = 4{,}32 \times 10^4$ s.

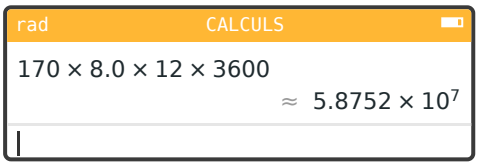
$$Q_1 = 170 \times 8{,}0 \times 4{,}32 \times 10^4 = 5{,}9 \times 10^7\ \text{J}$$

$\boxed{Q_1 = 5{,}9 \times 10^7\ \text{J} \approx 6 \times 10^7\ \text{J}, \text{ valeur attendue.}}$

PIÈGE
Laisser la durée en heures : des watts multipliés par des heures donnent des wattheures, pas des joules. Il faut convertir 12 h en secondes.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme $S = 8{,}0\ \text{m}^2$, la donnée la moins précise. La durée « 12 h » fixe le cadre de l'étude et ne limite pas la précision.

À LA CALCULATRICE



A.2 Énoncer le premier principe de la thermodynamique.

Pour un système fermé, macroscopiquement au repos, la variation d'énergie interne entre deux états est égale à la somme du travail W et du transfert thermique Q échangés avec le milieu extérieur.

$\boxed{\Delta U = W + Q}$

COMPRENDRE
W et Q sont algébriques : positifs s'ils sont reçus par le système, négatifs s'ils sont cédés. C'est un bilan de conservation de l'énergie.

A.3 À l'aide de ce principe, déterminer l'augmentation $\Delta\theta_1$ de la température de l'eau de la piscine.

Données utiles $Q_1 = 5{,}9 \times 10^7$ J (A.1) ; $\rho_{eau} = 1000\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $c_{eau} = 4180\ \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$; $h = 1{,}3$ m ; $S = 8{,}0\ \text{m}^2$

Système {eau de la piscine}, fermé et au repos. Il ne reçoit aucun travail ($W = 0$) et son seul échange thermique est Q_1 : le premier principe donne $\Delta U = Q_1$.

L'eau est incompressible : $\Delta U = m_{eau}\, c_{eau}\, \Delta\theta_1$, avec $m_{eau} = \rho_{eau} \times V = \rho_{eau} \times h \times S$.

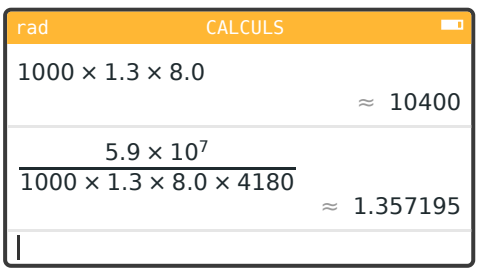
$$\Delta\theta_1 = \frac{Q_1}{\rho_{eau}\, h\, S\, c_{eau}} = \frac{5{,}9 \times 10^7}{1000 \times 1{,}3 \times 8{,}0 \times 4180}$$

$\boxed{\Delta\theta_1 = 1{,}4\ ^\circ\text{C}}$

COMPRENDRE
Un écart de température a la même valeur en kelvins et en degrés Celsius : inutile d'ajouter 273,15. La masse d'eau est de 10 400 kg, d'où un échauffement modeste.

MÉTHODE
Échauffement d'un liquide : 1) définir le système ; 2) premier principe avec $W = 0$; 3) $\Delta U = m\, c\, \Delta\theta$; 4) isoler la grandeur cherchée avant de passer aux valeurs.

À LA CALCULATRICE



A.4 En fin de journée l'eau est à environ 24 °C et, la nuit, l'air ambiant descend vers 15 °C. Justifier que l'eau de la piscine se refroidit au cours de la nuit.

Un transfert thermique se fait spontanément du corps le plus chaud vers le corps le plus froid. Ici $\theta_{eau} = 24\ ^\circ\text{C} > \theta_{air} = 15\ ^\circ\text{C}$: l'eau cède de l'énergie à l'air.

Pour le système {eau}, $Q < 0$ et $W = 0$, donc $\Delta U = Q < 0$: son énergie interne diminue.

L'eau cède de l'énergie thermique à l'air, plus froid : sa température baisse pendant la nuit.

COMPRENDRE
Le transfert se poursuit tant qu'un écart de température existe ; il s'arrêterait à l'équilibre thermique, lorsque l'eau et l'air sont à la même température.

A.5 Proposer une solution simple pour éviter les déperditions thermiques.

Recouvrir le bassin d'une bâche isolante pendant la nuit : elle limite les échanges thermiques entre l'eau et l'air.

COMPRENDRE
La surface libre est la principale zone d'échange avec l'air, notamment par évaporation.

