Ingenuity, le premier hélicoptère à voler sur Mars

Bac 2022 Nouvelle-Calédonie Jour 1 · Exercice 1 **10 points** **Durée conseillée 1 h 45**

A.1 En supposant que l'air est un gaz parfait, montrer que la masse volumique de l'air sur Terre vérifie $\rho_{Terre} = \dfrac{PM}{RT}$.

Pour un volume V d'air de masse m contenant une quantité de matière n : $\rho_{Terre} = \dfrac{m}{V}$ et $m = n\,M$.

L'équation d'état du gaz parfait $PV = nRT$ donne $\dfrac{n}{V} = \dfrac{P}{RT}$.

Donc $\rho_{Terre} = \dfrac{n\,M}{V} = M \times \dfrac{P}{RT}$.

$$\boxed{\rho_{Terre} = \frac{PM}{RT}}$$

MÉTHODE

Pour un « montrer que », partir de la définition de la grandeur cherchée ($\rho = m/V$), puis remplacer une à une les grandeurs absentes de la formule finale (m, puis n/V).

A.2 Calculer la valeur de ρ_{Terre} pour une température de l'air de 15 °C.

Données utiles $P = 1{,}013 \times 10^5$ Pa ; $M = 29{,}0 \times 10^{-3}$ kg · mol^{-1} ; $R = 8{,}314$ J · K^{-1} · mol^{-1} ; $T(\text{K}) = T(^\circ\text{C}) + 273{,}15$

Température absolue : $T = 15 + 273{,}15 = 288{,}15$ K.

$$\rho_{Terre} = \frac{PM}{RT} = \frac{1{,}013 \times 10^5 \times 29{,}0 \times 10^{-3}}{8{,}314 \times 288{,}15}$$

$$\boxed{\rho_{Terre} = 1{,}23 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}}$$

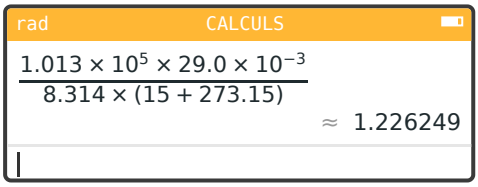
PIÈGE

Laisser la température en degrés Celsius : la loi des gaz parfaits exige des kelvins. Avec M en kg · mol^{-1} et P en pascals, le résultat sort directement en kg · m^{-3}.

COMPRENDRE

Chiffres significatifs : la donnée la moins précise, M, en compte trois ; le résultat s'écrit donc avec trois chiffres. L'affichage 1,2262… s'arrondit à 1,23 et non à 1,22.

À LA CALCULATRICE



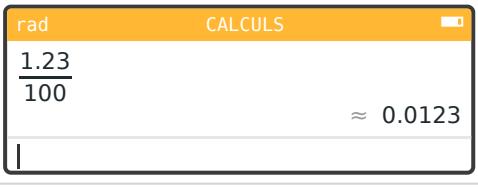
A.3 En déduire la valeur de la masse volumique de l'atmosphère sur Mars ρ_{Mars} à la température de 15 °C.

Données utiles ρ_{Mars} égale à 1 % de ρ_{Terre} ; $\rho_{Terre} = 1{,}23$ kg · m^{-3} (A.2)

$$\rho_{Mars} = \frac{1}{100} \times \rho_{Terre} = \frac{1{,}23}{100}$$

$$\boxed{\rho_{Mars} = 1{,}23 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}}$$

À LA CALCULATRICE



A.4 Sachant que la portance est proportionnelle à la masse volumique de l'atmosphère, expliquer pourquoi faire voler un hélicoptère sur Mars est un « défi technologique ».

La portance est proportionnelle à la masse volumique de l'atmosphère. Celle de Mars est 100 fois plus faible que celle de la Terre : à hélices et vitesse de rotation identiques, la portance y est donc 100 fois plus petite.

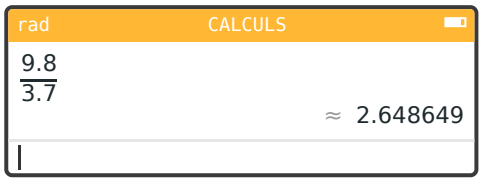
Or le poids de l'engin n'est divisé que par $\frac{g_T}{g_M} = \frac{9{,}8}{3{,}7} \approx 2{,}6$.

