Corrigé complet — Bac 2022 Amérique du Sud Jour 1

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Solution désinfectante** Schéma de Lewis · Spectroscopie infrarouge · Acide faible et constante d'acidité · Diagramme de distribution · Titrage conductimétrique · Incertitude-type	10 pts	1 h 45	17 questions	p. 2
Ex 2	**Observation de la Lune depuis la Terre** Mouvement circulaire uniforme · Période de révolution · Diamètre apparent · Lunette astronomique afocale · Grossissement	5 pts	53 min	9 questions	p. 10
Ex 3	**Défibrillateur cardiaque implantable** Charge d'un condensateur · Décharge dans un circuit RC · Équation différentielle du premier ordre · Temps caractéristique · Loi des mailles	5 pts	53 min	6 questions	p. 14
Ex 4	**Atterrissage du premier étage d'une fusée** Vecteur vitesse · Vecteur accélération · Mouvement rectiligne uniformément ralenti · Deuxième loi de Newton · Équation horaire	5 pts	53 min	6 questions	p. 17

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Solution désinfectante

Bac 2022 Amérique du Sud Jour 1 · Exercice 1 **10 points** **Durée conseillée 1 h 45**

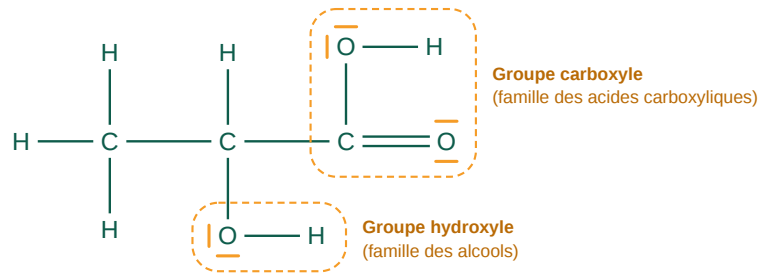
1 Partie A. Établir le schéma de Lewis de la molécule d'acide lactique. Entourer et nommer ses groupes caractéristiques.

On part de la formule développée : chaque atome de carbone forme quatre liaisons, chaque atome d'hydrogène une seule. Chaque atome d'oxygène forme deux liaisons et porte en plus deux doublets non liants, qu'il faut ajouter.

La molécule possède deux groupes caractéristiques :

- le groupe hydroxyle $-\mathrm{OH}$, porté par le carbone n° 2 (famille des alcools) ;
- le groupe carboxyle $-\mathrm{COOH}$, en bout de chaîne (famille des acides carboxyliques).

Schéma de Lewis ci-dessous : 6 doublets non liants (2 par atome d'oxygène), groupes hydroxyle et carboxyle entourés.



1 · Schéma de Lewis de l'acide lactique : doublets non liants et groupes caractéristiques en orange

PIÈGE
Rendre la formule développée sans les doublets non liants : ce n'est pas un schéma de Lewis. Autre confusion fréquente : « alcool » et « acide carboxylique » sont des familles, les groupes s'appellent hydroxyle et carboxyle.

MÉTHODE
Contrôle par le compte des électrons de valence : $3\times4+6\times1+3\times6=36$, soit 18 doublets. Le schéma en montre 12 liants (dont 2 pour $\mathrm{C{=}O}$) et 6 non liants.

2 Partie A. Identifier deux bandes d'absorption caractéristiques sur le spectre IR de l'acide lactique et repérer les liaisons correspondantes sur le schéma de Lewis.

Données utiles table IR : $\mathrm{O{-}H}$ acide carboxylique 2500 – 3200 $\mathrm{cm^{-1}}$ (forte à moyenne, large) ; $\mathrm{O{-}H}$ alcool lié 3200 – 3400 $\mathrm{cm^{-1}}$ (forte, large) ; $\mathrm{C{=}O}$ acide 1680 – 1740 $\mathrm{cm^{-1}}$ (forte)

- Bande forte et fine vers $1\,730\ \mathrm{cm^{-1}}$: elle se situe dans l'intervalle 1680 – 1740 $\mathrm{cm^{-1}}$, c'est la liaison $\mathrm{C{=}O}$ du groupe carboxyle.
- Bande forte et très large, de $2\,500$ à $3\,500\ \mathrm{cm^{-1}}$ environ : elle couvre l'intervalle 2500 – 3200 $\mathrm{cm^{-1}}$, c'est la liaison $\mathrm{O{-}H}$ du groupe carboxyle.

Cette bande large déborde au-delà de $3\,200\ \mathrm{cm^{-1}}$: la liaison $\mathrm{O{-}H}$ du groupe hydroxyle (3200 – 3400 $\mathrm{cm^{-1}}$) y est superposée.

$\mathrm{C{=}O}$ du groupe carboxyle vers $1\,730\ \mathrm{cm^{-1}}$; $\mathrm{O{-}H}$ du groupe carboxyle entre $2\,500$ et $3\,200\ \mathrm{cm^{-1}}$.

PIÈGE
L'axe des nombres d'onde est gradué de droite à gauche et l'échelle change à $2\,000\ \mathrm{cm^{-1}}$. Une bande d'absorption est un creux de transmittance, pas un sommet.

MÉTHODE
Pour chaque bande, donner trois éléments : le nombre d'onde lu, l'intervalle de la table où il se trouve, la liaison. On ne cherche pas à attribuer les bandes en dessous de $1\,500\ \mathrm{cm^{-1}}$.

3 Partie A. Vérifier que la concentration en acide lactique apporté dans la solution désinfectante est voisine de $C = 0{,}20\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Données utiles 1,75 g d'acide lactique dans 100 g de solution ; $M = 90{,}1\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $\rho = 1{,}00\ \text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$

On raisonne sur une masse $m_{\text{sol}} = 100$ g de solution.

Volume occupé : $V_{\text{sol}} = \dfrac{m_{\text{sol}}}{\rho} = \dfrac{100}{1{,}00} = 100\ \text{mL} = 0{,}100\ \text{L}$.

Quantité d'acide lactique : $n = \dfrac{m}{M} = \dfrac{1{,}75}{90{,}1} = 1{,}94 \times 10^{-2}\ \text{mol}$.

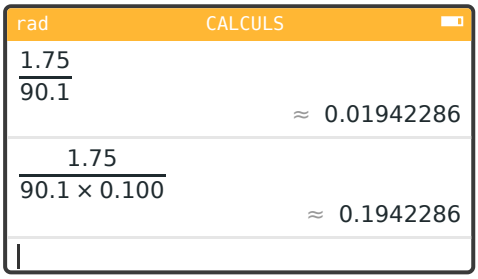
$$C = \frac{n}{V_{\text{sol}}} = \frac{m}{M \times V_{\text{sol}}} = \frac{1{,}75}{90{,}1 \times 0{,}100} = 0{,}194\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$C = 0{,}194\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$, valeur bien voisine de $0{,}20\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

PIÈGE
Laisser le volume en millilitres : on obtient alors des $\text{mol} \cdot \text{mL}^{-1}$, mille fois trop petit. Le pourcentage massique seul ne donne pas une concentration : il faut la masse volumique.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme les données (1,75 g ; $90{,}1\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $1{,}00\ \text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$). C'est cette valeur $0{,}194\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ qui sert dans la suite.

À LA CALCULATRICE



4 Partie A. Rappeler la définition d'un acide de Brönsted.

Un acide de Brönsted est une espèce chimique capable de céder au moins un ion hydrogène H^+.

COMPRENDRE
Ici, c'est l'atome d'hydrogène du groupe carboxyle qui est cédé. La base conjuguée est l'ion lactate, qui porte le groupe carboxylate $-\text{COO}-$.

5 Partie A. Expliquer pourquoi, dans ces conditions, l'acide lactique est un acide faible. Un argument quantitatif est attendu.