B.1 Identifier le mode de transfert thermique qui explique que le matériau des tapis se réchauffe, puis celui qui explique que l'eau qui circule dans les tapis se réchauffe.

Le matériau des tapis, de couleur noire, absorbe le rayonnement solaire : il s'échauffe par **rayonnement**.

L'eau est en contact avec la paroi des tuyaux, plus chaude qu'elle : l'énergie traverse la paroi et lui est transmise par **conduction**.

Tapis : rayonnement. Eau dans les tuyaux : conduction, au contact de la paroi chaude.

PIÈGE
Citer la convection pour le tapis. Elle suppose un fluide en mouvement : elle intervient seulement ensuite, quand l'eau qui circule emporte l'énergie vers le bassin.

COMPRENDRE
Le rayonnement est le seul mode qui se propage dans le vide, donc le seul possible entre le Soleil et la Terre. La conduction exige un contact, sans déplacement de matière.

B.2 Déterminer la puissance thermique incidente P_i du rayonnement solaire qui arrive sur un seul tapis.

Données utiles $P_{S1} = 170\ \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$; tapis carré de côté $a = 1{,}2$ m

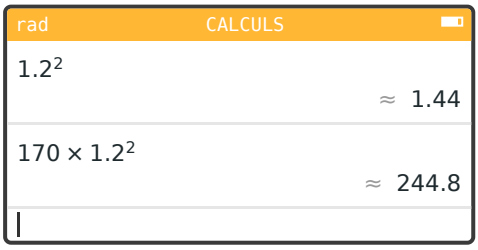
Surface d'un tapis : $S_t = a^2 = 1{,}2^2 = 1{,}44\ \text{m}^2$.

$$P_i = P_{S1} \times S_t = 170 \times 1{,}44$$

$P_i = 2{,}4 \times 10^2$ W (valeur non arrondie : 245 W)

PIÈGE
Utiliser la surface du bassin, $8{,}0\ \text{m}^2$, au lieu de celle du tapis, ou oublier d'élever le côté au carré.

À LA CALCULATRICE



B.3 Déterminer la puissance thermique P_u fournie par ce tapis à l'eau.

Données utiles $\eta = 0{,}21$; $P_i = 245$ W (B.2, valeur non arrondie)

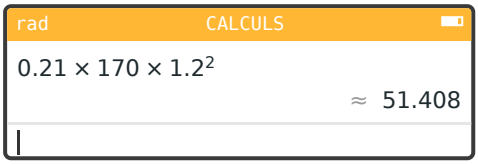
Par définition du rendement, $\eta = \dfrac{P_u}{P_i}$, donc $P_u = \eta \times P_i$.

$$P_u = 0{,}21 \times 245$$

$$\boxed{P_u = 51 \text{ W}}$$

MÉTHODE
Dans un calcul enchaîné, reprendre la valeur non arrondie de la question précédente et n'arrondir que le résultat final.

À LA CALCULATRICE



B.4 La saison dure 3 mois, avec 12 h de chauffage solaire par jour, et un tapis coûte 20 euros. Indiquer si l'achat des tapis recommandés est amorti en fin de saison, par comparaison avec le coût d'un chauffage électrique.

Données utiles $P_u = 51$ W (B.3) ; $h = 1{,}3$ m ; $S = 8{,}0$ m^2 ; 1 kWh coûte 0,16 euro ; tableau du nombre de tapis recommandé

Nombre de tapis. $V = h \times S = 1{,}3 \times 8{,}0 = 10{,}4$ m^3. Comme $8 \leq V \leq 12$, le tableau recommande 3 tapis : l'investissement est de $3 \times 20 = 60$ euros.

Énergie fournie à l'eau en une saison. En prenant 3 mois de 30 jours : $\Delta t = 3 \times 30 \times 12 = 1080$ h. Les trois tapis fournissent la puissance $3\,P_u$:

$$E = 3\,P_u \times \Delta t = 3 \times 0{,}0514 \times 1080 = 1{,}7 \times 10^2 \text{ kWh}$$

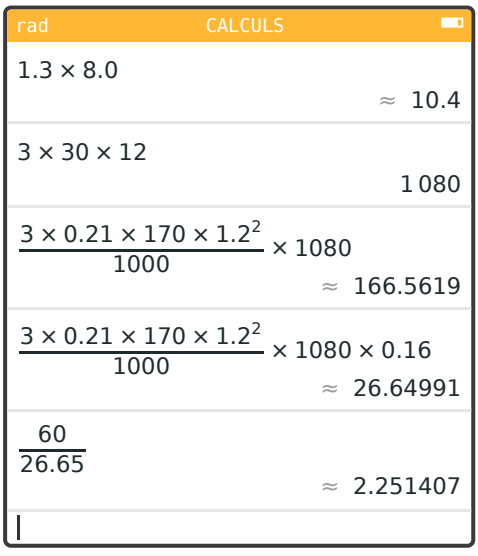
Coût avec un chauffage électrique. En supposant que le chauffage électrique transmet à l'eau toute l'énergie qu'il consomme, il faudrait payer $167 \times 0{,}16 = 27$ euros.

