La physique de la plongée

Bac 2022 Métropole Septembre Jour 2 · Exercice 1 **10 points** **Durée conseillée 1 h 45**

Q1 Identifier les deux forces modélisant les actions mécaniques exercées sur le système {plongeur + équipement} en équilibre.

Le système est soumis à :

- son poids $\vec{P}$, exercé par la Terre, vertical et dirigé vers le bas ;
- la poussée d'Archimède $\vec{P}_A$, exercée par l'eau, verticale et dirigée vers le haut.

Deux forces : le poids $\vec{P}$ et la poussée d'Archimède $\vec{P}_A$.

PIÈGE
Ne pas ajouter une « force de pression de l'eau » : la poussée d'Archimède est déjà la résultante des forces de pression exercées par l'eau sur le système.

Q2 À l'aide de la deuxième loi de Newton, représenter, sans souci d'échelle, les forces exercées sur le système sachant qu'il est en équilibre.

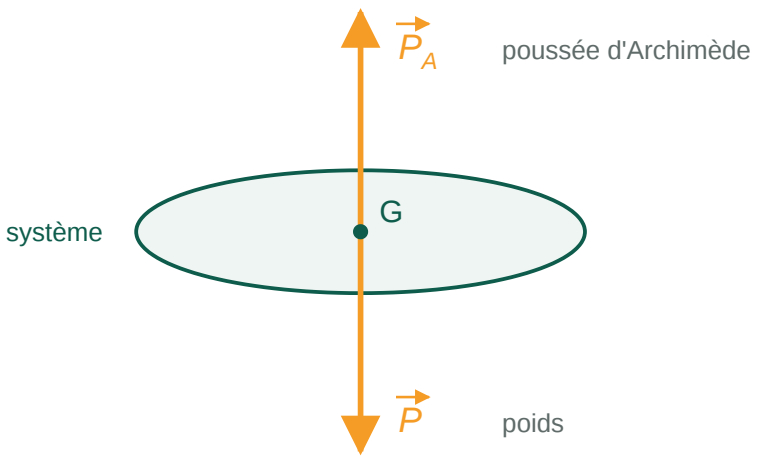
Dans le référentiel terrestre supposé galiléen, la deuxième loi de Newton s'écrit $\vec{P} + \vec{P}_A = m\,\vec{a}$.

Le système est en équilibre : il reste immobile, donc $\vec{a} = \vec{0}$ et $\vec{P} + \vec{P}_A = \vec{0}$.

Les deux forces ont la même direction (verticale), des sens opposés et la même norme : on trace à partir de G deux flèches de même longueur.

$\vec{P}_A = -\vec{P}$, soit $P_A = P$: deux vecteurs opposés de même longueur.

PIÈGE
« Sans souci d'échelle » ne dispense pas de tracer deux flèches de même longueur : c'est l'égalité des normes qui traduit l'équilibre.



Q2 · Forces exercées sur le système à l'équilibre

Q3 Lorsque le plongeur inspire, le volume de ses poumons augmente. Expliquer les conséquences sur le mouvement du plongeur initialement immobile, en justifiant la direction et le sens du vecteur accélération.

En inspirant, le plongeur augmente le volume V du système, alors que ρ et g ne changent pas : la norme $P_A = \rho V g$ augmente.

La masse du système, donc son poids, reste la même : désormais $P_A > P$.

La somme $\vec{P} + \vec{P}_A$ est alors verticale et dirigée vers le haut. D'après la deuxième loi de Newton, $\vec{a} = \dfrac{\vec{P} + \vec{P}_A}{m}$ a la même direction et le même sens que cette somme.

$\vec{a}$ est vertical, dirigé vers le haut : le plongeur, d'abord immobile, se met à monter.

COMPRENDRE
Le vecteur accélération a toujours la direction et le sens de la somme des forces. Comme la vitesse initiale est nulle, le mouvement démarre dans le sens de $\vec{a}$.

Q4 Montrer que la quantité de matière initiale d'air comprimé contenue dans les bouteilles vaut $n = 293$ mol.

Données utiles $P_b = 230$ bar ; $1\text{ bar} = 1 \times 10^5$ Pa ; $V_b = 30$ L ; $T_{eau} = 283$ K ; $R = 8{,}31\text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

L'air est modélisé par un gaz parfait : $P_b V_b = n R T_{eau}$, avec P_b en Pa et V_b en m³.

