Lunette astronomique et observations de Mars

Bac 2022 Centres étrangers 1 Jour 1 · Exercice 1 **10 points** **Durée conseillée 1 h 45**

1 Compléter les cadres 1 et 2 de l'annexe avec les noms donnés aux lentilles L_1 et L_2.

L_1 reçoit la lumière de l'astre observé : c'est l'**objectif** (cadre 1).

L_2 est placée devant l'œil : c'est l'**oculaire** (cadre 2).

Cadre 1 : objectif ; cadre 2 : oculaire (annexe complétée à la question 4).

COMPRENDRE
L'objectif a toujours la plus grande distance focale (ici 910 mm contre 20 mm) : sur le schéma, O_1F_1' vaut 8 carreaux et F_2O_2 seulement 4.

2 Sur l'annexe, représenter le faisceau émergent issu de A_∞, délimité par les rayons 1 et 2, à travers la lunette.

Les rayons 1 et 2 arrivent parallèles à l'axe optique : après L_1, ils passent par le foyer image F_1'.

Comme F_1' est aussi le foyer objet F_2 de L_2, ils ressortent de L_2 parallèles à l'axe optique.

Rayons 1 et 2 : passage par $F_1' = F_2$ entre les lentilles, puis sortie parallèle à l'axe (tracé sur l'annexe, question 4).

PIÈGE
Le faisceau se croise en F_1' : le rayon 1, entré sous l'axe, ressort au-dessus, et le rayon 2 ressort en dessous. Ne pas les prolonger tout droit après L_2.

3 Sur l'annexe, représenter de même le faisceau émergent issu de B_∞, délimité par les rayons 3 et 4.

Le rayon 3 passe par le centre optique O_1 : il n'est pas dévié. Il coupe le plan focal image de L_1 en un point B_1, image de B_∞.

Le rayon 4, parallèle au rayon 3, sort de L_1 en passant lui aussi par B_1 .

B_1 est dans le plan focal objet de L_2 : les rayons qui en partent ressortent de L_2 parallèles entre eux, dans la direction de la droite (B_1O_2) tracée en pointillés.

Rayons 3 et 4 : passage par B_1, puis sortie parallèle à (B_1O_2) (tracé sur l'annexe, question 4).

MÉTHODE
Faisceau incliné sur une lentille : chercher d'abord le rayon qui passe par le centre optique. Il donne le point du plan focal où tout le faisceau converge (objectif) ou la direction de sortie (oculaire).

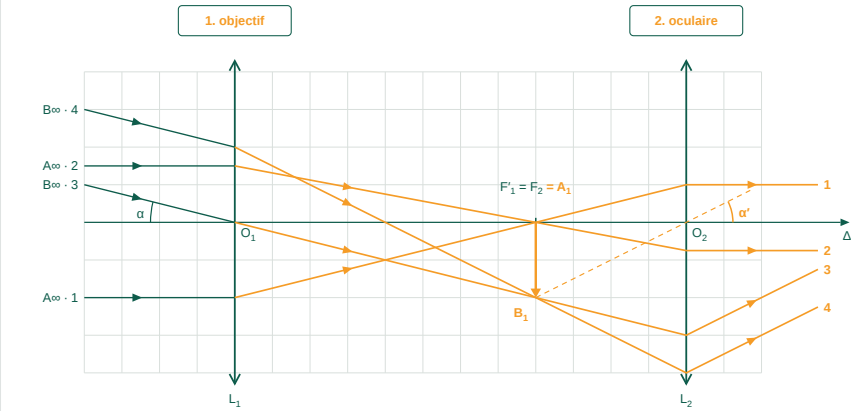
4 Sur l'annexe, faire apparaître l'angle α' sous lequel est vue l'image à travers la lunette, ainsi que l'image intermédiaire A_1B_1.

A_1 est le point de l'axe où se croisent les rayons 1 et 2 : $A_1 = F_1'$.
L'image intermédiaire A_1B_1 est le segment perpendiculaire à l'axe, entre F_1' et B_1.

α' est l'angle entre l'axe optique et la direction des rayons émergents 3 et 4 ; on le marque en O_2, entre l'axe et la droite (B_1O_2).

A_1B_1 dans le plan focal commun ; α' entre l'axe optique et le faisceau émergent issu de B_∞.