$27 \text{ euros} < 60 \text{ euros}$: l'achat des tapis n'est pas amorti en une saison ; il le sera au cours de la troisième ($60 \div 27 \approx 2{,}3$).

PIÈGE
Raisonner avec un seul tapis, ou comparer des joules à des euros. Les hypothèses (mois de 30 jours, chauffage électrique sans pertes) doivent être écrites : la démarche est évaluée.

MÉTHODE
Pour une énergie en kWh, multiplier directement des kilowatts par des heures : on évite le détour par les joules et la conversion $1 \text{ kWh} = 3{,}6 \times 10^6$ J.

À LA CALCULATRICE



Modélisation d'un service au tennis

Bac 2022 Nouvelle-Calédonie Jour 2 · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

A.1 Poser le cadre de l'étude à partir des conditions initiales données : position de la balle au moment de la frappe et vecteur vitesse initiale.

Système : la balle, assimilée à son centre de masse G, de masse m constante. Référentiel : terrestre, supposé galiléen.

Bilan des forces : l'action de l'air étant négligée, la balle n'est soumise qu'à son poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$, vertical et dirigé vers le bas.

À $t = 0$: $x(0) = 0$, $y(0) = H$, $v_x(0) = v_0$ et $v_y(0) = 0$.

COMPRENDRE
L'axe (Oy) est vertical vers le haut, donc $\vec{g}$ a pour composantes $(0\,;\,-g)$. La vitesse initiale est horizontale : sa composante verticale est nulle.

A.1.1 En appliquant une loi de Newton, à énoncer, déterminer les composantes a_x et a_y du vecteur accélération de G.

Deuxième loi de Newton : dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures appliquées au système est égale au produit de sa masse par l'accélération de son centre de masse, $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$.

Ici $\vec{P} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$.

$a_x = 0$ et $a_y = -g$

PIÈGE
L'énoncé de la loi est demandé : l'écrire en toutes lettres, avec le référentiel galiléen, et non la seule formule. Oublier le signe moins de a_y fausse toute la suite.

A.1.2 Déterminer les composantes v_x et v_y du vecteur vitesse de G.

Comme $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives de a_x et a_y :

$v_x(t) = C_1$ et $v_y(t) = -g\,t + C_2$.

Les constantes sont fixées par la vitesse initiale : $v_x(0) = v_0$ donne $C_1 = v_0$; $v_y(0) = 0$ donne $C_2 = 0$.

$v_x(t) = v_0$ et $v_y(t) = -g\,t$

MÉTHODE
Accélération, puis vitesse, puis position : à chaque étape on prend une primitive et on détermine la constante avec la condition initiale correspondante, écrite explicitement.

A.1.3 Déterminer les composantes x et y du vecteur position $\overrightarrow{OG}$.

Comme $\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{OG}}{\mathrm{d}t}$, on prend les primitives de v_x et v_y :

$x(t) = v_0\,t + C_3$ et $y(t) = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + C_4$.

À $t = 0$, la balle est en B : $x(0) = 0$ donne $C_3 = 0$; $y(0) = H$ donne $C_4 = H$.

$x(t) = v_0\,t$ et $y(t) = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + H$

PIÈGE
Oublier la constante H : la balle part du point B, pas de l'origine O du repère.

A.2 En déduire que l'équation de la trajectoire de G s'écrit $y(x) = -\dfrac{g}{2\,v_0^2}\,x^2 + H$.

On élimine le temps : $x = v_0\,t$ donne $t = \dfrac{x}{v_0}$.

En reportant dans $y(t)$: $y = -\dfrac{1}{2}\,g\left(\dfrac{x}{v_0}\right)^2 + H$

$y(x) = -\dfrac{g}{2\,v_0^2}\,x^2 + H$, ce qui est l'équation attendue.

COMPRENDRE
C'est un arc de parabole dont le sommet est le point B : la balle ne fait que descendre, puisque sa vitesse initiale est horizontale.

B.1 À partir de l'équation de la trajectoire, exprimer la vitesse initiale v_0 en fonction de $y(x)$, x, g et H.

