Détermination du diamètre de Jupiter

Bac 2022 Centres étrangers 1 Jour 2 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

1 Rappeler la définition du grossissement G de la lunette en fonction de α et α'.

Le grossissement est le rapport de l'angle α' sous lequel l'objet est vu à travers la lunette à l'angle α sous lequel il est vu à l'œil nu :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

PIÈGE
Inverser le rapport. Une lunette agrandit l'angle de vision : $\alpha' > \alpha$, donc $G > 1$. Le grossissement est sans unité.

2 En reprenant le premier paragraphe du document, montrer que $\alpha_J = \dfrac{2\,\alpha_L}{G}$.

Huygens voit Jupiter, à travers la lunette, deux fois plus gros que la Lune à l'œil nu. En notant α'_J l'angle sous lequel Jupiter est vu dans la lunette :

$$\alpha'_J = 2\,\alpha_L$$

Par définition du grossissement (Q1), appliquée à Jupiter : $G = \dfrac{\alpha'_J}{\alpha_J}$,

donc $\alpha_J = \dfrac{\alpha'_J}{G}$.

$$\alpha_J = \frac{2\,\alpha_L}{G}$$

COMPRENDRE
« Voir deux fois plus gros » compare des angles, pas des tailles réelles : celui de Jupiter dans la lunette (α'_J) et celui de la Lune à l'œil nu (α_L).

3 Montrer que l'on retrouve la valeur du diamètre apparent de Jupiter trouvée dans un premier temps par Huygens.

Données utiles $\alpha_L = 8{,}7 \times 10^{-3}$ rad ; $G = 164$ (estimation de Huygens)

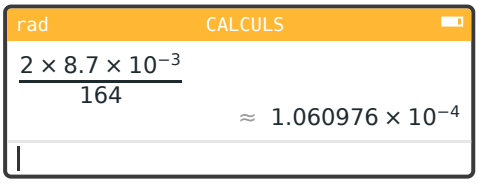
$$\alpha_J = \frac{2\,\alpha_L}{G} = \frac{2 \times 8{,}7 \times 10^{-3}}{164} = 1{,}1 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

$\alpha_J = 1{,}1 \times 10^{-4}$ rad, soit environ 10^{-4} rad : c'est bien l'estimation de Huygens.

PIÈGE
Utiliser $\alpha_L = 0{,}5$ en degrés : le résultat serait en degrés, alors que le document donne α_J en radians.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme α_L (le facteur 2 est exact). Le document n'annonce qu'un ordre de grandeur, 10^{-4} rad : les deux valeurs sont compatibles.

À LA CALCULATRICE



4 Indiquer où se forme l'image intermédiaire A_1B_1 de l'objet AB formée par l'objectif. Justifier que l'ensemble des deux lentilles constitue un système afocal.

L'objet AB est à l'infini : son image A_1B_1 par l'objectif L_1 se forme dans le plan focal image de L_1, avec A_1 en F'_1.

Comme F'_1 et F_2 sont confondus, A_1B_1 se trouve dans le plan focal objet de l'oculaire L_2. L'image que L_2 en donne est donc rejetée à l'infini.

Un objet à l'infini a son image finale à l'infini : la lunette est bien un système **afocal**.

MÉTHODE
Deux propriétés à connaître pour une lentille convergente : objet à l'infini → image dans le plan focal image ; objet dans le plan focal objet → image à l'infini. La lunette afocale les enchaîne.

5 Sur l'annexe, construire l'image intermédiaire A_1B_1 de l'objet AB, situé à l'infini, à travers la lentille L_1.

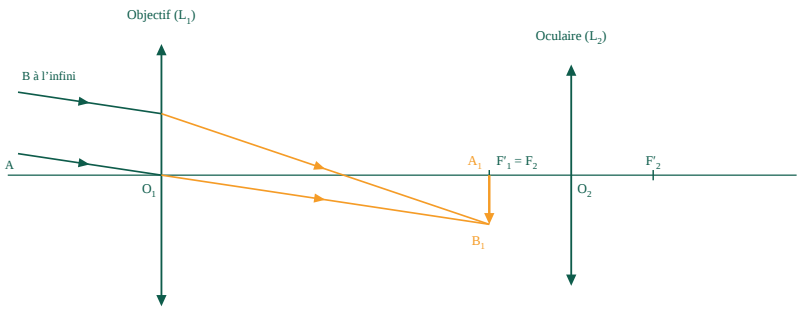
Le rayon issu de B qui passe par le centre optique O_1 n'est pas dévié : on le prolonge jusqu'au plan focal image de L_1 (perpendiculaire à l'axe passant par F_1'). Leur intersection est B_1.