La portance chute bien plus que le poids : il faut un engin très léger et des pales grandes, tournant très vite, pour que la portance compense le poids.

COMPRENDRE

La pesanteur plus faible de Mars aide un peu, mais elle ne rattrape pas le facteur 100 perdu sur la masse volumique. C'est la comparaison des deux effets qui justifie le mot « défi ».

À LA CALCULATRICE



B.1 Déterminer la vitesse de rotation minimale des pales d'Ingenuity sur Terre et sur Mars pour que l'hélicoptère décolle. Commenter le résultat.

Données utiles $m = 1{,}8$ kg (figure 1) ; $g_T = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $g_M = 3{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; figures 2 et 3

L'hélicoptère décolle dès que la portance atteint la valeur de son poids $P = m\,g$.

Sur Terre : $P_T = m\,g_T = 1{,}8 \times 9{,}8 = 18$ N. Sur la figure 2, la portance vaut 18 N pour $N_T \approx 400$ tpm.

Sur Mars : $P_M = m\,g_M = 1{,}8 \times 3{,}7 = 6{,}7$ N. Sur la figure 3, la portance vaut 6,7 N pour $N_M \approx 2450$ tpm.

Rapport : $\frac{N_M}{N_T} = \frac{2450}{400} \approx 6$.

Bien que l'engin soit 2,6 fois moins lourd sur Mars, ses pales doivent y tourner environ 6 fois plus vite que sur Terre : c'est la conséquence de la très faible masse volumique de l'atmosphère martienne.

$N_T \approx 4{,}0 \times 10^2$ tpm sur Terre ; $N_M \approx 2{,}4 \times 10^3$ tpm sur Mars, soit environ 6 fois plus.

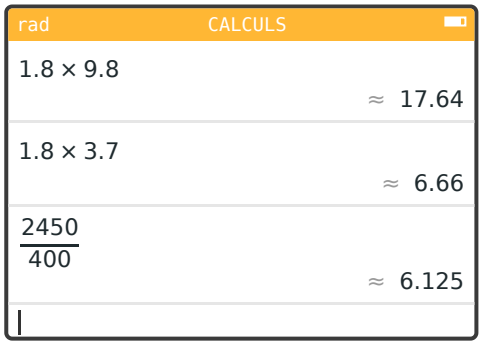
PIÈGE

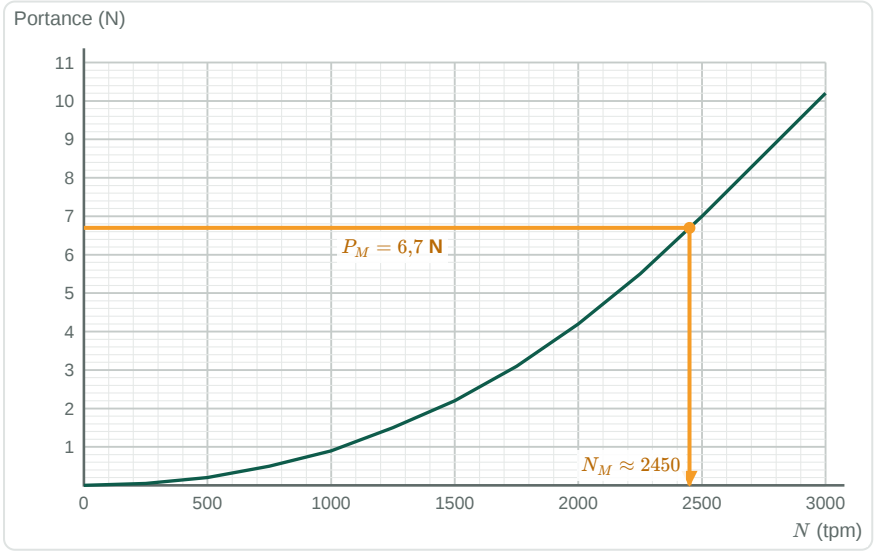
Prendre le même poids sur les deux planètes : la masse (1,8 kg) ne change pas, le poids si. Attention aussi aux échelles : les deux figures n'ont ni les mêmes graduations ni les mêmes axes.

MÉTHODE

Question ouverte : écrire la condition de décollage (portance = poids), calculer chaque poids, tracer sur chaque graphique l'horizontale correspondante, lire l'abscisse, puis comparer par un rapport. Une lecture à quelques dizaines de tpm près est acceptée.