Données utiles $\text{pH} = 2{,}3$; $C = 0{,}194\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (Q3) ; $c^\circ = 1\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

Concentration en ions oxonium dans la solution :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = c^\circ \times 10^{-\text{pH}} = 10^{-2{,}3} = 5{,}0 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Si l'acide était fort, sa réaction avec l'eau serait totale : on aurait $[\text{H}_3\text{O}^+] = C = 0{,}194\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$, soit $\text{pH} = -\log\left(\dfrac{C}{c^\circ}\right) = 0{,}7$.

Or le pH mesuré est 2,3 : $\dfrac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{C} = \dfrac{5{,}0 \times 10^{-3}}{0{,}194} = 0{,}026$. Seulement 2,6 % des molécules d'acide ont réagi.

$[\text{H}_3\text{O}^+] = 5{,}0 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \ll C$: la réaction avec l'eau n'est pas totale, l'acide lactique est un acide faible.

COMPRENDRE
Un pH donné à une décimale près ne fournit que deux chiffres significatifs pour $[\text{H}_3\text{O}^+]$.

MÉTHODE
Deux comparaisons équivalentes pour prouver qu'un acide est faible : $[\text{H}_3\text{O}^+]$ avec C, ou le pH mesuré avec $-\log(C/c^\circ)$. Une seule suffit, à condition qu'elle soit chiffrée.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$10^{-2.3}$ ≈ 0.005011872

$-\log(0.194)$ ≈ 0.7121983

$\frac{10^{-2.3}}{0.194}$ ≈ 0.02583439

6 Partie A. Écrire l'équation de la réaction modélisant la mise en solution aqueuse de l'acide lactique, noté AH.

L'acide AH cède un ion H^+ à l'eau, qui joue le rôle de base (couples AH/A^- et H_3O^+/H_2O).

$$AH\,(aq) + H_2O\,(l) \rightleftharpoons A^-\,(aq) + H_3O^+\,(aq)$$

PIÈGE
Écrire une flèche simple : l'acide est faible (question 5), la transformation est limitée et conduit à un équilibre. Il faut la double flèche.

7 Partie A. Compléter le tableau d'avancement de l'annexe 1 à l'aide des notations C, pH, V et c°.

État initial : $n(AH)_i = C \times V$; l'eau est le solvant (en excès) ; les quantités de A^- et de H_3O^+ sont nulles (on néglige les ions apportés par l'eau).

État final : il s'est formé x_f mol de A^- et x_f mol de H_3O^+. Or le pH donne $[H_3O^+]_f = c^\circ \times 10^{-pH}$, donc

$$x_f = n(H_3O^+)_f = c^\circ \times 10^{-pH} \times V$$

Il reste $n(AH)_f = C \times V - x_f = \left(C - c^\circ \times 10^{-pH}\right) \times V$.

$x_f = c^\circ \times 10^{-pH} \times V$; tableau complété ci-dessous.

PIÈGE
Remplir le tableau avec des concentrations : il est en quantités de matière, d'où le facteur V dans chaque case. Et x_f n'est pas égal à $C \times V$, puisque la transformation n'est pas totale.

Équation chimique		AH(aq)	+ H_2O(ℓ)	⇌ A^-(aq)	+ H_3O^+(aq)
État du système	Avancement (mol)	Quantités de matière (mol)			
État initial	x = 0	C × V	solvant	0	0
État final	x_f	C × V − x_f = (C − c° × 10^{-pH}) × V	solvant	x_f = c° × 10^{-pH} × V	x_f = c° × 10^{-pH} × V

7 · Annexe 1 complétée : tableau d'avancement (ce que l'élève écrit est en orange)

8 Partie A. Exprimer la constante d'acidité K_A du couple $\mathrm{AH/A^-}$ en fonction des concentrations à l'équilibre. En déduire sa valeur. Commenter, sachant que la valeur de référence du $\mathrm{p}K_A$ vaut 3,9.

Données utiles $\mathrm{pH} = 2{,}3$; $C = 0{,}194\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$ (Q3) ; tableau d'avancement (Q7)

$$K_A = \frac{[\mathrm{A^-}]_{éq} \times [\mathrm{H_3O^+}]_{éq}}{[\mathrm{AH}]_{éq} \times c^\circ}$$

En divisant les quantités finales du tableau par V : $[\mathrm{A^-}]_{éq} = [\mathrm{H_3O^+}]_{éq} = c^\circ \times 10^{-\mathrm{pH}}$ et $[\mathrm{AH}]_{éq} = C - c^\circ \times 10^{-\mathrm{pH}}$.

$$K_A = \frac{\left(c^\circ \times 10^{-\mathrm{pH}}\right)^2}{\left(C - c^\circ \times 10^{-\mathrm{pH}}\right) \times c^\circ} = \frac{\left(10^{-2{,}3}\right)^2}{0{,}194 - 10^{-2{,}3}} = 1{,}3 \times 10^{-4}$$

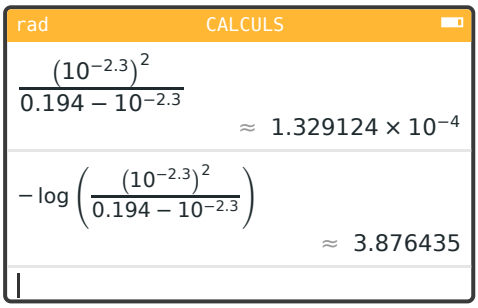
D'où $\mathrm{p}K_A = -\log K_A = -\log\left(1{,}3 \times 10^{-4}\right) = 3{,}9$.

$K_A = 1{,}3 \times 10^{-4}$, soit $\mathrm{p}K_A = 3{,}9$: la valeur expérimentale est en accord avec la valeur de référence.

PIÈGE
Remplacer $[\mathrm{AH}]_{éq}$ par C : c'est la concentration apportée, pas celle qui reste à l'équilibre. Taper $10^{-2{,}3}$ au complet dans la calculatrice plutôt que sa valeur arrondie.

COMPRENDRE
K_A est sans unité : la concentration standard $c^\circ = 1\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$ rend le quotient sans dimension. Avec la valeur arrondie $C = 0{,}20\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$, on trouve encore $1{,}3 \times 10^{-4}$.

À LA CALCULATRICE



9.1 Partie A. Établir la relation entre C, $[\mathrm{AH}]_{éq}$ et $[\mathrm{A^-}]_{éq}$, puis la relation $\mathrm{pH} = \mathrm{p}K_A + \log\frac{[\mathrm{A^-}]_{éq}}{[\mathrm{AH}]_{éq}}$.

Conservation de la matière : l'acide apporté se retrouve soit sous forme AH, soit sous forme $\mathrm{A^-}$. D'après le tableau, $n(\mathrm{AH})_f + n(\mathrm{A^-})_f = C \times V$; en divisant par V :

$$C = [\mathrm{AH}]_{éq} + [\mathrm{A^-}]_{éq}$$

On prend l'opposé du logarithme décimal de $K_A = \frac{[\mathrm{A^-}]_{éq}}{[\mathrm{AH}]_{éq}} \times \frac{[\mathrm{H_3O^+}]_{éq}}{c^\circ}$:

$$-\log K_A = -\log\frac{[\mathrm{A^-}]_{éq}}{[\mathrm{AH}]_{éq}} - \log\frac{[\mathrm{H_3O^+}]_{éq}}{c^\circ}$$

soit $\mathrm{p}K_A = -\log\frac{[\mathrm{A^-}]_{éq}}{[\mathrm{AH}]_{éq}} + \mathrm{pH}$, ce qui donne la relation demandée.

$C = [\mathrm{AH}]_{éq} + [\mathrm{A^-}]_{éq}$ et $\mathrm{pH} = \mathrm{p}K_A + \log\frac{[\mathrm{A^-}]_{éq}}{[\mathrm{AH}]_{éq}}$

MÉTHODE
Démonstration à connaître : définition de K_A, puis $-\log$ de chaque membre, avec $\log(a \times b) = \log a + \log b$, $\mathrm{p}K_A = -\log K_A$ et $\mathrm{pH} = -\log\left([\mathrm{H_3O^+}]/c^\circ\right)$.