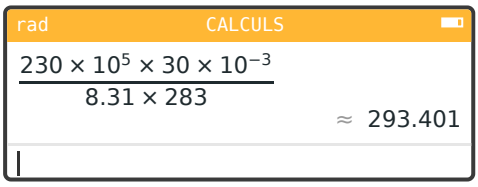
$P_b = 230 \times 10^5$ Pa et $V_b = 30 \times 10^{-3}\text{ m}^3$.

$$n = \frac{P_b V_b}{R T_{eau}} = \frac{230 \times 10^5 \times 30 \times 10^{-3}}{8{,}31 \times 283}$$

$n = 293$ mol : c'est bien la valeur annoncée.

PIÈGE
Laisser la pression en bar ou le volume en litres : l'équation d'état exige des pascals, des mètres cubes et des kelvins ($1\text{ L} = 10^{-3}\text{ m}^3$).

À LA CALCULATRICE

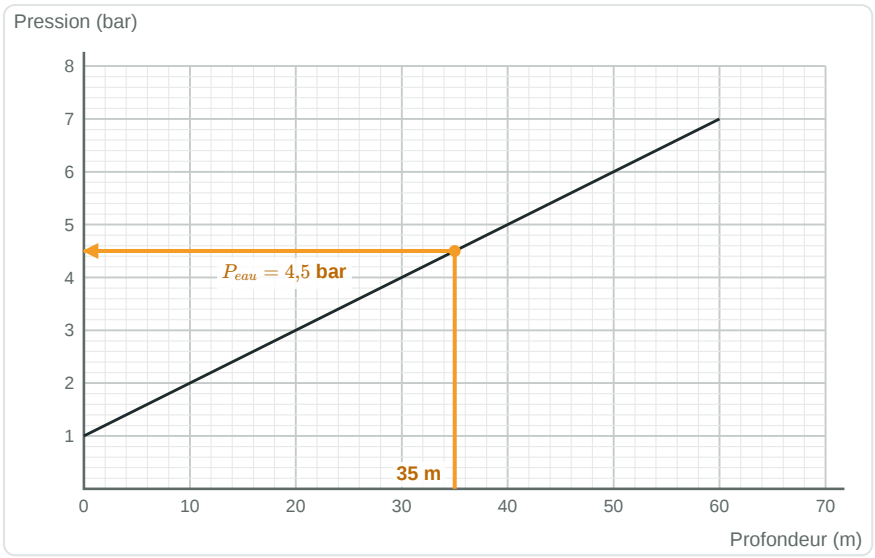


Q5 Déterminer graphiquement la valeur de la pression de l'eau à une profondeur de 35 m.

Sur la figure 1, on part de l'abscisse 35 m, on monte jusqu'à la droite puis on lit l'ordonnée du point atteint.

$P_{eau} = 4{,}5$ bar à 35 m de profondeur.

COMPRENDRE
La droite part de 1 bar en surface (pression atmosphérique) et gagne 1 bar tous les 10 m : $1 + 3{,}5 = 4{,}5$ bar, ce qui confirme la lecture.



Q5 · Figure 1 du sujet, avec la lecture à 35 m

Q6 Le plongeur respire 20,0 L d'air par minute, à la pression de l'eau, et réserve la moitié de son air à l'exploration. Estimer la durée pendant laquelle il pourra explorer à 35 m.

Données utiles $n = 293$ mol (Q4) ; $P_{eau} = 4{,}5$ bar (Q5) ; $T_{eau} = 283$ K ; $R = 8{,}31$ J · mol^{-1} · K^{-1} ; débit : $20{,}0$ L · min^{-1}

La quantité d'air disponible pour l'exploration est $\frac{n}{2}$. Après le détendeur, cet air est respiré à la pression P_{eau} et à la température T_{eau}. Il occupe alors le volume :

$$V = \frac{n\,R\,T_{eau}}{2\,P_{eau}} = \frac{293 \times 8{,}31 \times 283}{2 \times 4{,}5 \times 10^5} = 0{,}77\ \text{m}^3 = 7{,}7 \times 10^2\ \text{L}$$

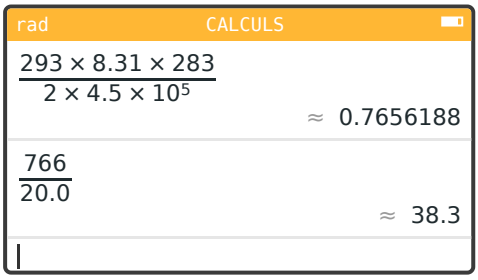
Durée d'exploration : $\Delta t = \frac{V}{20{,}0} = \frac{7{,}7 \times 10^2}{20{,}0}$

$\Delta t \approx 38$ min d'exploration à 35 m.

