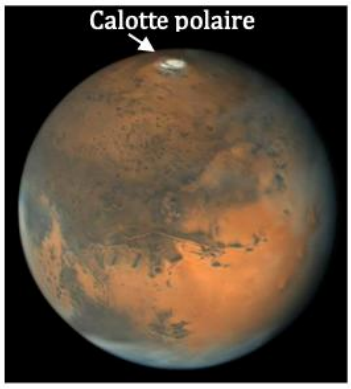
Centres étrangers 1 2022 Jour 1

EXERCICE 1 - LUNETTE ASTRONOMIQUE ET OBSERVATION DE MARS (10 points)

Un astronome amateur vient d'acquérir une lunette astronomique avec l'intention d'observer la calotte polaire Nord de la planète Mars.



Mars le 30/10/2020
https://blogs.futura-sciences.com/

Cette lunette est dotée d'un objectif de distance focale 910 mm et d'un oculaire de distance focale 20 mm.

Les objectifs de cet exercice sont :

- Déterminer la distance maximale Terre-Mars pour pouvoir observer cette calotte polaire à travers la lunette (**Partie A**) ;
- Estimer le temps de mise en température de la lunette pour optimiser les conditions d'observation (**Partie B).**

Les deux parties peuvent être traitées indépendamment.

Partie A - Distance maximale Terre-Mars permettant d'observer la calotte polaire Nord

La lunette astronomique étudiée est afocale. Elle est modélisée sur un banc optique par deux lentilles minces convergentes L_1 et L_2 (**voir figure en ANNEXE à rendre avec la copie**) placées de telle sorte que le foyer image F'_1 de la lentille L_1 coïncide avec le foyer objet F_2 de la lentille L_2.

On cherche à former l'image à travers la lunette d'un objet $A_\infty B_\infty$ situé « à l'infini ». Le point A_∞ est sur l'axe optique, le point B_∞ est hors axe optique.

- Les rayons issus de A_∞ arrivent sur la lunette parallèlement à l'axe optique.
- Les rayons issus de B_∞ arrivent sur la lunette parallèles entre eux, avec une inclinaison α par rapport à l'axe optique.

L'angle α est l'angle sous lequel est vu l'objet $A_\infty B_\infty$ à l'œil nu. L'angle α est donc l'angle entre les rayons issus de A_∞ et les rayons issus de B_∞. On note α' l'angle sous lequel on voit l'image A'B' de l'objet $A_\infty B_\infty$ à travers la lunette.

Données :

✓ Pouvoir séparateur de l'œil humain : pour pouvoir distinguer deux points A et B, l'angle θ sous lequel un œil humain les observe doit être supérieur à l'angle $\theta_0 = 2{,}7 \times 10^{-4}$ rad (voir figure ci-dessous).



✓ Pour un angle θ petit, $\tan\theta \simeq \theta$, où l'angle θ est exprimé en radians.

✓ Une lunette est dite « afocale » si elle forme une image à l'infini d'un objet situé à l'infini.

✓ L'unité astronomique (UA) est une unité de distance qui correspond à la distance moyenne Soleil-Terre. 1 UA = 150 millions de km soit $1{,}50 \times 10^{11}$ m.

✓ Distance moyenne Soleil-Mars : 1,5 UA.

La lunette modélisée

1. Compléter les cadres 1 et 2 sur le schéma, **en ANNEXE à rendre avec la copie**, en indiquant les noms spécifiques donnés aux lentilles L_1 et L_2.

2. Sur le schéma, **en ANNEXE à rendre avec la copie**, représenter le faisceau émergent issu du point A_∞ délimité par les rayons 1 et 2 et traversant la lunette.

3. Sur le schéma, **en ANNEXE à rendre avec la copie**, représenter de même le faisceau émergent issu du point B_∞ délimité par les rayons 3 et 4 et traversant la lunette.

4. Sur le schéma, **en ANNEXE à rendre avec la copie**, faire apparaître l'angle α' sous lequel est vue l'image de l'objet à l'infini à travers la lunette ainsi que l'image intermédiaire A_1B_1 (c'est-à-dire l'image de $A_\infty B_\infty$ à travers la lentille L_1).