COMPRENDRE
Sur le quadrillage, A_1B_1 mesure 2 carreaux, α correspond à une pente de 2 carreaux pour 8 et α' à 2 carreaux pour 4 : l'image est vue sous un angle plus grand, et renversée.



4 · Annexe complétée : en vert sapin le schéma du sujet, en orange les tracés de l'élève (questions 1 à 4)

5 Justifier le terme « afocal » pour caractériser cette lunette.

L'objet $A_\infty B_\infty$ est à l'infini. Les faisceaux issus de A_∞ et de B_∞ ressortent de la lunette en faisceaux de rayons parallèles : l'image finale $A'B'$ est elle aussi à l'infini.

La lunette donne d'un objet à l'infini une image à l'infini : elle est afocale.

COMPRENDRE
C'est la coïncidence de F_1' et F_2 qui rend la lunette afocale. L'œil observe alors l'image sans accommoder, donc sans fatigue.

6 Rappeler la définition du grossissement G de la lunette faisant intervenir α et α'.

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

COMPRENDRE
α est l'angle sous lequel on voit l'objet à l'œil nu, α' celui sous lequel on voit son image dans la lunette. G est un rapport d'angles, sans unité.

7 Montrer que le grossissement de la lunette afocale s'écrit $G = \frac{f_1'}{f_2'}$, avec l'approximation des petits angles.

Dans le triangle $O_1A_1B_1$, rectangle en A_1, avec $O_1A_1 = f_1'$: $\tan\alpha = \frac{A_1B_1}{f_1'}$, donc $\alpha \simeq \frac{A_1B_1}{f_1'}$.

Dans le triangle $O_2A_1B_1$, rectangle en A_1, avec $A_1O_2 = f_2'$: $\tan\alpha' = \frac{A_1B_1}{f_2'}$, donc $\alpha' \simeq \frac{A_1B_1}{f_2'}$.

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{A_1B_1}{f_2'} \times \frac{f_1'}{A_1B_1}$$

$$G = \frac{f_1'}{f_2'}$$

PIÈGE
Citer les deux triangles rectangles et dire que A_1 est confondu avec F_1' et F_2 : sans cela, $O_1A_1 = f_1'$ et $A_1O_2 = f_2'$ ne sont pas justifiés.

8 Exprimer α_{min} en fonction de f'_1, f'_2 et θ_0, puis vérifier que $\alpha_{min} = 5{,}9 \times 10^{-6}$ rad pour cette lunette.

Données utiles $f'_1 = 910$ mm ; $f'_2 = 20$ mm ; $\theta_0 = 2{,}7 \times 10^{-4}$ rad

L'œil regarde l'image sous l'angle α' : il distingue les détails si $\alpha' > \theta_0$.

Or $\alpha' = G\,\alpha = \dfrac{f'_1}{f'_2}\,\alpha$, donc il faut $\alpha > \dfrac{f'_2}{f'_1}\,\theta_0$. La valeur limite est :

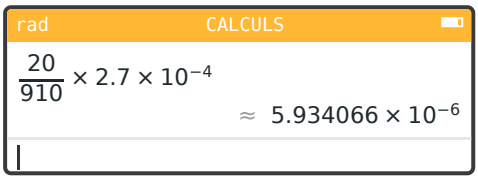
$$\alpha_{min} = \frac{f'_2}{f'_1}\,\theta_0 = \frac{20}{910} \times 2{,}7 \times 10^{-4}$$

$\alpha_{min} = 5{,}9 \times 10^{-6}$ rad, valeur attendue.

PIÈGE
Inverser le rapport. La lunette grossit ($G = 45{,}5$) : elle permet de voir des angles plus petits que θ_0, donc $\alpha_{min} < \theta_0$.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme θ_0 et f'_2. Les deux distances focales sont dans la même unité (mm) : leur rapport n'a pas d'unité, inutile de convertir.

À LA CALCULATRICE



9 Estimer, en km, la distance maximale D entre Mars et la Terre permettant d'observer la calotte polaire Nord.

Données utiles $d \approx 10^3$ km ; $\alpha_{min} = 5{,}9 \times 10^{-6}$ rad (Q8)

Depuis la Terre, la calotte de diamètre d située à la distance D est vue sous l'angle α tel que $\tan\alpha = \dfrac{d}{D}$, soit $\alpha \simeq \dfrac{d}{D}$ (petit angle).

