Défibrillateur cardiaque implantable

Bac 2022 Amérique du Sud Jour 1 · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

1 Parmi les quatre graphiques, déterminer celui qui représente la tension aux bornes du condensateur pendant la première phase. Justifier.

Données utiles tension délivrée par le montage élévateur : 800 V ; condensateur déchargé à $t = 0$

Pendant la première phase (K1 fermé, K2 ouvert), le condensateur se charge à travers R.

- À $t = 0$ il est déchargé : $u_C(0) = 0$. Les graphiques n°1 et n°2, qui partent de ± 800 V, sont écartés.
- Sur le schéma, la flèche de u_C a le même sens que celle de la tension de 800 V : u_C est positive et tend vers $+800$ V en fin de charge. Le graphique n°4 est écarté.

C'est le **graphique n°3** : u_C croît de 0 à 800 V.

MÉTHODE
Pour choisir une courbe, tester deux critères : la valeur initiale (condensateur chargé ou non), puis la valeur finale avec son signe, lu sur le sens de la flèche de tension du schéma.

2 Établir l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$ pendant la seconde phase.

Seconde phase : K1 ouvert, K2 fermé. Le condensateur et le conducteur ohmique r forment une seule maille.

Loi des mailles, avec u_r la tension aux bornes de r fléchée en convention récepteur pour le courant i : $u_C + u_r = 0$.

Loi d'Ohm : $u_r = r\,i$. Pour le condensateur, en convention récepteur : $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$.

Donc $u_C + r\,C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 0$, soit en divisant par $r\,C$:

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{r\,C}\,u_C = 0$$

PIÈGE
Écrire $u_C = r\,i$ sans regarder le sens des flèches. Avec l'orientation du schéma, le courant i traverse r de bas en haut : la bonne relation est $u_C = -r\,i$, sinon l'exponentielle diverge.

COMPRENDRE
La pile et le montage élévateur n'interviennent plus : K1 ouvert les isole. Il n'y a donc pas de second membre, et u_C tend vers 0.

3 Vérifier que $u_C(t) = A \cdot \exp\left(\dfrac{-(t - t_1)}{\tau}\right)$ est solution de l'équation différentielle. Exprimer τ en fonction de r et C, puis calculer sa valeur.

Données utiles $r = 10\ \Omega$; $C = 50\ \mu\text{F} = 50 \times 10^{-6}$ F

On dérive la fonction proposée : $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{A}{\tau}\exp\left(\dfrac{-(t - t_1)}{\tau}\right) = -\dfrac{u_C}{\tau}$.

On reporte dans l'équation de la question 2 :

$$-\frac{u_C}{\tau} + \frac{u_C}{r\,C} = u_C\left(\frac{1}{r\,C} - \frac{1}{\tau}\right)$$

Cette expression est nulle à chaque instant si $\dfrac{1}{\tau} = \dfrac{1}{r\,C}$: la fonction proposée est bien solution, à condition que $\tau = r\,C$.

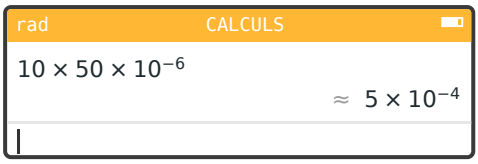
$\tau = 10 \times 50 \times 10^{-6} = 5{,}0 \times 10^{-4}$ s

$$\tau = r\,C = 5{,}0 \times 10^{-4}\ \text{s} = 0{,}50\ \text{ms}$$

PIÈGE
Laisser C en microfarads : on trouverait 500 « secondes ». Convertir $50\ \mu$F en 50×10^{-6} F avant le calcul.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme r et C. « Vérifier » ne demande pas de résoudre l'équation : on dérive la solution donnée, on reporte, et on constate l'égalité.