PIÈGE
Diviser les 30 L des bouteilles par 20 L par minute. Les 20,0 L sont mesurés à 4,5 bar : il faut d'abord calculer le volume qu'occupe l'air une fois détendu.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme P_{eau} et V_b. À température constante, $P\,V$ se conserve : $V = \frac{P_b\,V_b}{2\,P_{eau}}$ donne le même résultat sans passer par n.

À LA CALCULATRICE



Q7 Indiquer quels phénomènes correspondent aux transferts thermiques associés respectivement aux termes ① et ② de l'expression de Q.

Terme ① : $P_m\,\Delta t$ est l'énergie thermique apportée au corps par son métabolisme pendant Δt. Ce terme est positif.

Terme ② : $\frac{T_{eau} - T(t)}{R_{eq}}\,\Delta t$ est le transfert thermique entre le corps et l'eau, à travers la peau et la combinaison. Comme $T_{eau} < T(t)$, il est négatif : le plongeur cède de l'énergie à l'eau.

① : apport du métabolisme ; ② : pertes thermiques vers l'eau à travers la peau et la combinaison.

COMPRENDRE
Le flux thermique $\frac{T_{eau} - T}{R_{eq}}$ va spontanément du corps chaud vers le corps froid. Le signe de Q est compté du point de vue du plongeur : reçu positif, cédé négatif.

Q8 Pendant la durée Δt, la température du plongeur varie de ΔT. Exprimer la variation d'énergie interne ΔU du plongeur en fonction de m_p, c_h et ΔT.

Le plongeur est assimilé à un système incompressible de température homogène.

$$\Delta U = m_p\, c_h\, \Delta T$$

Q9 À l'aide du premier principe de la thermodynamique, établir l'équation différentielle $\tau \dfrac{\mathrm{d}T(t)}{\mathrm{d}t} + T(t) = T_f$ avec $\tau = m_p\, c_h\, R_{eq}$ et $T_f = P_m\, R_{eq} + T_{eau}$.

Premier principe appliqué au plongeur, au repos macroscopique, entre t et $t + \Delta t$: $\Delta U = W + Q$. Il n'y a pas de travail échangé, donc $\Delta U = Q$:

$$m_p\, c_h\, \Delta T = P_m\, \Delta t + \frac{T_{eau} - T(t)}{R_{eq}}\, \Delta t$$

On divise par Δt, puis on multiplie par R_{eq} :

$$m_p\, c_h\, R_{eq}\, \frac{\Delta T}{\Delta t} = P_m\, R_{eq} + T_{eau} - T(t)$$

Quand Δt tend vers 0, $\dfrac{\Delta T}{\Delta t}$ tend vers $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}$:

$$m_p\, c_h\, R_{eq}\, \frac{\mathrm{d}T(t)}{\mathrm{d}t} + T(t) = P_m\, R_{eq} + T_{eau}$$

$$\tau \frac{\mathrm{d}T(t)}{\mathrm{d}t} + T(t) = T_f \text{ avec } \tau = m_p\, c_h\, R_{eq} \text{ et } T_f = P_m\, R_{eq} + T_{eau}$$

MÉTHODE
Bilan thermique : 1) premier principe sur Δt ; 2) remplacer ΔU et Q ; 3) diviser par Δt et passer à la limite ; 4) isoler $T(t)$ pour identifier τ et T_f.

Q10 Préciser la signification physique du terme T_f.

Lorsque la température ne varie plus, $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = 0$ et l'équation différentielle donne $T = T_f$.

T_f est la température finale du plongeur, celle vers laquelle $T(t)$ tend au bout d'une durée très longue.

COMPRENDRE
À $T = T_f$, la puissance du métabolisme compense exactement la puissance perdue vers l'eau : $P_m = \dfrac{T_f - T_{eau}}{R_{eq}}$.

Q11 Attribuer, en justifiant, les deux courbes de la figure 2 au plongeur avec et sans combinaison. Vérifier la cohérence de ce choix avec les expressions de T_f et de τ.

Données utiles $m_p = 80$ kg ; $c_h = 3{,}5 \times 10^3$ J · kg^{-1} · K^{-1} ; $P_m = 200$ W ; $R_{eq} = 5{,}0 \times 10^{-2}$ K · W^{-1} (avec combinaison) ; $T_{eau} = 283$ K ; température initiale : 310 K

La combinaison isole le plongeur : avec elle, il se refroidit moins vite et moins. La courbe 2, qui décroît plus lentement et reste au-dessus de l'autre, est celle du plongeur avec combinaison.