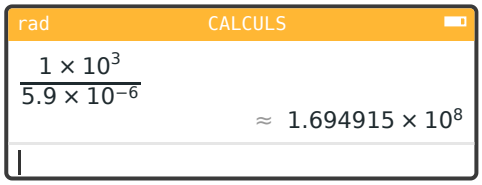
Elle est observable si $\alpha \geqslant \alpha_{min}$, donc si $D \leqslant \dfrac{d}{\alpha_{min}}$:

$$D = \frac{d}{\alpha_{min}} = \frac{10^3}{5{,}9 \times 10^{-6}} = 1{,}7 \times 10^8 \text{ km}$$

$D \approx 1{,}7 \times 10^8$ km (ordre de grandeur : 10^8 km)

COMPRENDRE
d n'est donné qu'en ordre de grandeur : D est une estimation. En gardant d en km et α_{min} en radians, D sort directement en km.

À LA CALCULATRICE



10 La distance Terre-Mars varie entre 0,5 et 2,5 UA. Préciser si l'astronome pourra finalement observer la calotte polaire Nord avec sa lunette.

Données utiles $1\text{ UA} = 1{,}50 \times 10^8$ km ; $D \approx 1{,}7 \times 10^8$ km (Q9)

En unités astronomiques : $D = \dfrac{1{,}7 \times 10^8}{1{,}50 \times 10^8} \approx 1{,}1$ UA.

La distance Terre-Mars varie de 0,5 UA ($7{,}5 \times 10^7$ km) à 2,5 UA ($3{,}8 \times 10^8$ km) : D est comprise entre ces deux valeurs.

La calotte est observable seulement lorsque Mars est à moins de 1,1 UA environ de la Terre ; au-delà, et jusqu'à 2,5 UA, elle ne l'est pas.

PIÈGE
Répondre seulement « oui » ou « non ». La distance varie : il faut comparer D aux deux valeurs extrêmes et conclure sur les périodes favorables.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{1.7 \times 10^8}{1.50 \times 10^8}$ ≈ 1.133333

$0.5 \times 1.50 \times 10^8$ $\approx 7.5 \times 10^7$

$2.5 \times 1.50 \times 10^8$ $\approx 3.75 \times 10^8$

11 Indiquer le sens du transfert thermique qui a lieu au cours du refroidissement de la lunette.

Données utiles $\theta_0 = 19{,}5$ °C ; $\theta_e = 9{,}0$ °C

Un transfert thermique se fait spontanément du corps le plus chaud vers le corps le plus froid. La lunette (19,5 °C au départ) est plus chaude que l'air (9,0 °C).

Le transfert thermique a lieu de la lunette vers l'air extérieur.

12 Énoncer le premier principe de la thermodynamique.

Pour un système fermé, macroscopiquement au repos, la variation d'énergie interne entre deux états est égale à la somme du travail W et du transfert thermique Q échangés avec l'extérieur.

$\Delta U = W + Q$

COMPRENDRE
W et Q sont algébriques : positifs si le système reçoit de l'énergie, négatifs s'il en cède.

13 Montrer que la variation de température $\Delta\theta$ de la lunette sur une petite durée Δt vérifie $C\,\Delta\theta = h\,S\,(\theta_e - \theta)\,\Delta t$ (1).

Système : {lunette}, incompressible et au repos. Il n'échange aucun travail avec l'extérieur : $W = 0$.

Premier principe : $\Delta U = Q$, avec $\Delta U = C\,\Delta\theta$.

Pendant la petite durée Δt, le flux thermique est $\Phi = \dfrac{Q}{\Delta t}$, donc $Q = \Phi\,\Delta t$. Avec la loi de Newton, $\Phi = h\,S\,(\theta_e - \theta)$:

$$Q = h\,S\,(\theta_e - \theta)\,\Delta t$$

$C\,\Delta\theta = h\,S\,(\theta_e - \theta)\,\Delta t$

COMPRENDRE
Ici $\theta > \theta_e$, donc $\Phi < 0$ et $Q < 0$: la lunette cède de l'énergie et $\Delta\theta < 0$. Les signes de la relation (1) sont cohérents avec un refroidissement.

MÉTHODE
Bilan thermique : 1) système ; 2) premier principe avec $W = 0$; 3) $\Delta U = C\,\Delta\theta$; 4) $Q = \Phi\,\Delta t$; 5) loi de Newton pour Φ.

14 En déduire que $\theta(t)$ vérifie $\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} + \dfrac{\theta}{\tau} = \dfrac{\theta_e}{\tau}$ (2), en précisant l'expression du temps caractéristique τ.