5. Justifier le terme « afocal » pour caractériser cette lunette.

Visibilité de la calotte polaire

6. Rappeler la définition du grossissement G de la lunette faisant intervenir α et α'.

7. Montrer que le grossissement de la lunette afocale peut se mettre sous la forme :

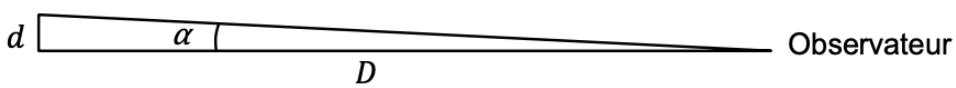
$$G = \frac{f'_1}{f'_2}$$

où f_1' est la distance focale de la lentille L_1 et f_2' est la distance focale de la lentille L_2. On utilisera l'approximation des petits angles pour les angles α et α'.

On note α_{min} la valeur minimale que doit avoir l'angle α pour que l'objet soit observable par un œil humain à l'aide de cette lunette.

8. Déterminer l'expression de α_{min} en fonction f_1', f_2' et θ_0. Vérifier que, pour la lunette de l'astronome amateur, $\alpha_{min} = 5{,}9 \times 10^{-6}$ rad.

9. Sachant que la taille de la calotte polaire Nord de Mars a un diamètre d d'environ 10^3 km, donner une estimation, en km, de la distance maximale D entre Mars et la Terre permettant d'observer cette calotte polaire.



La distance Terre-Mars n'est pas constante. Elle varie au cours du temps entre 0,5 et 2,5 unités astronomiques (UA).

10. Compte tenu de la valeur de D trouvée à la question **9**, préciser si l'astronome amateur pourra finalement observer la calotte polaire Nord de Mars avec sa lunette.

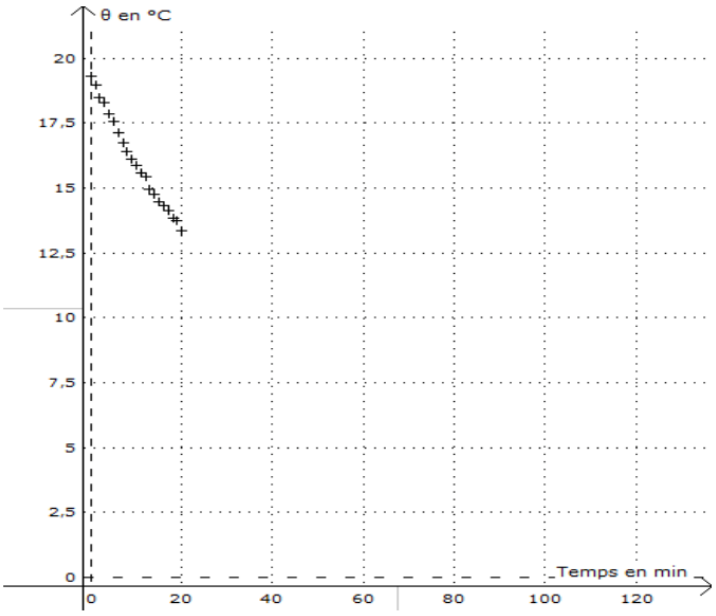
Partie B - Mise en température avant observation

Lors d'une observation astronomique, l'un des problèmes auxquels sont confrontés les astronomes est la turbulence de l'air. Elle apparaît lorsque l'air n'est plus un milieu homogène. La lumière ne se propage alors plus tout-à-fait en ligne droite et l'image de ce que l'on observe est déformée. La turbulence peut avoir plusieurs origines. L'une d'elles est la turbulence instrumentale, qui se produit lorsque l'instrument d'optique utilisé et l'air environnant ne sont pas à la même température. Il est ainsi conseillé de mettre l'instrument « en température », c'est-à-dire de le sortir suffisamment à l'avance sur le site d'observation afin que sa température s'écarte de moins de 1°C de la température de l'air extérieur.

L'astronome cherche à savoir si une durée de deux heures pour la mise en température de son instrument est suffisante pour limiter la turbulence instrumentale.