9.2 Partie A. À partir de ces deux relations, montrer que le pourcentage en acide AH, $100 \times \dfrac{[\mathrm{AH}]_{\text{éq}}}{C}$, peut s'écrire $\dfrac{100}{1+10^{(\mathrm{pH}-\mathrm{p}K_A)}}$.

La seconde relation donne $\log \dfrac{[\mathrm{A}^-]_{\text{éq}}}{[\mathrm{AH}]_{\text{éq}}} = \mathrm{pH} - \mathrm{p}K_A$, donc $[\mathrm{A}^-]_{\text{éq}} = [\mathrm{AH}]_{\text{éq}} \times 10^{(\mathrm{pH}-\mathrm{p}K_A)}$.

On reporte dans la première :

$$C = [\mathrm{AH}]_{\text{éq}} + [\mathrm{AH}]_{\text{éq}} \times 10^{(\mathrm{pH}-\mathrm{p}K_A)} = [\mathrm{AH}]_{\text{éq}} \times \left(1 + 10^{(\mathrm{pH}-\mathrm{p}K_A)}\right)$$

$$\boxed{100 \times \frac{[\mathrm{AH}]_{\text{éq}}}{C} = \frac{100}{1+10^{(\mathrm{pH}-\mathrm{p}K_A)}}}$$

COMPRENDRE
Si $\log x = a$, alors $x = 10^a$: c'est ce passage qui fait apparaître la puissance de dix. Le pourcentage ne dépend que de l'écart entre le pH et le $\mathrm{p}K_A$, pas de C.

9.3 Partie A. Indiquer à quelle espèce chimique correspond la courbe 1 de la figure 2. Justifier. Expliquer comment retrouver la valeur du $\mathrm{p}K_A$ par lecture graphique.

La courbe 1 vaut $100\ \%$ aux faibles pH puis décroît vers $0\ \%$. Or, d'après la question 9.2, quand le pH est très inférieur au $\mathrm{p}K_A$, $10^{(\mathrm{pH}-\mathrm{p}K_A)}$ est proche de 0 et le pourcentage en AH est proche de 100. La courbe 1 est donc celle de l'acide AH, forme prédominante en milieu acide ; la courbe 2 est celle de A^-.

Au point d'intersection des deux courbes, chaque espèce représente $50\ \%$: $[\mathrm{AH}]_{\text{éq}} = [\mathrm{A}^-]_{\text{éq}}$, donc $\log 1 = 0$ et $\mathrm{pH} = \mathrm{p}K_A$. L'abscisse de ce point se lit un peu avant 4.

Courbe 1 : acide lactique AH. Le $\mathrm{p}K_A$ est l'abscisse du point d'intersection des deux courbes (ordonnée $50\ \%$) : $\mathrm{p}K_A \approx 3{,}9$.

PIÈGE
Justifier par « c'est la courbe qui descend » ne suffit pas : il faut s'appuyer sur l'expression de la question 9.2 ou sur le domaine de prédominance de l'acide ($\mathrm{pH} < \mathrm{p}K_A$).

1 Partie B. Proposer un protocole expérimental pour préparer 100,0 mL de solution désinfectante diluée 5 fois.

Volume de solution mère à prélever : $V_{\text{mère}} = \dfrac{V_{\text{fille}}}{5} = \dfrac{100{,}0}{5} = 20{,}0\ \text{mL}$.

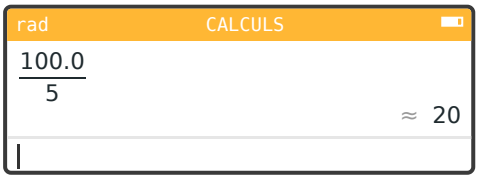
- Verser un peu de solution désinfectante dans un bécher.
- Y prélever 20,0 mL avec une pipette jaugée de 20,0 mL munie d'une propipette.
- Introduire ce prélèvement dans une fiole jaugée de 100,0 mL.
- Ajouter de l'eau distillée jusqu'aux trois quarts, boucher et agiter.
- Compléter à l'eau distillée jusqu'au trait de jauge, boucher et agiter de nouveau.

Pipette jaugée de 20,0 mL et fiole jaugée de 100,0 mL, complétée à l'eau distillée jusqu'au trait de jauge.

PIÈGE
Citer une éprouvette graduée ou un bécher : seule la verrerie jaugée garantit la précision. Ne jamais pipeter directement dans le flacon de solution mère.

COMPRENDRE
Lors d'une dilution, la quantité de soluté se conserve : $C_{\text{mère}} \times V_{\text{mère}} = C_{\text{fille}} \times V_{\text{fille}}$. Diluer 5 fois, c'est diviser la concentration par 5.

À LA CALCULATRICE



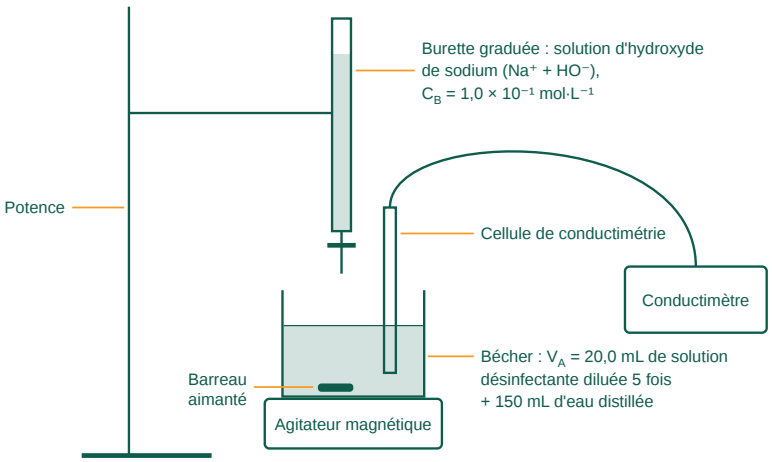
2 Partie B. Schématiser et légender le dispositif de titrage.

Le schéma doit montrer :

- la burette graduée, qui contient la solution titrante d'hydroxyde de sodium ($\mathrm{Na^+\,(aq) + HO^-\,(aq)}$) de concentration C_B ;
- le bécher, qui contient la solution titrée ($V_A = 20{,}0$ mL de solution diluée et 150 mL d'eau distillée) ;
- la cellule de conductimétrie, plongée dans le bécher et reliée au conductimètre ;
- l'agitateur magnétique et son barreau aimanté.

Schéma légendé ci-dessous : burette (solution titrante), bécher (solution titrée), cellule reliée au conductimètre, agitation magnétique.

PIÈGE
Inverser les solutions (la soude va dans la burette), ou dessiner un pH-mètre : le suivi se fait ici par conductimétrie.



2 · Dispositif du titrage suivi par conductimétrie

3 Partie B. Écrire l'équation de la réaction support du titrage.

L'acide lactique AH (espèce titrée) réagit avec les ions hydroxyde $\mathrm{HO^-}$ (espèce titrante).

$$\mathrm{AH\,(aq) + HO^-\,(aq) \longrightarrow A^-\,(aq) + H_2O\,(l)}$$

COMPRENDRE
Flèche simple : une réaction support de titrage est totale (et rapide). Les ions $\mathrm{Na^+}$ sont spectateurs, ils n'apparaissent pas dans l'équation mais comptent pour la conductivité.

4 Partie B. Interpréter qualitativement le changement de pente observé au voisinage de l'équivalence sur la courbe de titrage.

Données utiles $\lambda(HO^-) = 19{,}8$; $\lambda(Na^+) = 5{,}01$; $\lambda(\text{ion lactate}) = 3{,}88\ \text{mS} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$

La conductivité de la solution dépend des ions présents et de leur conductivité ionique molaire. La molécule AH n'est pas chargée.

