Observation de la Lune depuis la Terre

Bac 2022 Amérique du Sud Jour 1 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

1.1 Établir l'expression de la période de révolution T_L de la Lune autour de la Terre, puis calculer sa valeur.

Données utiles $v_L = \sqrt{\dfrac{G\,M_T}{d_{TL}}}$; $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ m$^3 \cdot$ kg$^{-1} \cdot$ s^{-2} ; $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg ; $d_{TL} = 3{,}844 \times 10^5$ km

L'orbite est circulaire, de rayon d_{TL}, et la vitesse v_L est constante. Pendant une période T_L, le centre de la Lune parcourt un tour complet, de longueur $2\pi\,d_{TL}$:

$$T_L = \frac{2\pi\,d_{TL}}{v_L} = 2\pi\,d_{TL}\sqrt{\frac{d_{TL}}{G\,M_T}} = 2\pi\sqrt{\frac{d_{TL}^3}{G\,M_T}}$$

Avec $d_{TL} = 3{,}844 \times 10^8$ m :

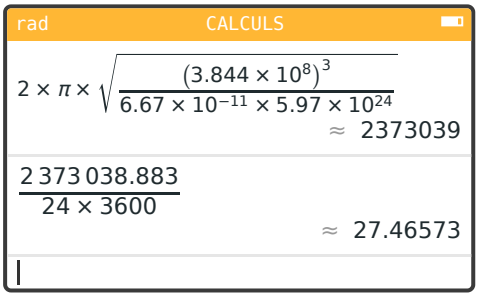
$$T_L = 2\pi\sqrt{\frac{(3{,}844 \times 10^8)^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}97 \times 10^{24}}} = 2{,}37 \times 10^6 \text{ s}$$

$T_L = 2\pi\sqrt{\dfrac{d_{TL}^3}{G\,M_T}} = 2{,}37 \times 10^6$ s, soit environ 27,5 jours.

PIÈGE
Laisser d_{TL} en kilomètres. G est en unités SI : la distance doit être en mètres, sinon T_L est environ 30 000 fois trop petit.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme G et M_T, les données les moins précises. On retrouve la troisième loi de Kepler : T_L^2 est proportionnel à d_{TL}^3.

À LA CALCULATRICE



1.2 Comparer la valeur de T_L à la période de rotation de la Lune sur elle-même P_L.

Données utiles $T_L = 2{,}37 \times 10^6$ s (1.1) ; $P_L = 27{,}3$ jours

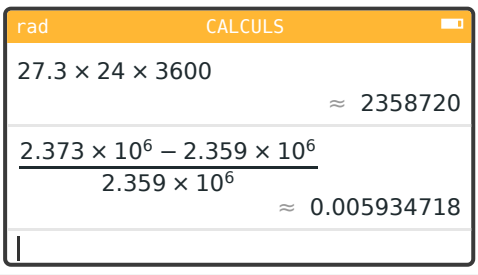
$P_L = 27{,}3 \times 24 \times 3600 = 2{,}36 \times 10^6$ s

Écart relatif : $\dfrac{T_L - P_L}{P_L} = \dfrac{2{,}373 \times 10^6 - 2{,}359 \times 10^6}{2{,}359 \times 10^6} \approx 0{,}6\ \%$

$T_L \approx P_L$ (écart inférieur à 1 %) : la Lune fait un tour sur elle-même pendant qu'elle fait un tour autour de la Terre.

MÉTHODE
Comparer deux grandeurs : les mettre dans la même unité, puis calculer un rapport ou un écart relatif, et conclure par une phrase.

À LA CALCULATRICE



1.3 Sur l'annexe 2, ajouter la position de la Lune et du point P aux dates $P_L/4$, $P_L/2$ et $3P_L/4$ en justifiant. En déduire pourquoi on parle de « face cachée de la Lune ».

