Amérique du nord 2022 Jour 1

EXERCICE B : DES SUPERCONDENSATEURS POUR RECHARGER UN BUS ELECTRIQUE (5 POINTS)

Une entreprise française, spécialisée dans la recherche de solutions de transports électriques, est à l'origine d'une solution innovante qui consiste à remplacer les batteries des bus électriques par des supercondensateurs. Les arrêts de bus sont composés d'une unité, appelée totem, qui contient également des supercondensateurs.



Image : https://graphibus.fr/portfolio/covering/livree-bus/watt-system/

Le principe est le suivant : à chaque arrêt, le bus se connecte de manière automatique et rapide au totem. Le transfert d'énergie électrique entre les supercondensateurs du totem et les supercondensateurs embarqués dans le bus s'effectue alors en environ 10 s. Cette phase, appelée « biberonnage », doit être parfaitement sécurisée. En effet, l'intensité du courant électrique peut atteindre plusieurs milliers d'ampères en début de transfert.

A. Étude d'un supercondensateur

Chaque supercondensateur utilisé dans le totem a une tension nominale E. Il s'agit de la tension atteinte lorsque le supercondensateur de capacité C est totalement chargé.

Après avoir chargé complètement un supercondensateur sous sa tension nominale E, on le place dans le circuit schématisé sur la figure ci-dessous. Et à l'instant $t = 0$, on bascule l'interrupteur K en position fermée.

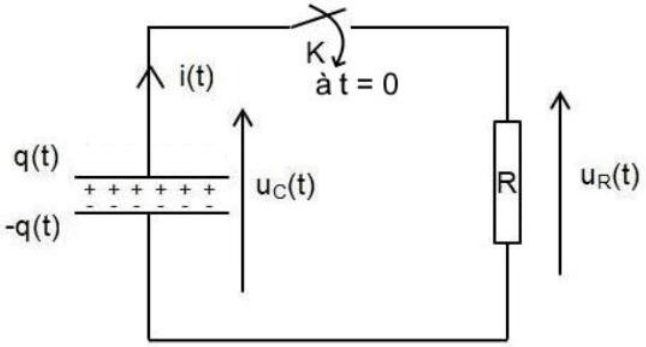


Schéma du circuit électrique de décharge d'un supercondensateur

On désigne par $q(t)$ la charge électrique portée par l'armature positive du condensateur à l'instant t comme indiqué sur le schéma du circuit.

Données :

- valeur initiale de la tension aux bornes du condensateur : $u_C(0) = E = 2{,}7$ V ;
- valeur de la résistance : $R = 100 \pm 2$ mΩ où ce qui suit le ± est l'incertitude-type.

A.1. Montrer qu'au cours de la décharge l'intensité $i(t)$ s'exprime par :

$$i(t) = -C \times \frac{du_C(t)}{dt}$$

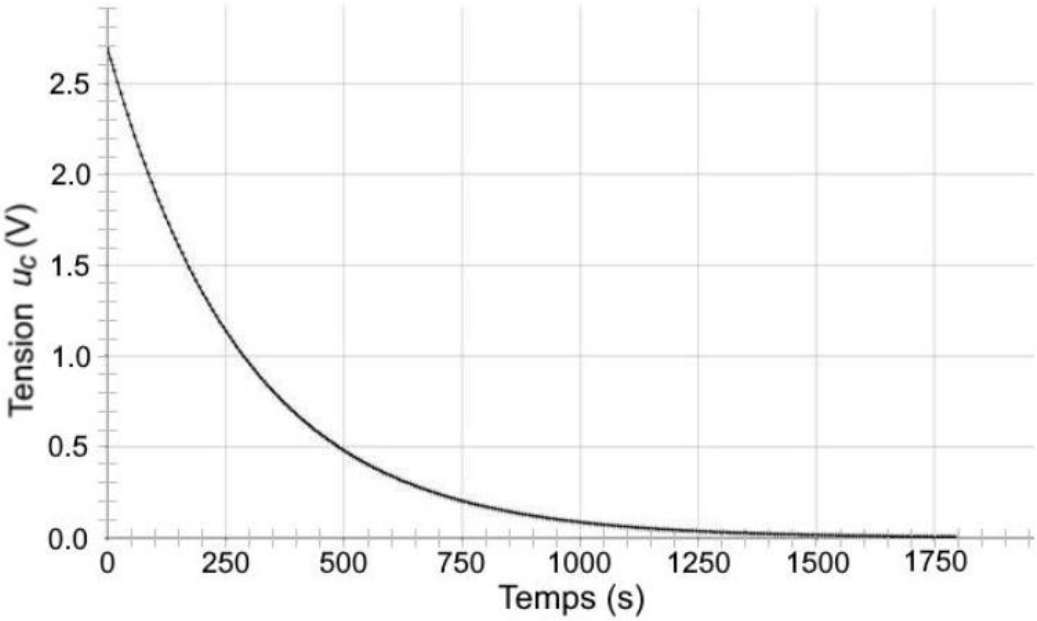
A.2. En déduire que la tension $u_C(t)$ obéit à l'équation différentielle :

$$RC \times \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = 0$$

La solution de cette équation différentielle est de la forme : $u_c(t) = A + B \times e^{-\frac{t}{RC}}$

A.3. En détaillant la démarche, déterminer les valeurs de A et B.