On divise la relation (1) par $C\,\Delta t$: $\dfrac{\Delta\theta}{\Delta t} = \dfrac{h\,S}{C}(\theta_e - \theta)$.

Quand Δt tend vers 0, $\dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}$ tend vers la dérivée $\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$:

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} + \frac{h\,S}{C}\theta = \frac{h\,S}{C}\theta_e$$

On retrouve l'équation (2) en posant $\dfrac{1}{\tau} = \dfrac{h\,S}{C}$.

$\tau = \dfrac{C}{h\,S}$

PIÈGE
Ne pas oublier la phrase sur la limite $\Delta t \to 0$: c'est elle qui justifie le passage de $\dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}$ à $\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$.

COMPRENDRE
τ est bien une durée : C en $\mathrm{J \cdot {}^\circ C^{-1}}$ divisé par $h\,S$ en $\mathrm{W \cdot {}^\circ C^{-1}}$ donne des $\mathrm{J \cdot W^{-1}}$, soit des secondes.

15 Indiquer la valeur que devrait avoir la température de la lunette à l'issue du refroidissement. En déduire la valeur de la constante B.

Données utiles $\theta(t) = A\,e^{-t/\tau} + B$; $\theta_e = 9{,}0$ °C ; $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{-x} = 0$

À la fin du refroidissement, la lunette est à l'équilibre thermique avec l'air : sa température vaut $\theta_e = 9{,}0$ °C.

Quand $t \to +\infty$, $e^{-t/\tau} \to 0$, donc $\theta(t) \to B$.

$$B = \theta_e = 9{,}0 \text{ °C}$$

16 Déterminer la valeur de la constante A en fonction de θ_0 et θ_e, en raisonnant sur la température initiale de la lunette.

Données utiles $\theta_0 = 19{,}5$ °C ; $B = \theta_e = 9{,}0$ °C (Q15)

À $t = 0$: $\theta(0) = A\,e^0 + B = A + \theta_e$. Or $\theta(0) = \theta_0$, donc $A = \theta_0 - \theta_e$.

$A = 19{,}5 - 9{,}0 = 10{,}5$ °C

$$A = \theta_0 - \theta_e = 10{,}5 \text{ °C}$$

COMPRENDRE
A est l'écart de température initial entre la lunette et l'air. On retrouve les valeurs fixées dans la simulation : $A = 10{,}5$ °C et $B = 9{,}0$ °C.

17 Discuter qualitativement l'accord du modèle théorique avec les résultats expérimentaux.

Sur les 20 minutes de mesure, la courbe du modèle passe par les points expérimentaux, ou très près d'eux, sans écart systématique.

Le modèle (loi de Newton, $\tau = 1414$ s) est en bon accord avec les mesures sur la durée de l'expérience.

COMPRENDRE
L'accord n'est vérifié que sur 20 minutes, alors que $\tau \approx 24$ min. Utiliser le modèle à $t = 2$ h est une extrapolation : on suppose qu'il reste valable au-delà des mesures.

18 En utilisant le résultat de l'optimisation, vérifier que la lunette peut être considérée comme « à température » à la date $t = 2{,}0$ h.

Données utiles $A = 10{,}5$ °C ; $B = 9{,}0$ °C ; $\tau = 1414$ s ; critère : écart avec l'air inférieur à 1 °C

$t = 2{,}0 \times 3600 = 7{,}2 \times 10^3$ s.

$$\theta(t) = A\,e^{-t/\tau} + B = 10{,}5 \times e^{-\frac{7{,}2\times10^3}{1414}} + 9{,}0 = 9{,}1\ ^\circ\text{C}$$

Écart avec l'air extérieur : $\theta(t) - \theta_e = 10{,}5 \times e^{-\frac{7{,}2\times10^3}{1414}} = 0{,}064$ °C, très inférieur à 1 °C.

$\theta(2{,}0\text{ h}) = 9{,}1$ °C : l'écart avec l'air est inférieur à 1 °C, la lunette est « à température ».

PIÈGE
Laisser t en heures ou en minutes alors que τ est en secondes : l'exposant t/τ doit être sans unité.

COMPRENDRE
Deux heures représentent environ $5\,\tau$: après cette durée, l'écart initial est divisé par plus de 100. Une heure suffirait presque (écart d'environ 0,8 °C).

À LA CALCULATRICE