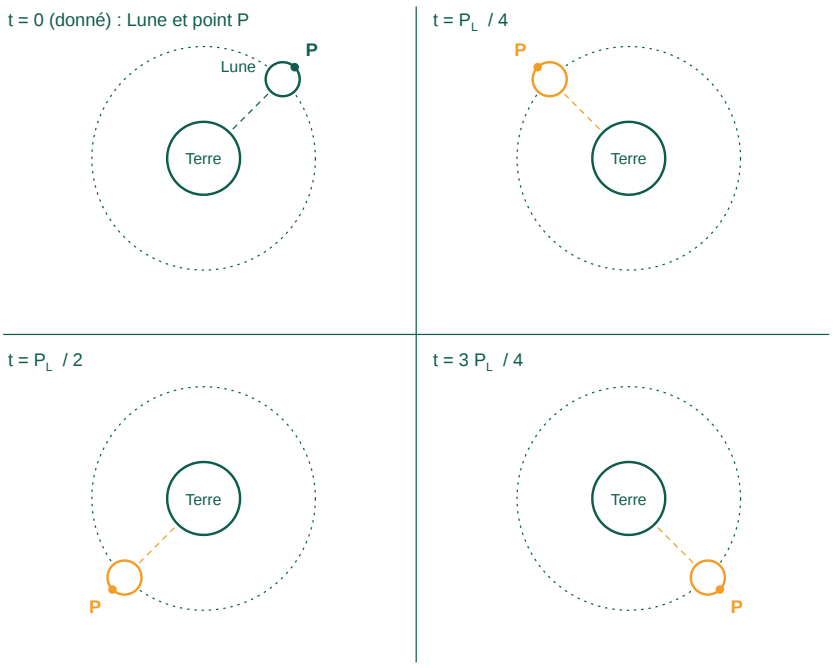
Comme $T_L \approx P_L$, pendant la durée $\frac{P_L}{4}$ la Lune parcourt un quart de son orbite et tourne en même temps d'un quart de tour sur elle-même, dans le même sens. Il en va de même à chaque quart de période suivant.

À $t = 0$, le point P est à l'opposé de la Terre. Les deux rotations se compensent : à $\frac{P_L}{4}$, $\frac{P_L}{2}$ et $\frac{3P_L}{4}$, P se trouve toujours sur la droite Terre-Lune, du côté opposé à la Terre (annexe complétée ci-dessous).

La Lune présente toujours le même hémisphère à la Terre. L'autre hémisphère, où se trouve P, n'est jamais visible depuis la Terre : c'est la « face cachée ».

PIÈGE
Dessiner P toujours « en haut à droite » de la Lune, comme si elle ne tournait pas sur elle-même : P serait alors face à la Terre à $P_L/2$.

COMPRENDRE
Le sens de parcours de l'orbite n'est pas imposé : on peut placer la Lune à $P_L/4$ en haut à gauche ou en bas à droite, pourvu que P reste à l'opposé de la Terre.



1.3 · Annexe 2 complétée : à chaque date, P est sur la face opposée à la Terre

2.1 Calculer l'angle θ sous lequel est vu le cratère Tycho depuis la Terre. En déduire s'il est possible de distinguer les contours du cratère à l'œil nu.

Données utiles diamètre du cratère $AB = 86$ km ; $d_{TL} = 3{,}844 \times 10^5$ km ; $\varepsilon = 2{,}9 \times 10^{-4}$ rad

Dans le triangle rectangle du schéma : $\tan\theta = \frac{AB}{d_{TL}}$, et comme l'angle est petit, $\tan\theta \approx \theta$:

$$\theta = \frac{AB}{d_{TL}} = \frac{86}{3{,}844 \times 10^5} = 2{,}2 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

$\theta = 2{,}2 \times 10^{-4}$ rad $< \varepsilon$: l'œil nu ne peut pas distinguer les contours du cratère.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme le diamètre (86 km). Les deux longueurs sont en kilomètres : le rapport est directement en radians, sans conversion.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{86}{3.844 \times 10^5} \approx 2.237253 \times 10^{-4}$$

2.2 Parmi les deux lentilles utilisées, identifier celle qui joue le rôle de l'oculaire et celle qui joue le rôle de l'objectif.

La lentille L_1 reçoit la lumière venant de l'objet $A_\infty B_\infty$: elle est placée du côté de l'objet. La lentille L_2 est celle derrière laquelle on place l'œil.

L_1 est l'objectif, L_2 est l'oculaire.

MÉTHODE
Autre critère : l'objectif d'une lunette a la plus grande distance focale. Sur l'annexe, F_1' est loin de L_1 et près de L_2.

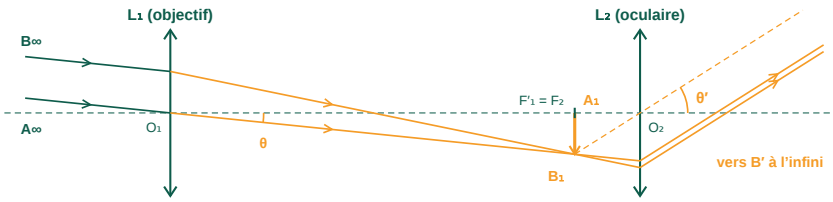
2.3 Sur l'annexe 3, construire la marche du faisceau lumineux issu de B_∞ à travers la lunette ; faire apparaître l'image intermédiaire A_1B_1 et l'angle θ' sous lequel est vue l'image finale $A'B'$.