Avant l'équivalence : chaque ion HO^- versé est consommé et remplacé par un ion A^-, et un ion Na^+ est apporté. Les concentrations en Na^+ et en A^- augmentent : la conductivité augmente lentement.

Après l'équivalence : il n'y a plus d'acide AH. Les ions Na^+ et HO^- versés s'accumulent, tandis que la quantité de A^- ne varie plus.

Comme $\lambda(HO^-) > \lambda(A^-)$ (19,8 contre 3,88), la conductivité augmente plus vite après l'équivalence : la pente de la droite est plus grande.

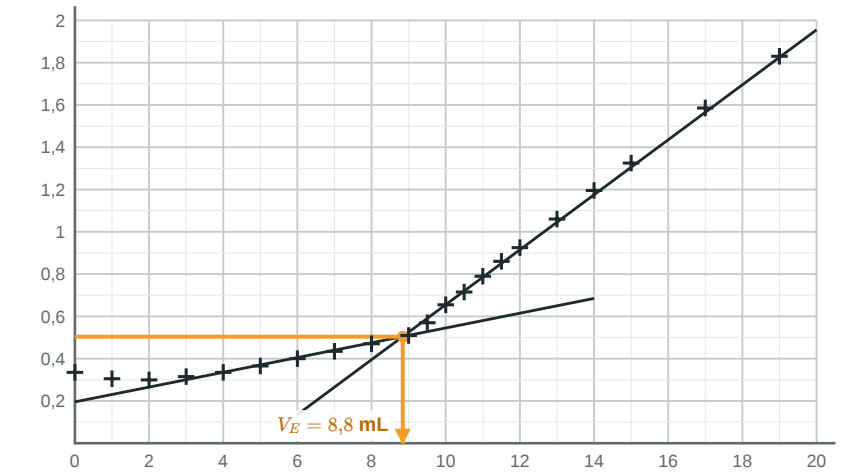
COMPRENDRE
Les 150 mL d'eau ajoutés rendent le volume presque constant pendant le titrage : la conductivité varie alors par portions de droites.

COMPRENDRE
La légère baisse au tout début (0 à 2 mL) vient des quelques ions H_3O^+, très conducteurs, issus de la dissociation de l'acide faible : ils sont consommés en premier.

5 Partie B. Déterminer graphiquement la valeur du volume à l'équivalence V_E sur l'annexe 1.

On trace la droite qui passe au mieux par les points alignés avant la rupture de pente (de 4 à 9 mL), puis celle qui passe par les points alignés après (de 10 à 19 mL). Le volume à l'équivalence est l'abscisse du point d'intersection de ces deux droites.

$V_E = 8{,}8\ \text{mL}$



5 · Annexe 1 complétée : les deux droites et la lecture de V_E

PIÈGE
Relier les points à main levée ou prendre le point le plus bas de la courbe. Les points de la zone arrondie (9 à 10 mL) et ceux du tout début ne servent pas à tracer les droites.

COMPRENDRE
La lecture dépend un peu du tracé : toute valeur comprise entre 8,5 et 9,0 mL est recevable, à condition que les deux droites figurent sur l'annexe.

6 Partie B. Évaluer la concentration C de la solution en acide lactique avant dilution. Évaluer l'incertitude-type sur la mesure, sans la contribution liée à la dilution. Commenter.

Données utiles $V_A = 20{,}0$ mL, $u(V_A) = 0{,}05$ mL ; $C_B = 1{,}0 \times 10^{-1}$ mol · L^{-1}, $u(C_B) = 0{,}1 \times 10^{-1}$ mol · L^{-1} ; $V_E = 8{,}8$ mL (Q5), $u(V_E) = 0{,}1$ mL ; dilution par 5 ; $C = 0{,}194$ mol · L^{-1} (partie A, Q3)

À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques : $n(\text{AH})_{\text{titré}} = n(\text{HO}^-)_{\text{versé}}$, soit $C_A \times V_A = C_B \times V_E$, où C_A est la concentration de la solution diluée.

$$C_A = \frac{C_B \times V_E}{V_A} = \frac{1{,}0 \times 10^{-1} \times 8{,}8}{20{,}0} = 4{,}4 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

La solution a été diluée 5 fois : $C = 5 \times C_A = 5 \times 4{,}4 \times 10^{-2} = 0{,}22$ mol · L^{-1}.

Incertitude-type (le facteur 5 est considéré comme exact, donc $\frac{u(C)}{C} = \frac{u(C_A)}{C_A}$) :

$$\frac{u(C)}{C} = \sqrt{\left(\frac{0{,}05}{20{,}0}\right)^2 + \left(\frac{0{,}1}{8{,}8}\right)^2 + \left(\frac{0{,}1}{1{,}0}\right)^2} = 0{,}10$$

$u(C) = 0{,}22 \times 0{,}10 = 0{,}022$ mol · L^{-1}, arrondie par excès à un chiffre significatif : $u(C) = 0{,}03$ mol · L^{-1}.

Comparaison avec la valeur déduite de l'étiquette (partie A) : $\frac{|0{,}22 - 0{,}194|}{0{,}03} \approx 0{,}9$. L'écart est inférieur à $2\,u(C)$: le titrage est compatible avec la composition annoncée. L'incertitude vient presque entièrement de C_B, connue à 10 % près.

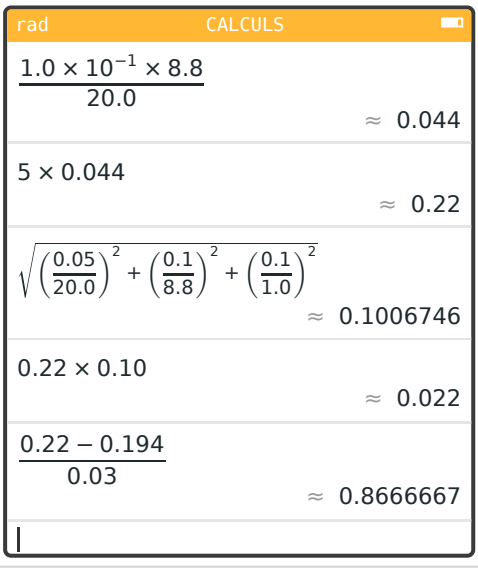
$C = 0{,}22$ mol · L^{-1} avec $u(C) = 0{,}03$ mol · L^{-1} : résultat compatible avec $0{,}194$ mol · L^{-1}.

PIÈGE
Oublier le facteur 5 et annoncer la concentration de la solution diluée. À l'inverse, les 150 mL d'eau versés dans le bécher ne changent pas la quantité d'acide titrée : ils n'interviennent pas dans le calcul.

COMPRENDRE
Une incertitude-type s'écrit avec un seul chiffre significatif, arrondie par excès, et le résultat s'arrête au même rang : ici les centièmes.

MÉTHODE
Pour comparer une mesure à une valeur de référence, calculer le quotient $\frac{|C_{\text{mes}} - C_{\text{réf}}|}{u(C)}$: en dessous de 2, les deux valeurs sont jugées compatibles.

À LA CALCULATRICE



Observation de la Lune depuis la Terre

Bac 2022 Amérique du Sud Jour 1 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

1.1 Établir l'expression de la période de révolution T_L de la Lune autour de la Terre, puis calculer sa valeur.