À LA CALCULATRICE





B.1 · Figure 3 du sujet (Mars), avec la lecture de la vitesse de rotation pour une portance de 6,7 N

C.1 Appliquer la deuxième loi de Newton afin d'exprimer la coordonnée $a_z(t)$ du vecteur accélération de l'hélicoptère lors de la chute libre.

Système {hélicoptère}, de masse m constante ; référentiel lié au sol martien, supposé galiléen.

Chute libre : la seule force exercée est le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}_M$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g}_M = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}_M$.

L'axe Oz est orienté vers le haut et $\vec{g}_M$ est dirigé vers le bas, d'où en projection :

$$a_z(t) = -g_M$$

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ » : l'axe pointe vers le haut alors que $\vec{g}_M$ pointe vers le bas. Cette erreur de signe se propage ensuite à v_z et à z.

C.2 En déduire, dans le repère défini, la coordonnée $v_z(t)$ du vecteur vitesse de l'hélicoptère lors de la chute libre.

Comme $a_z = \dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = -g_M$, on obtient par intégration : $v_z(t) = -g_M\,t + C_1$.

Condition initiale : l'hélicoptère est en vol stationnaire à $t = 0$, donc $v_z(0) = 0$, soit $C_1 = 0$.

$$v_z(t) = -g_M\,t$$

C.3 Déduire des résultats précédents l'équation horaire $z(t)$ du mouvement de l'hélicoptère lors de la chute libre.

Comme $v_z = \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = -g_M\,t$, on obtient par intégration : $z(t) = -\dfrac{1}{2}\,g_M\,t^2 + C_2$.

Condition initiale : $z(0) = H$, soit $C_2 = H$.

$$z(t) = -\frac{1}{2}\,g_M\,t^2 + H$$

PIÈGE
Oublier les constantes d'intégration ou ne pas les justifier. Chaque constante se détermine par une condition initiale écrite sur la copie : $v_z(0) = 0$, puis $z(0) = H$ (et non 0, l'origine est au sol).

C.4 Déterminer la durée t_{sol} au bout de laquelle l'hélicoptère atteindra le sol martien.

Données utiles $H = 1{,}0$ m ; $g_M = 3{,}7$ m · s^{-2}

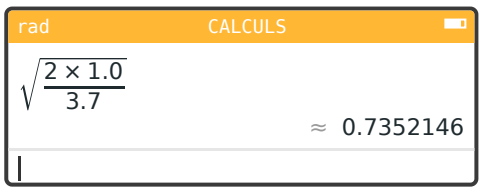
Le sol est à l'altitude $z = 0$: $z(t_{sol}) = 0$, soit $-\dfrac{1}{2}\,g_M\,t_{sol}^2 + H = 0$.

D'où $t_{sol}^2 = \dfrac{2H}{g_M}$ et, la durée étant positive :

$$t_{sol} = \sqrt{\frac{2H}{g_M}} = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}0}{3{,}7}}$$

$$t_{sol} = 0{,}74 \text{ s}$$

À LA CALCULATRICE



C.5 Déterminer la vitesse v_{sol} de l'hélicoptère au moment de l'impact sur le sol martien.

Données utiles $t_{sol} = \sqrt{2H/g_M}$ (C.4) ; $H = 1{,}0$ m ; $g_M = 3{,}7$ m · s^{-2}

À l'impact : $v_z(t_{sol}) = -g_M\,t_{sol} = -g_M\sqrt{\dfrac{2H}{g_M}} = -\sqrt{2\,g_M\,H}$.

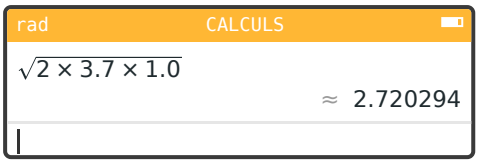
Le mouvement est vertical : la valeur de la vitesse est $v_{sol} = |v_z(t_{sol})|$.

$$v_{sol} = \sqrt{2\,g_M\,H} = \sqrt{2 \times 3{,}7 \times 1{,}0}$$

$$v_{sol} = 2{,}7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

COMPRENDRE
v_z est négative car l'hélicoptère descend ; la vitesse demandée est une valeur positive. Passer par l'expression littérale évite de réutiliser la valeur arrondie de t_{sol}.