- Le rayon qui passe par le centre optique O_1 n'est pas dévié. L'objet est à l'infini : son image A_1B_1 se forme dans le plan focal image de L_1, avec A_1 en F_1' et B_1 à l'intersection de ce rayon et du plan focal.
- Le second rayon, parallèle au premier, sort de L_1 en passant aussi par B_1.
- B_1 est dans le plan focal objet de L_2 : les rayons sortent de L_2 parallèles entre eux, dans la direction de la droite (B_1O_2), tracée en pointillés.
- θ' est l'angle entre l'axe optique et les rayons émergents.

Annexe 3 complétée ci-dessous : A_1B_1 dans le plan focal commun, faisceau émergent parallèle à (B_1O_2), incliné de θ' sur l'axe.

PIÈGE
Faire sortir les rayons de L_2 en éventail ou parallèles à l'axe. Il faut d'abord tracer la droite (B_1O_2), puis mener les rayons émergents parallèlement à elle.

COMPRENDRE
L'image A_1B_1 est renversée : B_∞ est au-dessus de l'axe, B_1 en dessous. Les rayons ressortent bien plus inclinés qu'à l'entrée : $\theta' > \theta$.



2.3 · Annexe 3 complétée : marche du faisceau issu de B∞, image intermédiaire A₁B₁ et angle θ′

2.4 Expliquer pourquoi cette lunette est qualifiée d'afocale et justifier l'intérêt de ce réglage.

Le foyer image F_1' de l'objectif est confondu avec le foyer objet F_2 de l'oculaire. Un faisceau parallèle entrant ressort donc parallèle : l'image d'un objet à l'infini est elle-même à l'infini, et la lunette n'a pas de foyer.

Lunette afocale : objet à l'infini, image finale à l'infini. Intérêt : l'œil observe cette image sans accommoder, donc sans fatigue.

COMPRENDRE
Un œil normal au repos voit net à l'infini. Si l'image finale était proche, il devrait accommoder en permanence pendant l'observation.

2.5 Exprimer le grossissement de la lunette en fonction de θ et θ'.

θ est l'angle sous lequel l'objet est vu à l'œil nu, θ' celui sous lequel son image est vue à travers la lunette.

$$G = \frac{\theta'}{\theta}$$

COMPRENDRE
G est un rapport de deux angles exprimés dans la même unité : il est sans unité.

2.6 Déterminer la valeur limite de la distance focale de l'oculaire à associer à un objectif de distance focale 300 mm pour pouvoir distinguer l'ensemble de montagnes au centre du cratère Tycho.

Données utiles base des montagnes $AB \approx 15$ km ; $d_{TL} = 3{,}844 \times 10^5$ km ; $\varepsilon = 2{,}9 \times 10^{-4}$ rad ; $f'_{obj} = 300$ mm ; $G = \frac{f'_{obj}}{f'_{oc}} = \frac{\theta'}{\theta}$ (2.5)

Angle sous lequel l'ensemble de montagnes est vu à l'œil nu :

$$\theta = \frac{AB}{d_{TL}} = \frac{15}{3{,}844 \times 10^5} = 3{,}9 \times 10^{-5} \text{ rad}$$

Pour le distinguer à travers la lunette, il faut $\theta' \geqslant \varepsilon$. Or $\theta' = G\,\theta = \frac{f'_{obj}}{f'_{oc}}\,\theta$, donc :

$$\frac{f'_{obj}}{f'_{oc}}\,\theta \geqslant \varepsilon \iff f'_{oc} \leqslant \frac{f'_{obj}\,\theta}{\varepsilon}$$

$$\frac{f'_{obj}\,\theta}{\varepsilon} = \frac{300 \times 3{,}9 \times 10^{-5}}{2{,}9 \times 10^{-4}} = 40 \text{ mm}$$

$f'_{oc} \leqslant 40$ mm : la distance focale de l'oculaire doit être au plus de 40 mm (grossissement d'au moins 7,4).

PIÈGE
Conclure « au moins 40 mm ». Un oculaire de plus courte distance focale grossit davantage : 40 mm est une valeur maximale.

MÉTHODE
Question ouverte : 1) traduire « distinguer » par $\theta' \geqslant \varepsilon$; 2) calculer θ à l'œil nu ; 3) en tirer le grossissement minimal ; 4) remonter à f'_{oc} avec $G = f'_{obj}/f'_{oc}$.

À LA CALCULATRICE