Données utiles $v_L = \sqrt{\dfrac{G\,M_T}{d_{TL}}}$; $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ m$^3 \cdot$ kg$^{-1} \cdot$ s^{-2} ; $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg ; $d_{TL} = 3{,}844 \times 10^5$ km

L'orbite est circulaire, de rayon d_{TL}, et la vitesse v_L est constante. Pendant une période T_L, le centre de la Lune parcourt un tour complet, de longueur $2\pi\,d_{TL}$:

$$T_L = \frac{2\pi\,d_{TL}}{v_L} = 2\pi\,d_{TL}\sqrt{\frac{d_{TL}}{G\,M_T}} = 2\pi\sqrt{\frac{d_{TL}^3}{G\,M_T}}$$

Avec $d_{TL} = 3{,}844 \times 10^8$ m :

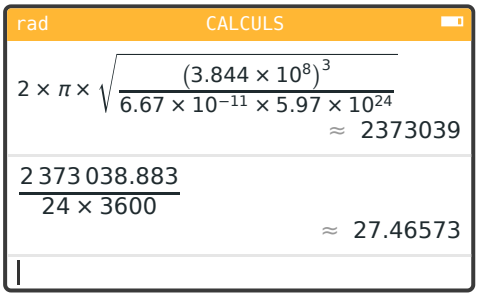
$$T_L = 2\pi\sqrt{\frac{(3{,}844 \times 10^8)^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}97 \times 10^{24}}} = 2{,}37 \times 10^6 \text{ s}$$

$T_L = 2\pi\sqrt{\dfrac{d_{TL}^3}{G\,M_T}} = 2{,}37 \times 10^6$ s, soit environ 27,5 jours.

PIÈGE
Laisser d_{TL} en kilomètres. G est en unités SI : la distance doit être en mètres, sinon T_L est environ 30 000 fois trop petit.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme G et M_T, les données les moins précises. On retrouve la troisième loi de Kepler : T_L^2 est proportionnel à d_{TL}^3.

À LA CALCULATRICE



1.2 Comparer la valeur de T_L à la période de rotation de la Lune sur elle-même P_L.

Données utiles $T_L = 2{,}37 \times 10^6$ s (1.1) ; $P_L = 27{,}3$ jours

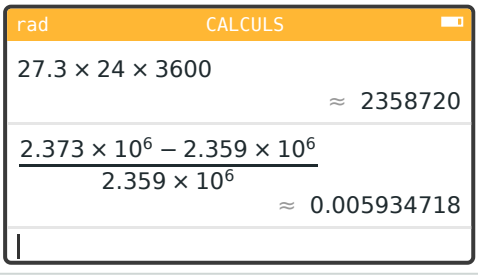
$P_L = 27{,}3 \times 24 \times 3600 = 2{,}36 \times 10^6$ s

Écart relatif : $\dfrac{T_L - P_L}{P_L} = \dfrac{2{,}373 \times 10^6 - 2{,}359 \times 10^6}{2{,}359 \times 10^6} \approx 0{,}6\ \%$

$T_L \approx P_L$ (écart inférieur à 1 %) : la Lune fait un tour sur elle-même pendant qu'elle fait un tour autour de la Terre.

MÉTHODE
Comparer deux grandeurs : les mettre dans la même unité, puis calculer un rapport ou un écart relatif, et conclure par une phrase.

À LA CALCULATRICE



1.3 Sur l'annexe 2, ajouter la position de la Lune et du point P aux dates $P_L/4$, $P_L/2$ et $3P_L/4$ en justifiant. En déduire pourquoi on parle de « face cachée de la Lune ».

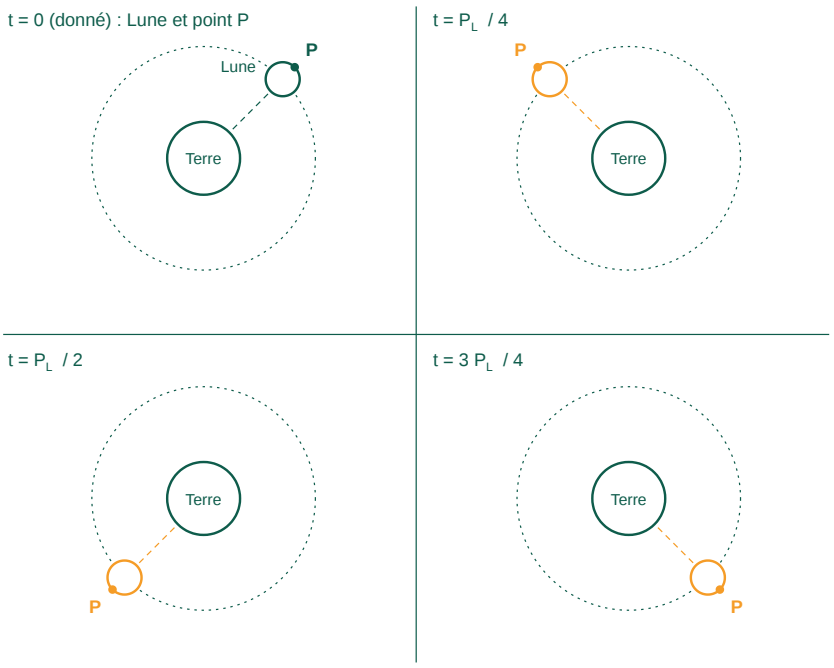
Comme $T_L \approx P_L$, pendant la durée $\frac{P_L}{4}$ la Lune parcourt un quart de son orbite et tourne en même temps d'un quart de tour sur elle-même, dans le même sens. Il en va de même à chaque quart de période suivant.

À $t = 0$, le point P est à l'opposé de la Terre. Les deux rotations se compensent : à $\frac{P_L}{4}$, $\frac{P_L}{2}$ et $\frac{3P_L}{4}$, P se trouve toujours sur la droite Terre-Lune, du côté opposé à la Terre (annexe complétée ci-dessous).

La Lune présente toujours le même hémisphère à la Terre. L'autre hémisphère, où se trouve P, n'est jamais visible depuis la Terre : c'est la « face cachée ».

PIÈGE
Dessiner P toujours « en haut à droite » de la Lune, comme si elle ne tournait pas sur elle-même : P serait alors face à la Terre à $P_L/2$.

COMPRENDRE
Le sens de parcours de l'orbite n'est pas imposé : on peut placer la Lune à $P_L/4$ en haut à gauche ou en bas à droite, pourvu que P reste à l'opposé de la Terre.



1.3 · Annexe 2 complétée : à chaque date, P est sur la face opposée à la Terre

2.1 Calculer l'angle θ sous lequel est vu le cratère Tycho depuis la Terre. En déduire s'il est possible de distinguer les contours du cratère à l'œil nu.

Données utiles diamètre du cratère $AB = 86$ km ; $d_{TL} = 3{,}844 \times 10^5$ km ; $\varepsilon = 2{,}9 \times 10^{-4}$ rad

Dans le triangle rectangle du schéma : $\tan\theta = \frac{AB}{d_{TL}}$, et comme l'angle est petit, $\tan\theta \approx \theta$:

$$\theta = \frac{AB}{d_{TL}} = \frac{86}{3{,}844 \times 10^5} = 2{,}2 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

$\theta = 2{,}2 \times 10^{-4}$ rad $< \varepsilon$: l'œil nu ne peut pas distinguer les contours du cratère.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme le diamètre (86 km). Les deux longueurs sont en kilomètres : le rapport est directement en radians, sans conversion.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{86}{3.844 \times 10^5} \approx 2.237253 \times 10^{-4}$$

2.2 Parmi les deux lentilles utilisées, identifier celle qui joue le rôle de l'oculaire et celle qui joue le rôle de l'objectif.

La lentille L_1 reçoit la lumière venant de l'objet $A_\infty B_\infty$: elle est placée du côté de l'objet. La lentille L_2 est celle derrière laquelle on place l'œil.

L_1 est l'objectif, L_2 est l'oculaire.

MÉTHODE
Autre critère : l'objectif d'une lunette a la plus grande distance focale. Sur l'annexe, F_1' est loin de L_1 et près de L_2.

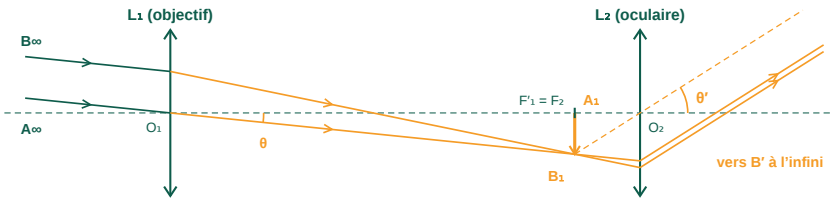
2.3 Sur l'annexe 3, construire la marche du faisceau lumineux issu de B_∞ à travers la lunette ; faire apparaître l'image intermédiaire A_1B_1 et l'angle θ' sous lequel est vue l'image finale $A'B'$.