À LA CALCULATRICE



C.6 Indiquer, en justifiant, si le train d'atterrissage est assez résistant pour une utilisation sur la planète Mars.

Données utiles vitesses d'impact supportées : de l'ordre de $16\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$; $v_{sol} = 2{,}72\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (C.5)

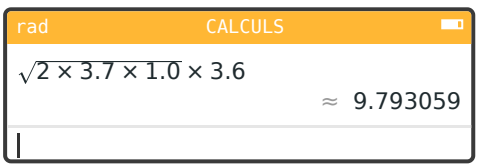
Conversion : $v_{sol} = 2{,}72 \times 3{,}6 = 9{,}8\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$.

Cette vitesse est inférieure aux $16\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ auxquels le train d'atterrissage a résisté lors des essais sur Terre.

$v_{sol} \approx 9{,}8\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1} < 16\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$: le train d'atterrissage est assez résistant pour Mars.

PIÈGE
Comparer $2{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ à $16\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ sans conversion. Pour passer des $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ aux $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$, on multiplie par 3,6.

À LA CALCULATRICE



D.1 Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur lors de sa décharge s'écrit $\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{u_C}{RC} = 0$.

Interrupteur en position 2, la maille ne contient que le conducteur ohmique et le condensateur.

Loi des mailles : $u_R + u_C = 0$.

Loi d'Ohm (flèche de u_R opposée au sens de i) : $u_R = R\,i$.

Pour le condensateur : $i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ avec $q = C\,u_C$, donc $i = C\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ (C constante).

En remplaçant : $RC\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = 0$, puis en divisant par RC :

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{u_C}{RC} = 0$$

PIÈGE
Écrire $u_R = u_C$ dans la maille : avec les flèches de la figure 5, la somme des deux tensions est nulle. Pendant la décharge, i est d'ailleurs négatif.

MÉTHODE
Toujours les trois mêmes relations : loi des mailles, loi d'Ohm, puis $i = C\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$. On élimine u_R et i pour ne garder que u_C.

D.2 Montrer que la solution de cette équation différentielle s'écrit $u_C = E \times e^{-t/\tau}$, où τ est le temps caractéristique à exprimer en fonction de R et C.

On dérive la fonction proposée : $\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = -\frac{E}{\tau}\,e^{-t/\tau}$.

On reporte dans l'équation différentielle :

$$-\frac{E}{\tau}\,e^{-t/\tau} + \frac{E}{RC}\,e^{-t/\tau} = E\,e^{-t/\tau}\left(\frac{1}{RC} - \frac{1}{\tau}\right)$$

Cette expression est nulle à tout instant si $\frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau}$.

De plus $u_C(0) = E \times e^0 = E$: c'est bien la tension du condensateur chargé au début de la décharge.

$u_C = E \times e^{-t/\tau}$ est solution, avec $\tau = RC$.

MÉTHODE
Pour vérifier une solution proposée : la dériver, la reporter dans l'équation, factoriser, puis en déduire la condition sur τ. Terminer par la condition initiale.

D.3.1 Déterminer, à l'aide du graphe de la figure 6 et en justifiant, la valeur de la tension E.

D'après l'expression de la solution, $u_C(0) = E$: E est l'ordonnée à l'origine de la courbe.

Sur la figure 6, à $t = 0$ s, on lit $u_C = 6{,}0$ V.

$E = 6{,}0$ V

D.3.2 Déterminer, à l'aide du graphe de la figure 6 et en justifiant, la valeur du temps caractéristique τ.

Données utiles $E = 6{,}0$ V (D.3.1)

À l'instant $t = \tau$: $u_C(\tau) = E \times e^{-1} \approx 0{,}37 \times E = 0{,}37 \times 6{,}0 = 2{,}2$ V.