$y(x) = -\dfrac{g}{2\,v_0^2}\,x^2 + H$ donne $\dfrac{g\,x^2}{2\,v_0^2} = H - y(x)$, soit $v_0^2 = \dfrac{g\,x^2}{2\,(H - y(x))}$.

Comme $v_0 > 0$ et $x > 0$:

$v_0 = x\sqrt{\dfrac{g}{2\,(H - y(x))}}$

COMPRENDRE
La balle descend, donc $H - y(x) > 0$: la racine carrée existe toujours. Pour une hauteur d'arrivée donnée, v_0 est proportionnelle à la distance horizontale x à atteindre.

B.2 Déterminer, à partir des documents, les coordonnées des points C et D.

Données utiles figure 1 : $5{,}50$ m entre la ligne de fond et la ligne de service ; $6{,}40$ m entre la ligne de service et le filet ; hauteur du filet au centre $0{,}91$ m

C est le sommet du filet, au centre du court : $x_C = 5{,}50 + 6{,}40 = 11{,}90$ m et $y_C = 0{,}91$ m.

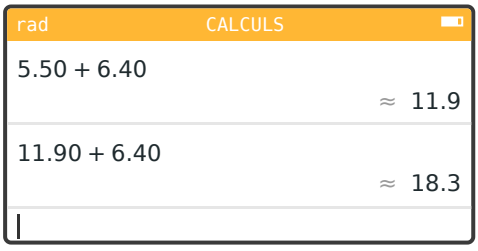
D est au sol, sur la ligne de service du camp adverse : $x_D = 11{,}90 + 6{,}40 = 18{,}30$ m et $y_D = 0$ m.

$C\,(11{,}90\text{ m}\,;\,0{,}91\text{ m})$ et $D\,(18{,}30\text{ m}\,;\,0\text{ m})$

PIÈGE
Prendre $1{,}07$ m pour le filet : c'est sa hauteur aux poteaux. Au centre, là où passe l'axe (Ox), il mesure $0{,}91$ m. Ne pas placer D sur la ligne de fond ($23{,}78$ m).

COMPRENDRE
Vérification : la moitié de la longueur du court vaut $23{,}78 \div 2 = 11{,}89$ m, en accord à un centimètre près avec x_C.

À LA CALCULATRICE



B.3 Pour une balle frappée à la hauteur $H = 2{,}6$ m, en déduire les valeurs extrêmes $v_{0\min}$ et $v_{0\max}$ de la vitesse initiale pour que le service soit valide.

Données utiles $g = 9{,}81\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$; $H = 2{,}6$ m ; expression de v_0 (B.1) ; coordonnées de C et D (B.2)

Vitesse minimale : la trajectoire passe juste par C.

$$v_{0\min} = x_C\sqrt{\frac{g}{2\,(H - y_C)}} = 11{,}90 \times \sqrt{\frac{9{,}81}{2 \times (2{,}6 - 0{,}91)}} = 20\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Vitesse maximale : la balle touche le sol en D.

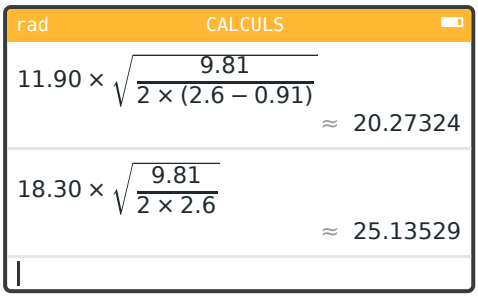
$$v_{0\max} = x_D\sqrt{\frac{g}{2\,(H - y_D)}} = 18{,}30 \times \sqrt{\frac{9{,}81}{2 \times (2{,}6 - 0)}} = 25\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$v_{0\min} = 20\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $v_{0\max} = 25\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$: le service est valide si $20\text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \leqslant v_0 \leqslant 25\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

PIÈGE
Inverser les rôles : le filet (C) impose la vitesse minimale, la ligne de service (D) la vitesse maximale. Une balle plus rapide tombe plus loin.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme la donnée la moins précise, $H = 2{,}6$ m. Ces vitesses correspondent à environ 73 et $90\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$.

À LA CALCULATRICE



B.4 La vitesse initiale réellement mesurée lors d'un service est nettement supérieure aux vitesses calculées. Commenter.

Avec le modèle, une balle lancée horizontalement à plus de $25\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ tomberait au-delà de la ligne de service. Si un service réel, bien plus rapide, est tout de même valide, c'est que certaines hypothèses du modèle ne sont pas vérifiées :

- la vitesse initiale n'est pas horizontale : le joueur frappe la balle vers le bas, ce qui raccourcit la trajectoire ;
- l'action de l'air n'est pas négligeable : les frottements freinent la balle, qui retombe plus tôt ;
- la balle tourne sur elle-même : l'effet donné modifie la trajectoire.