- Le rayon qui passe par le centre optique O_1 n'est pas dévié. L'objet est à l'infini : son image A_1B_1 se forme dans le plan focal image de L_1, avec A_1 en F_1' et B_1 à l'intersection de ce rayon et du plan focal.
- Le second rayon, parallèle au premier, sort de L_1 en passant aussi par B_1.
- B_1 est dans le plan focal objet de L_2 : les rayons sortent de L_2 parallèles entre eux, dans la direction de la droite (B_1O_2), tracée en pointillés.
- θ' est l'angle entre l'axe optique et les rayons émergents.

Annexe 3 complétée ci-dessous : A_1B_1 dans le plan focal commun, faisceau émergent parallèle à (B_1O_2), incliné de θ' sur l'axe.

PIÈGE
Faire sortir les rayons de L_2 en éventail ou parallèles à l'axe. Il faut d'abord tracer la droite (B_1O_2), puis mener les rayons émergents parallèlement à elle.

COMPRENDRE
L'image A_1B_1 est renversée : B_∞ est au-dessus de l'axe, B_1 en dessous. Les rayons ressortent bien plus inclinés qu'à l'entrée : $\theta' > \theta$.



2.3 · Annexe 3 complétée : marche du faisceau issu de B∞, image intermédiaire A₁B₁ et angle θ′

2.4 Expliquer pourquoi cette lunette est qualifiée d'afocale et justifier l'intérêt de ce réglage.

Le foyer image F_1' de l'objectif est confondu avec le foyer objet F_2 de l'oculaire. Un faisceau parallèle entrant ressort donc parallèle : l'image d'un objet à l'infini est elle-même à l'infini, et la lunette n'a pas de foyer.

Lunette afocale : objet à l'infini, image finale à l'infini. Intérêt : l'œil observe cette image sans accommoder, donc sans fatigue.

COMPRENDRE
Un œil normal au repos voit net à l'infini. Si l'image finale était proche, il devrait accommoder en permanence pendant l'observation.

2.5 Exprimer le grossissement de la lunette en fonction de θ et θ'.

θ est l'angle sous lequel l'objet est vu à l'œil nu, θ' celui sous lequel son image est vue à travers la lunette.

$$G = \frac{\theta'}{\theta}$$

COMPRENDRE
G est un rapport de deux angles exprimés dans la même unité : il est sans unité.

2.6 Déterminer la valeur limite de la distance focale de l'oculaire à associer à un objectif de distance focale 300 mm pour pouvoir distinguer l'ensemble de montagnes au centre du cratère Tycho.

Données utiles base des montagnes $AB \approx 15$ km ; $d_{TL} = 3{,}844 \times 10^5$ km ; $\varepsilon = 2{,}9 \times 10^{-4}$ rad ; $f'_{obj} = 300$ mm ; $G = \frac{f'_{obj}}{f'_{oc}} = \frac{\theta'}{\theta}$ (2.5)

Angle sous lequel l'ensemble de montagnes est vu à l'œil nu :

$$\theta = \frac{AB}{d_{TL}} = \frac{15}{3{,}844 \times 10^5} = 3{,}9 \times 10^{-5} \text{ rad}$$

Pour le distinguer à travers la lunette, il faut $\theta' \geqslant \varepsilon$. Or $\theta' = G\,\theta = \frac{f'_{obj}}{f'_{oc}}\,\theta$, donc :

$$\frac{f'_{obj}}{f'_{oc}}\,\theta \geqslant \varepsilon \iff f'_{oc} \leqslant \frac{f'_{obj}\,\theta}{\varepsilon}$$

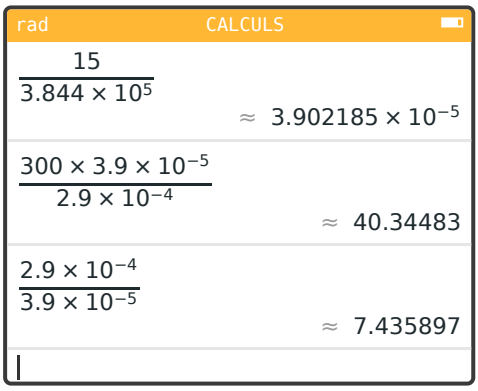
$$\frac{f'_{obj}\,\theta}{\varepsilon} = \frac{300 \times 3{,}9 \times 10^{-5}}{2{,}9 \times 10^{-4}} = 40 \text{ mm}$$

$f'_{oc} \leqslant 40$ mm : la distance focale de l'oculaire doit être au plus de 40 mm (grossissement d'au moins 7,4).

PIÈGE
Conclure « au moins 40 mm ». Un oculaire de plus courte distance focale grossit davantage : 40 mm est une valeur maximale.

MÉTHODE
Question ouverte : 1) traduire « distinguer » par $\theta' \geqslant \varepsilon$; 2) calculer θ à l'œil nu ; 3) en tirer le grossissement minimal ; 4) remonter à f'_{oc} avec $G = f'_{obj}/f'_{oc}$.

À LA CALCULATRICE



Défibrillateur cardiaque implantable

Bac 2022 Amérique du Sud Jour 1 · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

1 Parmi les quatre graphiques, déterminer celui qui représente la tension aux bornes du condensateur pendant la première phase. Justifier.

Données utiles tension délivrée par le montage élévateur : 800 V ; condensateur déchargé à $t = 0$

Pendant la première phase (K1 fermé, K2 ouvert), le condensateur se charge à travers R.

- À $t = 0$ il est déchargé : $u_C(0) = 0$. Les graphiques n°1 et n°2, qui partent de ± 800 V, sont écartés.
- Sur le schéma, la flèche de u_C a le même sens que celle de la tension de 800 V : u_C est positive et tend vers $+800$ V en fin de charge. Le graphique n°4 est écarté.

C'est le **graphique n°3** : u_C croît de 0 à 800 V.

MÉTHODE
Pour choisir une courbe, tester deux critères : la valeur initiale (condensateur chargé ou non), puis la valeur finale avec son signe, lu sur le sens de la flèche de tension du schéma.

2 Établir l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$ pendant la seconde phase.

Seconde phase : K1 ouvert, K2 fermé. Le condensateur et le conducteur ohmique r forment une seule maille.

Loi des mailles, avec u_r la tension aux bornes de r fléchée en convention récepteur pour le courant i : $u_C + u_r = 0$.

Loi d'Ohm : $u_r = r\,i$. Pour le condensateur, en convention récepteur : $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$.

Donc $u_C + r\,C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 0$, soit en divisant par $r\,C$:

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{r\,C}\,u_C = 0$$

PIÈGE
Écrire $u_C = r\,i$ sans regarder le sens des flèches. Avec l'orientation du schéma, le courant i traverse r de bas en haut : la bonne relation est $u_C = -r\,i$, sinon l'exponentielle diverge.

COMPRENDRE
La pile et le montage élévateur n'interviennent plus : K1 ouvert les isole. Il n'y a donc pas de second membre, et u_C tend vers 0.

3 Vérifier que $u_C(t) = A \cdot \exp\left(\dfrac{-(t - t_1)}{\tau}\right)$ est solution de l'équation différentielle. Exprimer τ en fonction de r et C, puis calculer sa valeur.

Données utiles $r = 10\ \Omega$; $C = 50\ \mu\text{F} = 50 \times 10^{-6}$ F

On dérive la fonction proposée : $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{A}{\tau}\exp\left(\dfrac{-(t - t_1)}{\tau}\right) = -\dfrac{u_C}{\tau}$.