Un dispositif d'acquisition permet d'enregistrer l'évolution de la tension $u_C(t)$ lors de la décharge du supercondensateur. On obtient alors la courbe suivante, qui est reproduite sur le **document réponse à rendre avec la copie**.



Évolution temporelle de la tension u_C pour la décharge d'un supercondensateur

A.4. Déterminer le temps caractéristique τ de la décharge. Faire apparaître la construction graphique réalisée sur la courbe du **document réponse à rendre avec la copie**.

A.5. En déduire la valeur de la capacité du supercondensateur utilisé dans cette étude. Commenter l'ordre de grandeur obtenu.

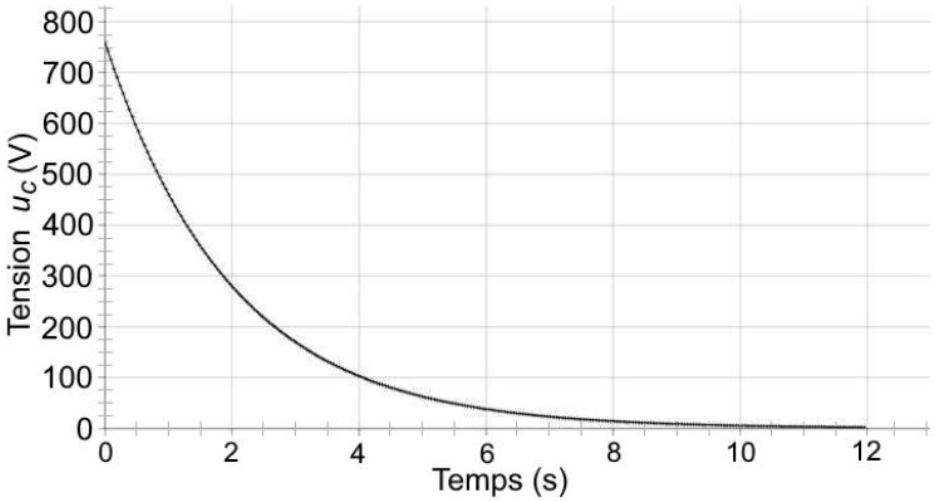
L'incertitude-type sur la lecture graphique de τ est estimée à $u(\tau) = 25$ s.
L'incertitude-type $u(C)$ sur la capacité C peut se calculer à partir de la relation :

$$u(C) = C \times \sqrt{\left(\frac{u(\tau)}{\tau}\right)^2 + \left(\frac{u(R)}{R}\right)^2}$$ où $u(x)$ désigne l'incertitude-type sur la grandeur x.

A.6. Calculer $u(C)$ et exprimer le résultat de la mesure avec son incertitude-type. Comparer la valeur expérimentale à la valeur de référence annoncée par le constructeur $C_{réf} = 3000$ F.

B. Étude du totem

Le totem contient une association d'un grand nombre de supercondensateurs. Cette association se comporte comme un unique condensateur, appelé condensateur totem, de capacité notée C_{totem} = 20 F. La tension nominale du condensateur totem a pour valeur E_{totem} = 760 V.
La courbe ci-après représente l'évolution temporelle de la tension u_C lors de la décharge du condensateur totem dans une résistance.



Évolution temporelle de la tension u_C pour la décharge du condensateur totem

B.1. Déterminer la valeur de l'intensité maximale I_{max} lors de la phase de décharge. Commenter.

L'énergie W emmagasinée dans le condensateur totem est donnée par la relation :

$$W = \frac{1}{2} \times C_{totem} \times u_c^2$$

avec l'énergie W en joule, la capacité C_{totem} en farad et la tension du condensateur u_c en volt.

Pour recharger le condensateur totem, on utilise le réseau électrique fournissant une puissance supposée constante de valeur 9,0 kW.

B.2. Estimer le délai minimal à respecter entre le passage de deux bus au totem.

DOCUMENT REPONSE A RENDRE AVEC LA COPIE

Exercice B – Question A.4