Le modèle (vitesse initiale horizontale, air et rotation négligés) est trop simple pour décrire un service réel.

MÉTHODE
Pour commenter un écart entre modèle et mesure, reprendre une à une les hypothèses du modèle et dire dans quel sens chacune, si elle est fausse, modifie le résultat.

C À partir d'une étude énergétique du mouvement réel (tableau de t, y et v), montrer que l'hypothèse « l'action de l'air est négligeable » n'est pas vérifiée.

Données utiles $m = 58\ \text{g} = 0{,}058\ \text{kg}$; $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; à $t = 0$: $y = 2{,}58\ \text{m}$, $v = 47{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; à $t = 0{,}27\ \text{s}$: $y = 1{,}10\ \text{m}$, $v = 35{,}3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

Si l'action de l'air est négligeable, la balle n'est soumise qu'à son poids, force conservative : son énergie mécanique doit rester constante.

On calcule $E_m = E_c + E_{pp} = \frac{1}{2} m v^2 + m g y$ (référence de l'énergie potentielle au sol) pour chaque date du tableau.

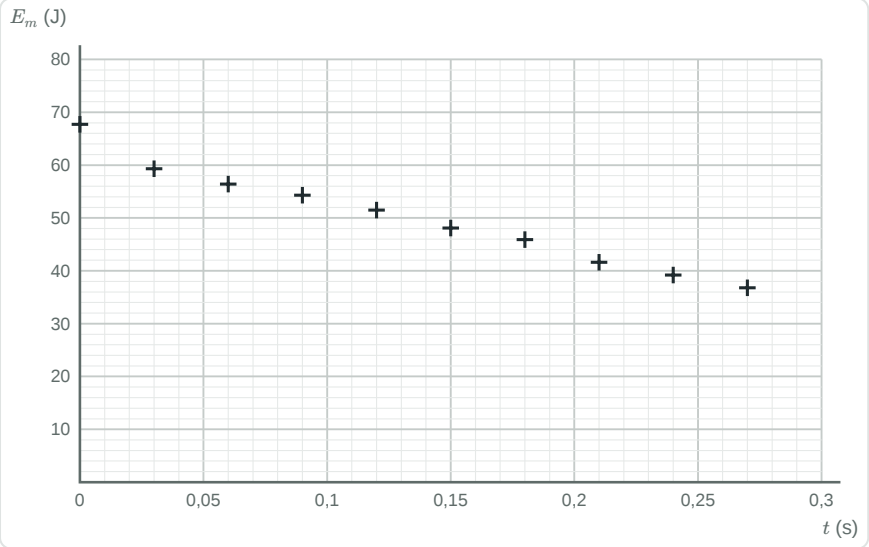
À $t = 0$: $E_m = \frac{1}{2} \times 0{,}058 \times 47{,}8^2 + 0{,}058 \times 9{,}81 \times 2{,}58 = 68\ \text{J}$

À $t = 0{,}27\ \text{s}$: $E_m = \frac{1}{2} \times 0{,}058 \times 35{,}3^2 + 0{,}058 \times 9{,}81 \times 1{,}10 = 37\ \text{J}$

t (s)	0,00	0,03	0,06	0,09	0,12
E_m (J)	68	59	56	54	52
t (s)	0,15	0,18	0,21	0,24	0,27
E_m (J)	48	46	42	39	37

L'énergie mécanique diminue sans cesse : elle passe de 68 J à 37 J en $0{,}27$ s, soit une perte de près de la moitié. Cette énergie est dissipée par le travail résistant des frottements de l'air.

E_m n'est pas conservée (68 J puis 37 J) : l'action de l'air n'est pas négligeable, l'hypothèse n'est pas vérifiée.



C · Énergie mécanique de la balle calculée à partir du tableau

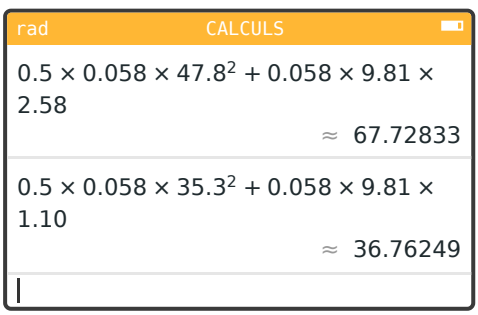
PIÈGE

Laisser la masse en grammes : E_m n'est en joules que si m est en kilogrammes. Dire seulement « la vitesse diminue » ne suffit pas, il faut des valeurs de E_m.