On reporte dans l'équation de la question 2 :

$$-\frac{u_C}{\tau} + \frac{u_C}{r\,C} = u_C\left(\frac{1}{r\,C} - \frac{1}{\tau}\right)$$

Cette expression est nulle à chaque instant si $\dfrac{1}{\tau} = \dfrac{1}{r\,C}$: la fonction proposée est bien solution, à condition que $\tau = r\,C$.

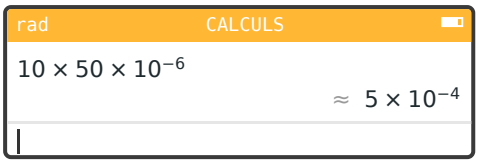
$\tau = 10 \times 50 \times 10^{-6} = 5{,}0 \times 10^{-4}$ s

$$\tau = r\,C = 5{,}0 \times 10^{-4}\ \text{s} = 0{,}50\ \text{ms}$$

PIÈGE
Laisser C en microfarads : on trouverait 500 « secondes ». Convertir $50\ \mu$F en 50×10^{-6} F avant le calcul.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme r et C. « Vérifier » ne demande pas de résoudre l'équation : on dérive la solution donnée, on reporte, et on constate l'égalité.

À LA CALCULATRICE



4 Déterminer la valeur de A sachant que $u_C(t_1) = 800$ V.

À l'instant $t = t_1$: $u_C(t_1) = A \cdot \exp\left(\dfrac{-(t_1 - t_1)}{\tau}\right) = A \cdot \exp(0) = A$.

Or $u_C(t_1) = 800$ V.

$A = 800$ V

COMPRENDRE
A est la tension au début de la décharge. Elle vaut 800 V parce que la charge était terminée : la tension aux bornes d'un condensateur ne subit pas de saut à la fermeture de K2.

5 Estimer la durée approximative du « choc électrique ». Commenter.

Données utiles $\tau = 5{,}0 \times 10^{-4}$ s (Q3) ; $A = 800$ V (Q4)

Le choc dure le temps de la décharge du condensateur dans r. On considère la décharge terminée au bout de $5\,\tau$:

$\Delta t = 5\,\tau = 5 \times 5{,}0 \times 10^{-4} = 2{,}5 \times 10^{-3}$ s

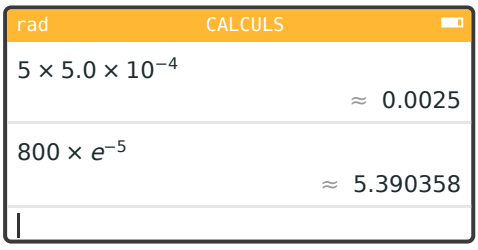
À cette date, $u_C = 800 \times \exp(-5) \approx 5$ V, soit moins de 1 % de la tension initiale.

$\Delta t \approx 5\,\tau = 2{,}5$ ms

Commentaire : quelques millisecondes seulement, ce qui s'accorde avec le choc « très bref » annoncé par l'énoncé.

COMPRENDRE
Le critère $5\,\tau$ est une convention : la tension ne s'annule jamais exactement. Avec $3\,\tau$ (il reste 5 %), on trouverait 1,5 ms. Seul l'ordre de grandeur, la milliseconde, compte ici.

À LA CALCULATRICE



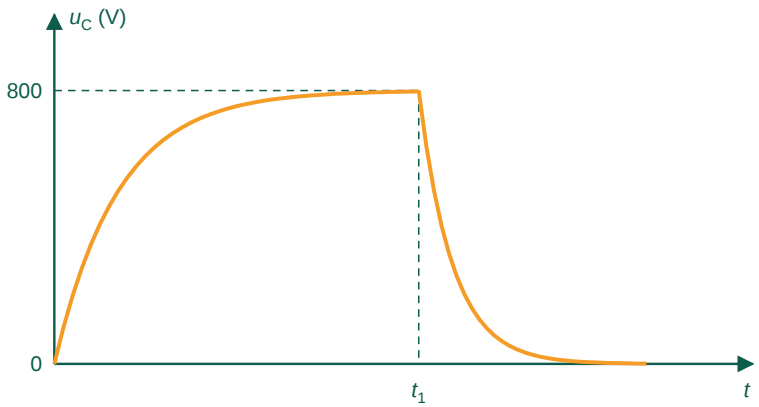
6 Donner l'allure de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps lors d'un cycle complet charge – décharge.

- Phase 1, de $t = 0$ à t_1 : charge. u_C part de 0 et croît de plus en plus lentement vers 800 V (graphique n°3).
- Phase 2, à partir de t_1 : décharge dans r. u_C part de 800 V et décroît exponentiellement vers 0 ; elle est pratiquement nulle à $t_1 + 5\,\tau$.

La courbe est continue en t_1.

Courbe croissante de 0 à 800 V, puis décroissante de 800 V à 0 à partir de t_1 (voir le tracé).

PIÈGE
Tracer un saut de tension à t_1, ou une décharge en ligne droite. Les deux branches sont des exponentielles, et la tangente à l'origine de la décharge coupe l'axe des temps à $t_1 + \tau$.



6 · Allure de $u_C(t)$ sur un cycle : charge jusqu'à 800 V, puis décharge rapide dans r à partir de t_1

Atterrissage du premier étage d'une fusée

Bac 2022 Amérique du Sud Jour 1 · Exercice 4 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

1 Représenter sur un schéma le vecteur vitesse du point M aux instants t_1 et t_2, à l'échelle 1 cm pour $6{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Données utiles $t_1 = 0{,}50$ s ; $t_2 = 2{,}50$ s ; graphique 1 : $v_y = 2{,}80\,t - 13{,}6$

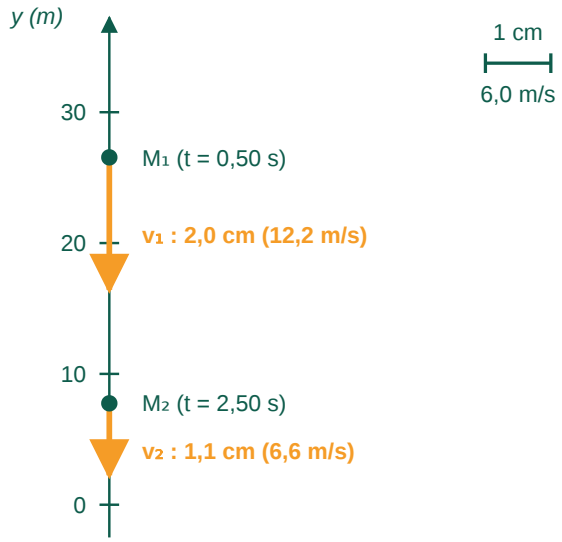
Le mouvement est vertical : $v_x = 0$, donc $v = |v_y|$. Avec la modélisation du graphique 1 :

$v_y(t_1) = 2{,}80 \times 0{,}50 - 13{,}6 = -12{,}2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ $\quad$ $v_y(t_2) = 2{,}80 \times 2{,}50 - 13{,}6 = -6{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

Longueurs à l'échelle : $\dfrac{12{,}2}{6{,}0} = 2{,}0$ cm et $\dfrac{6{,}6}{6{,}0} = 1{,}1$ cm.

Comme $v_y < 0$, les deux vecteurs sont verticaux, dirigés vers le bas, et tracés à partir de la position de M à la date considérée.

$\vec{v}_1$: 2,0 cm vers le bas ($12{,}2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$) ; $\vec{v}_2$: 1,1 cm vers le bas ($6{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)

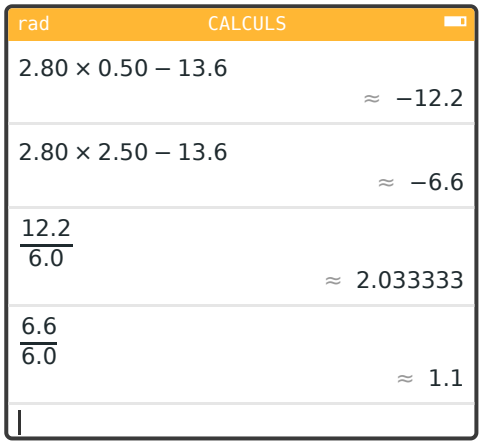


1 · Vecteurs vitesse du point M aux dates t_1 et t_2 (échelle : 1 cm pour 6,0 m·s⁻¹)

PIÈGE
Dessiner les vecteurs vers le haut parce que l'axe est ascendant. Le signe négatif de v_y indique que l'étage descend : les flèches pointent vers le sol.