Le second rayon issu de B, parallèle au premier, converge lui aussi en B_1 après L_1.

A_1 est sur l'axe optique, en F_1'.

A_1B_1 est perpendiculaire à l'axe en F_1', sous l'axe : l'image intermédiaire est renversée.

PIÈGE
Faire converger les rayons venant de B au foyer F_1'. Seuls des rayons parallèles à l'axe passent par F_1' ; des rayons inclinés convergent en un autre point du plan focal image.



5 · Annexe : l'image intermédiaire A_1B_1 se forme dans le plan focal image de l'objectif

6 Sur l'annexe, représenter le faisceau émergent issu de B, délimité par les deux rayons incidents déjà tracés, traversant l'ensemble de la lunette afocale.

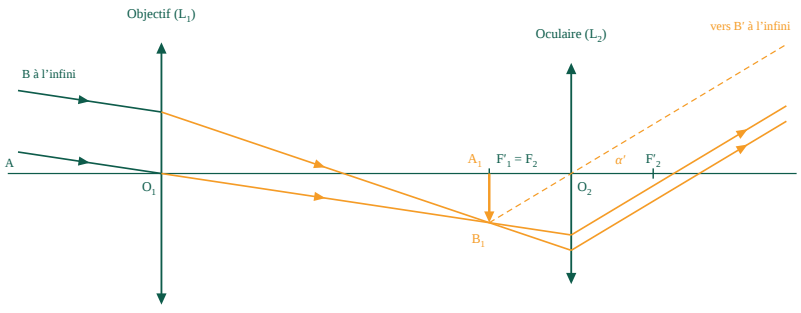
Les deux rayons se croisent en B_1 puis se prolongent en ligne droite jusqu'à l'oculaire L_2.

B_1 est dans le plan focal objet de L_2 : tous les rayons issus de B_1 ressortent de L_2 parallèles entre eux.

Pour connaître leur direction, on trace en pointillés le rayon issu de B_1 passant par le centre optique O_2, qui n'est pas dévié.

Les deux rayons émergent de L_2 parallèlement à la droite (B_1O_2), inclinés de α' sur l'axe optique.

MÉTHODE
Rayon quelconque à la sortie d'une lentille : chercher un rayon particulier issu du même point (ici celui qui passe par O_2) ; il donne la direction de tous les autres quand le point est dans le plan focal objet.



6 · Annexe complétée : faisceau émergent parallèle à la droite (B_1O_2)

7 Par des considérations géométriques, déterminer l'expression du grossissement G en fonction des distances focales f_1' et f_2'.

Dans le triangle $O_1A_1B_1$, rectangle en A_1, avec $O_1A_1 = f_1'$:

$$\tan\alpha_J = \frac{A_1B_1}{f_1'} \quad \text{soit} \quad \alpha_J = \frac{A_1B_1}{f_1'} \text{ (angle petit)}$$

Dans le triangle $O_2A_1B_1$, rectangle en A_1, avec $O_2A_1 = f_2'$:

$$\tan\alpha' = \frac{A_1B_1}{f_2'} \quad \text{soit} \quad \alpha' = \frac{A_1B_1}{f_2'}$$

D'où : $G = \dfrac{\alpha'}{\alpha_J} = \dfrac{A_1B_1}{f_2'} \times \dfrac{f_1'}{A_1B_1}$

$$\boxed{G = \frac{f_1'}{f_2'}}$$

PIÈGE
Donner la formule sans démonstration : la question demande des « considérations géométriques », donc les deux triangles et l'approximation des petits angles.

COMPRENDRE
L'image intermédiaire A_1B_1 est le côté commun aux deux triangles : elle disparaît du rapport. Le grossissement ne dépend que des deux lentilles, pas de l'astre observé.