COMPRENDRE

En chute libre, la balle descend donc sa vitesse devrait augmenter. Ici elle diminue alors que l'altitude baisse aussi : E_c et E_{pp} décroissent ensemble, ce qui est impossible sans force dissipative.

À LA CALCULATRICE



Anatomie d'un condensateur

Bac 2022 Nouvelle-Calédonie Jour 2 · Exercice 4 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

A.1 Recopier le schéma du circuit, indiquer le sens du courant d'intensité i pendant le régime transitoire et représenter les tensions E, u_R et u_C.

Le courant sort de la borne $+$ du générateur : il traverse K, le conducteur ohmique puis le condensateur.

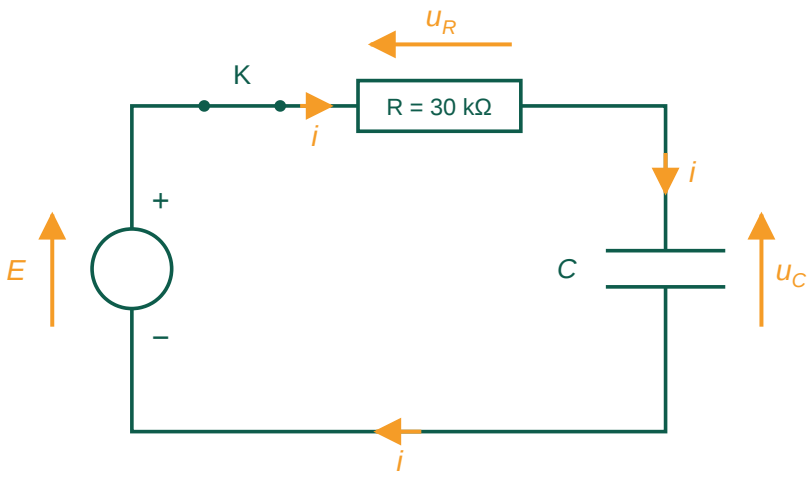
La flèche de E pointe vers la borne $+$ du générateur. Les flèches de u_R et u_C sont tracées en convention récepteur : elles sont de sens opposé à celui de i.

Schéma ci-dessous : i dans le sens horaire, u_R et u_C opposées à i.

PIÈGE

Dessiner u_R ou u_C dans le même sens que i.

Les relations $u_R = Ri$ et $i = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ changeraient alors de signe.



A.1 · Circuit RC complété : courant et tensions en orange

A.2 Établir la relation entre les tensions électriques dans ce circuit.

Loi des mailles, avec les orientations du schéma de la question A.1 :

$$E = u_R + u_C$$

A.3 Exprimer la charge q du condensateur en fonction de la tension à ses bornes.

q est la charge de l'armature vers laquelle pointe la flèche de u_C, celle par laquelle le courant arrive.

$$q = C\,u_C$$

A.4 Montrer que u_C vérifie l'équation différentielle $\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{u_C}{\tau} = \frac{E}{\tau}$ et préciser l'expression de la constante τ.

Loi d'Ohm : $u_R = R\,i$.

Intensité : $i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(C\,u_C)}{\mathrm{d}t} = C\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$, la capacité C étant constante.

On remplace dans la loi des mailles (A.2) :

$$R\,C\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = E$$

On divise chaque terme par $R\,C$:

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{u_C}{R\,C} = \frac{E}{R\,C}$$

C'est la forme demandée, avec $\tau = R\,C$.

MÉTHODE
Toujours le même enchaînement pour un circuit RC : loi des mailles, loi d'Ohm, $i = C\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$, puis division par $R\,C$ pour isoler la dérivée.

A.5 Proposer une dénomination pour la constante τ. Montrer que cette constante a la dimension d'une durée.

τ est la **constante de temps** (ou temps caractéristique) du circuit RC.

Dans l'équation différentielle, les trois termes ont la même unité. Le terme $\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ est une tension divisée par une durée : il s'exprime en $\mathrm{V}\cdot\mathrm{s}^{-1}$.

Le terme $\frac{u_C}{\tau}$ s'exprime donc aussi en $\mathrm{V}\cdot\mathrm{s}^{-1}$. Comme u_C est en volts, τ est en secondes.

$\tau = R\,C$ est homogène à une durée.

COMPRENDRE
Autre voie : $R = \frac{u_R}{i}$ est une tension sur une intensité, $C = \frac{q}{u_C}$ une intensité fois une durée sur une tension. Le produit $R\,C$ ne garde que la durée.

A.6.1 Déterminer graphiquement la valeur de τ en faisant apparaître les traits de construction sur le graphe de l'annexe.