COMPRENDRE
L'énoncé nomme l'axe vertical Oz dans le texte, mais le schéma et les questions utilisent Oy : c'est le même axe, orienté vers le haut.

À LA CALCULATRICE



2 Déterminer la valeur de l'accélération, commenter le signe de sa projection suivant Oy et qualifier le mouvement.

Données utiles graphique 1 : $v_y = 2{,}80\,t - 13{,}6$

Par définition $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, donc $a_y = \dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}$: c'est le coefficient directeur de la droite du graphique 1.

$a_y = 2{,}80\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$, constante.

$a_y > 0$: le vecteur accélération est dirigé vers le haut, alors que le vecteur vitesse est dirigé vers le bas. Les deux vecteurs sont de sens opposés, la valeur de la vitesse diminue.

La trajectoire est une droite verticale et l'accélération est constante.

$a = 2{,}80\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; mouvement rectiligne uniformément ralenti

PIÈGE
Conclure « $a_y > 0$ donc le mouvement est accéléré ». Ce qui compte est le sens de $\vec{a}$ par rapport à $\vec{v}$: opposés ici, donc l'étage freine.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme le coefficient 2,80 de la modélisation.

3 Représenter sur un schéma les forces modélisant les principales actions qui s'exercent sur le premier étage, de façon à rendre compte du signe de a_y. Justifier.

Données utiles $a_y = 2{,}80\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ (Q2)

Système {premier étage}, de masse m constante ; référentiel terrestre supposé galiléen.

Forces principales : le poids $\vec{P}$, vertical vers le bas ; la poussée du moteur $\vec{F}$, verticale vers le haut. Les frottements de l'air, eux aussi vers le haut, s'ajoutent à la poussée.

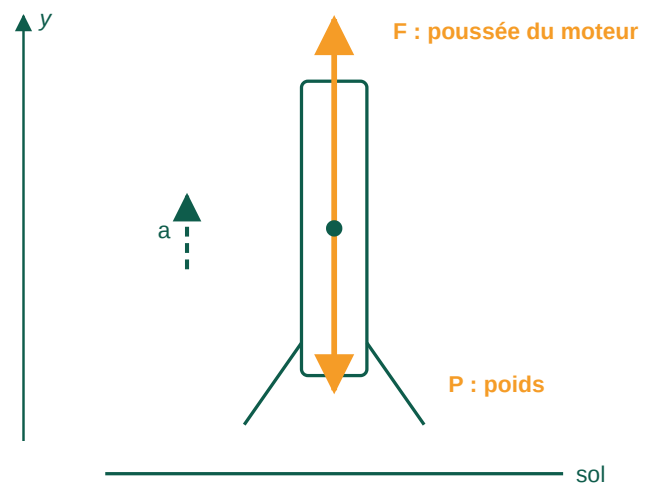
Deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{F} = m\,\vec{a}$. En projection sur O$y$: $F - P = m\,a_y$.

Comme $a_y > 0$, on a $F - P > 0$: la somme des forces est dirigée vers le haut, comme $\vec{a}$.

$F > P$: la flèche de la poussée est tracée plus longue que celle du poids.

COMPRENDRE
La somme des forces a toujours le sens de l'accélération, pas celui de la vitesse. L'étage descend, pourtant la résultante est vers le haut.

MÉTHODE
Pour un schéma de forces justifié : nommer chaque force avec sa direction et son sens, écrire la deuxième loi de Newton, puis la projeter sur l'axe pour comparer les longueurs.



3 · Forces sur le premier étage : la poussée l'emporte sur le poids, l'accélération est vers le haut

4 En exploitant les graphiques 1 et 2, montrer que l'équation horaire du mouvement de M s'écrit $y = 1{,}40\,t^2 - 13{,}6\,t + 33$, avec y en m et t en s.

Données utiles graphique 1 : $v_y = 2{,}80\,t - 13{,}6$; graphique 2 : altitude à $t = 0$

Par définition $v_y = \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$: y est une primitive de $v_y = 2{,}80\,t - 13{,}6$.

$$y(t) = \frac{2{,}80}{2}\,t^2 - 13{,}6\,t + C = 1{,}40\,t^2 - 13{,}6\,t + C$$

La constante C est l'altitude à $t = 0$: $y(0) = C$. Sur le graphique 2, on lit $y(0) \approx 33$ m, donc $C = 33$ m.

$y = 1{,}40\,t^2 - 13{,}6\,t + 33$ (y en m, t en s) : c'est l'expression attendue.

PIÈGE
Oublier la constante d'intégration ou la poser nulle. Elle se détermine avec la condition initiale, lue ici sur le graphique 2.

MÉTHODE
Vérification rapide : à $t = 2{,}50$ s, l'équation donne $y = 7{,}75$ m, en accord avec le point lu sur le graphique 2 (environ 8 m).

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$1.40 \times 2.50^2 - 13.6 \times 2.50 + 33 \approx 7.75$

5 Déterminer la valeur de la vitesse du système lorsqu'il touche le sol, en admettant que l'accélération ne varie pas sur les derniers mètres.

Données utiles $y = 1{,}40\,t^2 - 13{,}6\,t + 33$ (Q4) ; $v_y = 2{,}80\,t - 13{,}6$

Le système touche le sol à la date t_f telle que $y(t_f) = 0$: $1{,}40\,t_f^2 - 13{,}6\,t_f + 33 = 0$.

Discriminant : $\Delta = 13{,}6^2 - 4 \times 1{,}40 \times 33 = 0{,}16$, d'où deux solutions :

$$t_f = \frac{13{,}6 - \sqrt{0{,}16}}{2 \times 1{,}40} = 4{,}71 \text{ s} \qquad t'_f = \frac{13{,}6 + \sqrt{0{,}16}}{2 \times 1{,}40} = 5{,}00 \text{ s}$$

Le sol est atteint à la première date : on retient $t_f = 4{,}71$ s (à t'_f, on aurait $v_y > 0$, l'étage remonterait).

$v_y(t_f) = 2{,}80 \times 4{,}714 - 13{,}6 = -0{,}40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$$v = |v_y(t_f)| \approx 0{,}40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

PIÈGE
Arrondir t_f à 4,7 s avant de calculer la vitesse donne $0{,}44 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$: le résultat est une petite différence de deux grands nombres. Garder la valeur complète de t_f dans la calculatrice.

COMPRENDRE
La modélisation n'est établie que jusqu'à 3 s. La prolonger jusqu'au sol suppose l'accélération inchangée : c'est l'hypothèse donnée par l'énoncé.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$13.6^2 - 4 \times 1.40 \times 33 \approx 0.16$

$\dfrac{13.6 - \sqrt{0.16}}{2 \times 1.40} \approx 4.714286$

$\dfrac{13.6 + \sqrt{0.16}}{2 \times 1.40} \approx 5$

$2.80 \times 4.714 - 13.6 \approx -0.4008$

6 Préciser si l'atterrissage s'effectue « en douceur ».

Données utiles critère : vitesse verticale inférieure à $6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $v \approx 0{,}40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (Q5)

Au contact du sol, la valeur de la vitesse verticale est $0{,}40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, soit quinze fois moins que la limite de $6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

$0{,}40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} < 6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$: l'atterrissage s'effectue en douceur.

COMPRENDRE
Le graphique 1 le laissait prévoir : dès $t = 3$ s, la vitesse vaut environ $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et elle continue de diminuer.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{6}{0.40} \approx 15$