8 Expliquer le calcul effectué par Huygens, dans le deuxième paragraphe du document, pour obtenir la valeur de l'angle α_J à partir de la taille de l'image intermédiaire.

Données utiles $A_1B_1 = 2$ mm ; $f_1' = 10{,}35$ m

Huygens mesure la taille de l'image intermédiaire : $A_1B_1 = 2\text{ mm} = 2 \times 10^{-3}$ m.

D'après le triangle $O_1A_1B_1$ (Q7), l'angle sous lequel Jupiter est vu à l'œil nu vaut :

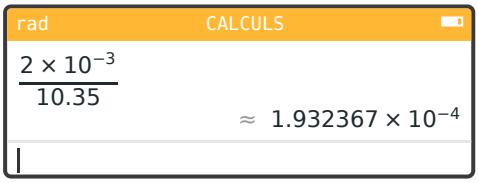
$$\alpha_J = \frac{A_1B_1}{f_1'} = \frac{2 \times 10^{-3}}{10{,}35} = 1{,}9 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

$\alpha_J \approx 2 \times 10^{-4}$ rad : on retrouve la valeur calculée par Huygens.

PIÈGE
Diviser 2 mm par 10,35 m sans conversion : les deux longueurs doivent être dans la même unité pour obtenir un angle en radians.

COMPRENDRE
Ce calcul n'utilise que l'objectif : ni l'oculaire ni le grossissement n'interviennent. La mesure n'a qu'un chiffre significatif (2 mm), le résultat aussi.

À LA CALCULATRICE



9 Calculer le grossissement de la lunette de Huygens et expliquer pourquoi la première détermination de α_J était nécessairement moins précise que la seconde.

Données utiles $f_1' = 10{,}35$ m ; $f_2' = 63$ mm

$$G = \frac{f_1'}{f_2'} = \frac{10{,}35}{63 \times 10^{-3}} = 164$$

Cette valeur est celle que Huygens attribuait à sa lunette (deux chiffres significatifs garantis : $1{,}6 \times 10^2$).

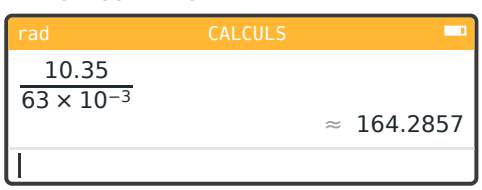
La première détermination repose sur une impression visuelle : Jupiter vu dans la lunette « deux fois plus gros » que la Lune à l'œil nu. Ce facteur 2 est évalué à l'œil, sans instrument, et le grossissement est lui-même estimé.

La seconde repose sur la mesure d'une longueur, la taille de l'image intermédiaire, grâce à un repère placé dans la lunette.

$G = 164$; une mesure de longueur est plus précise qu'une comparaison faite à l'œil.

PIÈGE
Oublier de convertir f_2' en mètres : on trouverait $G = 0{,}16$, valeur absurde pour une lunette.

À LA CALCULATRICE



10 Calculer la valeur D du diamètre de Jupiter.

Données utiles $d = 7{,}80 \times 10^{8}$ km ; $\alpha_J = 2 \times 10^{-4}$ rad (document, Q8)

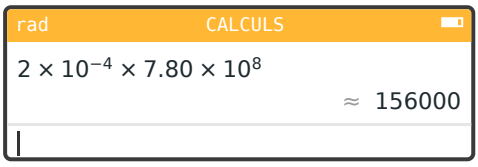
D'après la figure 1, dans le triangle rectangle de côtés D et d :
$\tan \alpha_J = \dfrac{D}{d}$.

L'angle est petit, donc $\alpha_J = \dfrac{D}{d}$, soit $D = \alpha_J \times d$.

$$D = 2 \times 10^{-4} \times 7{,}80 \times 10^{8} = 1{,}56 \times 10^{5} \text{ km}$$

$D \approx 2 \times 10^{5}$ km (un seul chiffre significatif, comme α_J).

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Convertir inutilement : d est en kilomètres, donc D sort directement en kilomètres. L'angle doit être en radians.

COMPRENDRE
Le diamètre équatorial réel de Jupiter est voisin de $1{,}4 \times 10^{5}$ km : la mesure de Huygens, faite en 1684 avec un simple repère, donne le bon ordre de grandeur.