Données utiles $E = 12$ V

La courbe tend vers la valeur finale $u_C = E = 12$ V. À la date $t = \tau$, la tension vaut 63 % de cette valeur finale :

$u_C(\tau) = 0{,}63 \times 12 = 7{,}6$ V

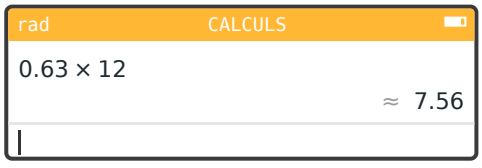
On trace l'horizontale d'ordonnée 7,6 V jusqu'à la courbe, puis on descend à la verticale jusqu'à l'axe des temps.

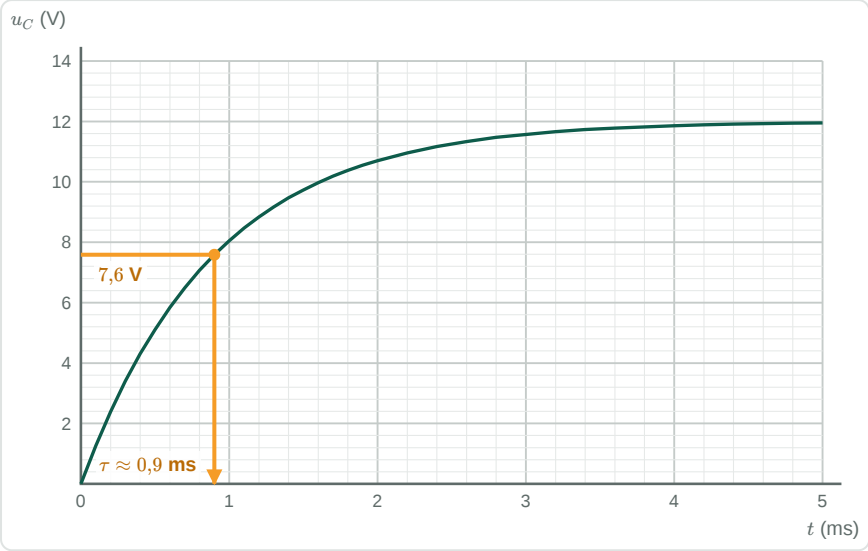
$\tau \approx 0{,}9$ ms

COMPRENDRE
Le 63 % vient de la solution $u_C = E\,(1 - e^{-t/\tau})$: à $t = \tau$, $1 - e^{-1} = 0{,}63$. Une graduation valant 0,2 ms, la lecture est fiable à 0,1 ms près.

MÉTHODE
Seconde construction possible : la tangente à l'origine coupe l'asymptote $u_C = E$ à l'abscisse τ. Elle est moins précise, car le tracé d'une tangente à la main est délicat.

À LA CALCULATRICE





A.6.1 · Annexe 2 complétée : lecture de la constante de temps

A.6.2 En déduire la valeur de la capacité C du condensateur dans le cadre du modèle du circuit RC.

Données utiles $\tau = 0{,}90$ ms (A.6.1) ; $R = 30\ \text{k}\Omega$

$\tau = RC$ donc $C = \dfrac{\tau}{R}$

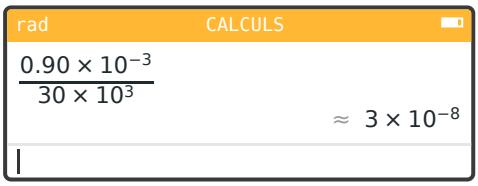
$$C = \frac{0{,}90 \times 10^{-3}}{30 \times 10^{3}} = 3{,}0 \times 10^{-8}\ \text{F}$$

$C = 3{,}0 \times 10^{-8}\ \text{F} = 30\ \text{nF}$

PIÈGE
Laisser τ en millisecondes ou R en kilo-ohms : le résultat serait faux d'un facteur 10^3 ou 10^6.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme R et la lecture de τ. La valeur est proche des 33 nF du tableau du fabricant.

À LA CALCULATRICE



B.1 Décrire l'influence des caractéristiques géométriques du condensateur plan sur la valeur de sa capacité.

D'après $C = \dfrac{\varepsilon \times S}{a}$, pour un isolant donné (ε fixée) :

- C est proportionnelle à la surface S des armatures : si S double, C double ;
- C est inversement proportionnelle à l'épaisseur a de l'isolant : si a double, C est divisée par deux.

C augmente quand S augmente et quand a diminue.

B.2.1 Établir l'expression de la capacité C du condensateur en fonction de h, L, e et du nombre n de condensateurs empilés.