À LA CALCULATRICE



4 Déterminer la valeur de A sachant que $u_C(t_1) = 800$ V.

À l'instant $t = t_1$: $u_C(t_1) = A \cdot \exp\left(\dfrac{-(t_1 - t_1)}{\tau}\right) = A \cdot \exp(0) = A$.

Or $u_C(t_1) = 800$ V.

$A = 800$ V

COMPRENDRE
A est la tension au début de la décharge. Elle vaut 800 V parce que la charge était terminée : la tension aux bornes d'un condensateur ne subit pas de saut à la fermeture de K2.

5 Estimer la durée approximative du « choc électrique ». Commenter.

Données utiles $\tau = 5{,}0 \times 10^{-4}$ s (Q3) ; $A = 800$ V (Q4)

Le choc dure le temps de la décharge du condensateur dans r. On considère la décharge terminée au bout de $5\,\tau$:

$\Delta t = 5\,\tau = 5 \times 5{,}0 \times 10^{-4} = 2{,}5 \times 10^{-3}$ s

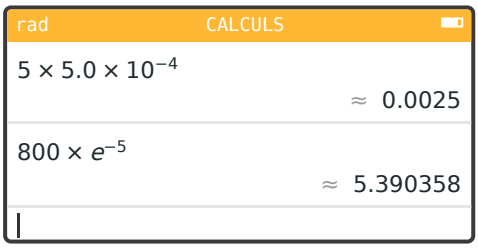
À cette date, $u_C = 800 \times \exp(-5) \approx 5$ V, soit moins de 1 % de la tension initiale.

$\Delta t \approx 5\,\tau = 2{,}5$ ms

Commentaire : quelques millisecondes seulement, ce qui s'accorde avec le choc « très bref » annoncé par l'énoncé.

COMPRENDRE
Le critère $5\,\tau$ est une convention : la tension ne s'annule jamais exactement. Avec $3\,\tau$ (il reste 5 %), on trouverait 1,5 ms. Seul l'ordre de grandeur, la milliseconde, compte ici.

À LA CALCULATRICE



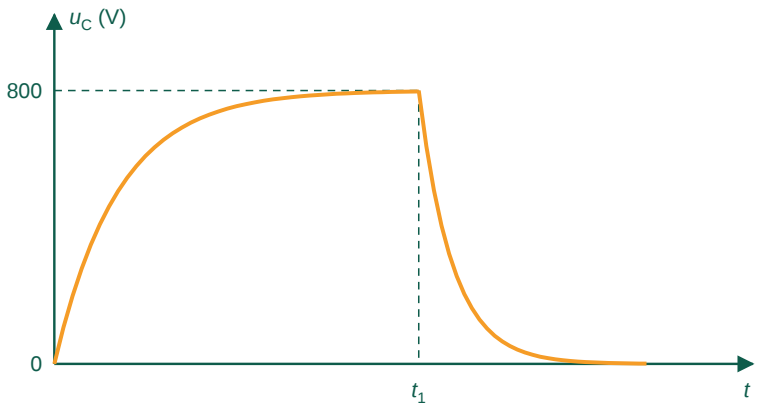
6 Donner l'allure de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps lors d'un cycle complet charge – décharge.

- Phase 1, de $t = 0$ à t_1 : charge. u_C part de 0 et croît de plus en plus lentement vers 800 V (graphique n°3).
- Phase 2, à partir de t_1 : décharge dans r. u_C part de 800 V et décroît exponentiellement vers 0 ; elle est pratiquement nulle à $t_1 + 5\,\tau$.

La courbe est continue en t_1.

Courbe croissante de 0 à 800 V, puis décroissante de 800 V à 0 à partir de t_1 (voir le tracé).

PIÈGE
Tracer un saut de tension à t_1, ou une décharge en ligne droite. Les deux branches sont des exponentielles, et la tangente à l'origine de la décharge coupe l'axe des temps à $t_1 + \tau$.



6 · Allure de $u_C(t)$ sur un cycle : charge jusqu'à 800 V, puis décharge rapide dans r à partir de t_1