Cohérence : sans combinaison, R_{eq} est plus petite, donc $T_f = P_m\,R_{eq} + T_{eau}$ et $\tau = m_p\,c_h\,R_{eq}$ sont plus petits. C'est bien le cas de la courbe 1.

Vérification numérique avec combinaison :

$T_f = 200 \times 5{,}0 \times 10^{-2} + 283 = 293$ K : la courbe 2 tend vers 293 K environ, la courbe 1 vers 289 K.

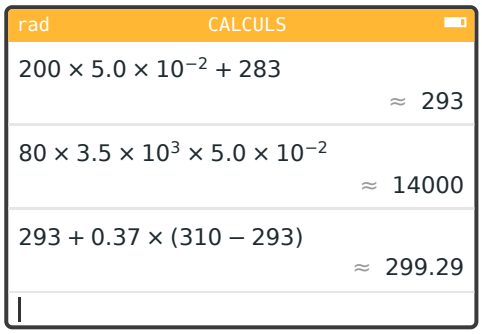
$\tau = 80 \times 3{,}5 \times 10^3 \times 5{,}0 \times 10^{-2} = 1{,}4 \times 10^4$ s. À $t = \tau$, il reste 37 % de l'écart initial : $T(\tau) = 293 + 0{,}37 \times (310 - 293) \approx 299$ K, valeur lue sur la courbe 2 vers $14\,000$ s.

Courbe 2 : avec combinaison ($T_f = 293$ K, $\tau = 1{,}4 \times 10^4$ s) ; courbe 1 : sans combinaison.

MÉTHODE

Pour une évolution exponentielle, τ se lit là où il reste 37 % de l'écart entre la valeur initiale et la valeur finale, ou à l'intersection de la tangente à l'origine avec l'asymptote.

À LA CALCULATRICE



Q12 Le plongeur prévoit une sortie de 60 minutes. Déterminer la durée au bout de laquelle, muni de sa combinaison, il risquerait l'hypothermie dans le cadre de ce modèle. Commenter le résultat.

Données utiles hypothermie légère en dessous de 35 °C ; $T(\text{K}) = \theta(^\circ\text{C}) + 273$; courbe 2 (Q11)

Seuil d'hypothermie : $T = 35 + 273 = 308$ K.

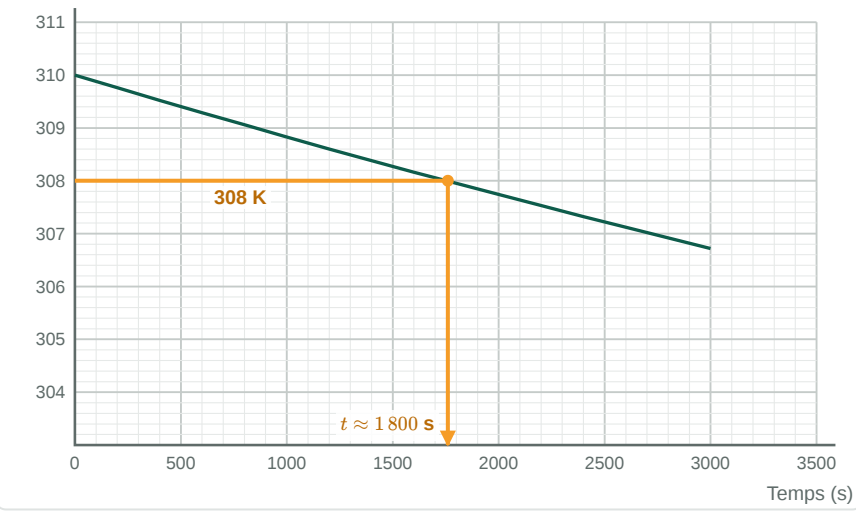
Sur l'agrandissement de la figure 2, la courbe 2 passe par 308 K à $t \approx 1{,}8 \times 10^3$ s, soit $\dfrac{1{,}8 \times 10^3}{60} = 30$ min.

La sortie prévue dure 60 min, soit 3 600 s : le seuil est franchi à la moitié de la sortie.

Risque d'hypothermie au bout d'environ $1{,}8 \times 10^3$ s, soit 30 min : la sortie de 60 min est trop longue avec cette combinaison.

COMPRENDRE

Les 38 min d'exploration de Q6 dépassent déjà cette durée. Il faudrait une combinaison plus isolante (R_{eq} plus grande) ou une sortie plus courte. Le modèle reste simplifié : température homogène, métabolisme constant.



Q12 · Agrandissement de la figure 2 (courbe 2), avec la lecture du seuil de 308 K

À LA CALCULATRICE