Chaque condensateur élémentaire a des armatures rectangulaires de surface $S = L \times h$, donc $C_0 = \dfrac{\varepsilon \times L \times h}{a}$.

L'épaisseur des armatures étant négligeable, l'épaisseur totale est celle des n couches d'isolant : $e = n \times a$, donc $a = \dfrac{e}{n}$.

Comme $C = n \times C_0$:

$$C = n \times \frac{\varepsilon \times L \times h}{e/n}$$

$$\boxed{C = \frac{n^2 \times \varepsilon \times L \times h}{e}}$$

PIÈGE
Oublier que a dépend de n et s'arrêter à $C = \dfrac{n\,\varepsilon\,L\,h}{a}$: l'énoncé demande une expression avec e, pas avec a.

B.2.2 La capacité du condensateur valant $C = 33$ nF, en déduire le nombre n de condensateurs élémentaires qui le constituent.

Données utiles $\varepsilon = 2{,}57 \times 10^{-11}\ \mathrm{F \cdot m^{-1}}$; ligne 33,0 nF du tableau : $L = 11{,}0$ mm ; $h = 9{,}0$ mm ; $e = 6{,}0$ mm

De la relation de la question B.2.1 : $n^2 = \dfrac{C \times e}{\varepsilon \times L \times h}$, et n est positif,

donc $n = \sqrt{\dfrac{C \times e}{\varepsilon \times L \times h}}$

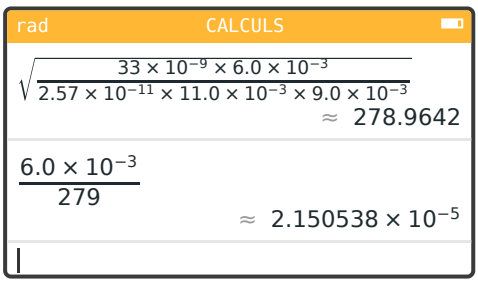
$$n = \sqrt{\frac{33 \times 10^{-9} \times 6{,}0 \times 10^{-3}}{2{,}57 \times 10^{-11} \times 11{,}0 \times 10^{-3} \times 9{,}0 \times 10^{-3}}} = 279$$

$n \approx 279$, soit environ $2{,}8 \times 10^2$ condensateurs élémentaires.

PIÈGE
Laisser L, h et e en millimètres alors que ε est en $\mathrm{F \cdot m^{-1}}$, ou oublier la racine carrée.

COMPRENDRE
Chaque couche d'isolant mesure alors $a = \dfrac{e}{n} \approx 22\ \mu\mathrm{m}$: c'est bien un film très mince, comme le décrit l'énoncé.

À LA CALCULATRICE



B.2.3 Le fabricant indique que le condensateur étudié est constitué de 300 armatures métalliques. Commenter.

Données utiles $n = 279$ (B.2.2) ; incertitudes du tableau : C à 2 % près ; L, h et e à 0,5 mm près

Un isolant sépare deux armatures consécutives : 300 armatures forment $300 - 1 = 299$ condensateurs élémentaires. Le calcul donne 279, soit un écart de 20.

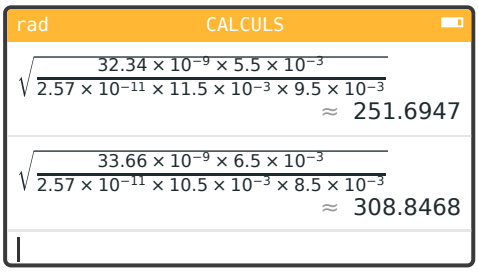
Encadrons n avec les incertitudes du tableau.

Valeur minimale (C et e minimales, L et h maximales) : $C = 0{,}98 \times 33 = 32{,}34$ nF, $e = 5{,}5$ mm, $L = 11{,}5$ mm, $h = 9{,}5$ mm, d'où $n_{\text{min}} = 252$.

Valeur maximale (C et e maximales, L et h minimales) : $C = 1{,}02 \times 33 = 33{,}66$ nF, $e = 6{,}5$ mm, $L = 10{,}5$ mm, $h = 8{,}5$ mm, d'où $n_{\text{max}} = 309$.

$252 \leqslant 299 \leqslant 309$: l'indication du fabricant est compatible avec le modèle, compte tenu des incertitudes.

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Confondre armatures et condensateurs : N armatures empilées délimitent $N - 1$ couches d'isolant, donc $N - 1$ condensateurs élémentaires.

COMPRENDRE
L'incertitude de 0,5 mm pèse lourd sur des dimensions de 6 à 11 mm : près de 8 % sur e. C'est elle qui explique la largeur de l'encadrement.