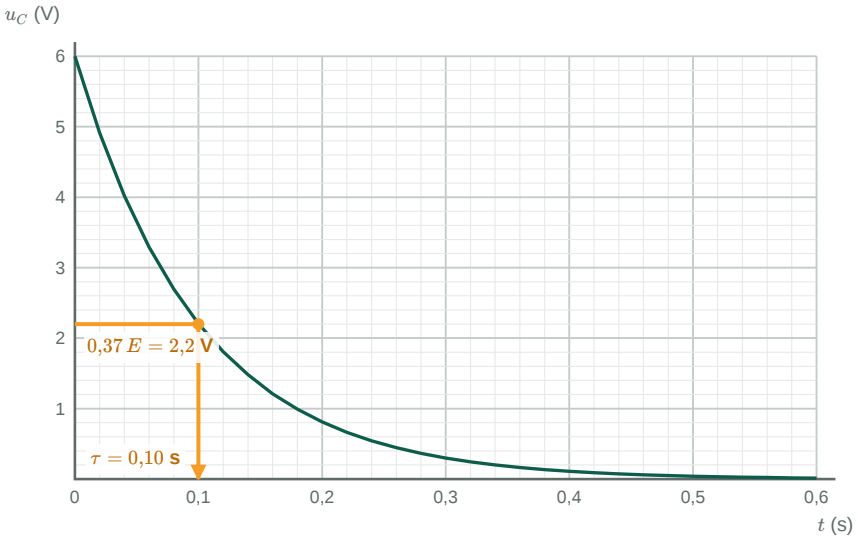
On trace l'horizontale d'ordonnée 2,2 V : elle coupe la courbe au point d'abscisse τ.

$\tau = 0{,}10$ s

COMPRENDRE
Autre méthode acceptée : la tangente à la courbe à $t = 0$ coupe l'axe des abscisses en $t = \tau$. La lecture à 37 % de E est plus précise, car une tangente se trace difficilement.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS
0.37×6.0
≈ 2.22



D.3.2 · Figure 6 du sujet, avec la lecture de τ à 37 % de E

D.4 En déduire que la capacité du condensateur au niveau du sol vaut environ $C_0 = 100$ µF.

Données utiles $\tau = 0{,}10$ s (D.3.2) ; $R = 1{,}0$ kΩ

Comme $\tau = R C_0$: $C_0 = \dfrac{\tau}{R}$

$$C_0 = \frac{0{,}10}{1{,}0 \times 10^3} = 1{,}0 \times 10^{-4} \text{ F}$$

$C_0 = 1{,}0 \times 10^{-4}$ F $= 1{,}0 \times 10^2$ µF : on retrouve bien environ 100 µF.

PIÈGE
Laisser R en kilo-ohms : il faut $R = 1{,}0 \times 10^3$ Ω pour obtenir C_0 en farads. Rappel : 1 µF $= 10^{-6}$ F.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS
$\dfrac{0.10}{1.0 \times 10^3}$
$\approx 1 \times 10^{-4}$

D.5 Expliquer comment évolue la capacité C du condensateur lorsque le drone s'éloigne du sol, la surface des armatures restant constante.

Données utiles $C = \dfrac{\varepsilon S}{e}$

Quand le drone monte, la pression atmosphérique extérieure diminue : l'armature souple se soulève et l'épaisseur e entre les armatures augmente.

Dans $C = \dfrac{\varepsilon S}{e}$, ε et S sont constantes : C est inversement proportionnelle à e.

Lorsque le drone s'éloigne du sol, e augmente donc la capacité C diminue.

D.6 Estimer la valeur de la capacité C du condensateur à 5,0 m du sol, sachant que l'épaisseur e a augmenté de 10 %.

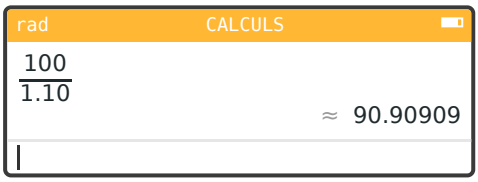
Données utiles $C_0 = 100$ µF

Au sol : $C_0 = \dfrac{\varepsilon S}{e_0}$. À 5,0 m : l'épaisseur vaut $e = e_0 + \dfrac{10}{100} e_0 = 1{,}10\, e_0$.

$$C = \frac{\varepsilon S}{1{,}10\, e_0} = \frac{C_0}{1{,}10} = \frac{100}{1{,}10}$$

$C \approx 91$ µF

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Retirer 10 % à C_0 (ce qui donne 90 µF) : une augmentation de 10 % de e divise C par 1,10, elle ne lui enlève pas 10 %.

COMPRENDRE
Mesurer $\tau = RC$ lors d'une décharge donne C, donc l'épaisseur e, donc l'altitude : c'est le principe de l'altimètre imaginé par les élèves.