Pour cela, à l'instant t = 0, il met la lunette en contact avec l'air extérieur et mesure sa température pendant 20 minutes à intervalles de temps réguliers. Les résultats sont représentés sur le graphique ci-contre.

Il utilise ensuite une modélisation théorique afin de prédire l'évolution de la température sur des durées plus longues.



Loi de Newton

Le flux thermique Φ entre un système à la température θ et un thermostat à la température θ_e est proportionnel à la différence de température ($\theta_e - \theta$).

$$\Phi = hS(\theta_e - \theta)$$

Φ : flux thermique (W)
h : coefficient d'échange thermique ($W \cdot m^{-2} \cdot °C^{-1}$)
S : aire de la surface d'échange entre le corps et le thermostat (m^2)
θ : température du corps (°C)
θ_e: température du thermostat (°C)

Cette loi modélise correctement les échanges dominés principalement par la convection.

Données :

- Température initiale de la lunette : θ_0 = 19,5 °C à la date t = 0.
- Température extérieure, supposée constante : θe = 9,0 °C.
- Lorsque un système incompressible au repos subit une variation de température $\Delta\theta$, sa variation d'énergie interne est donnée par la relation $\Delta U = C\ \Delta\theta$ (C étant sa capacité thermique).
- Rappel mathématique : $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{-x} = 0$

Modélisation théorique

Le système étudié est la lunette astronomique. Il est en contact avec l'air extérieur qui joue le rôle de thermostat.
On considère qu'à chaque instant de date t les différents constituants de la lunette sont à la même température $\theta(t)$.
La modélisation utilisée s'appuie sur la loi de Newton (Cf. encadré ci-dessus).

11. Indiquer le sens du transfert thermique qui a lieu au cours du refroidissement de la lunette.

12. Énoncer le premier principe de la thermodynamique.

13. Montrer que la variation de la température $\Delta\theta$ de la lunette sur une petite durée Δt vérifie la relation :

$$C\,\Delta\theta = h\,S\,(\theta e - \theta)\Delta t \qquad (1)$$

C étant la capacité thermique de la lunette.

14. En déduire que la température $\theta(t)$ de la lunette vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{\theta(t)}{\tau} = \frac{\theta_e}{\tau} \qquad (2)$$

où τ est le temps caractéristique du refroidissement, dont on précisera l'expression.

La solution de l'équation différentielle (2) est de la forme :

$$\theta(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B \qquad \text{avec } A \text{ et } B \text{ deux constantes}$$

15. Indiquer la valeur que devrait avoir la température de la lunette à l'issue du refroidissement. En déduire la valeur de la constante B.

16. Déterminer la valeur de la constante A, en fonction de θ_0 et θe, en raisonnant sur la valeur de la température initiale de la lunette.

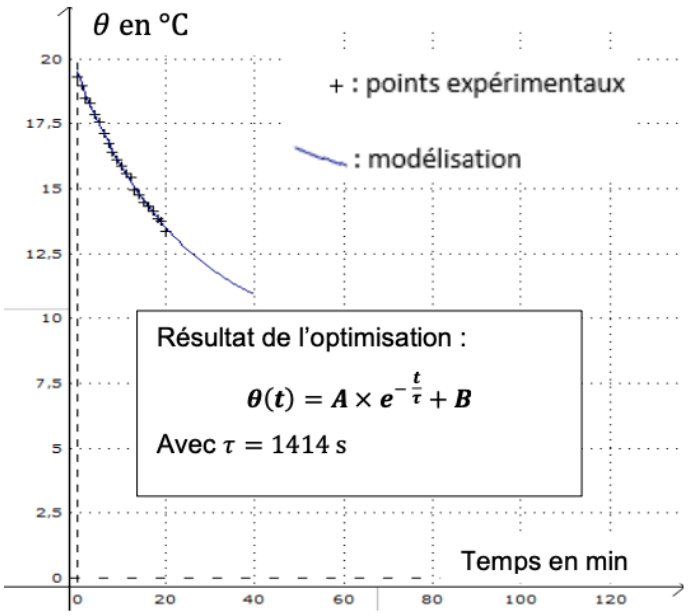
Simulation

La solution de l'équation différentielle a été utilisée pour réaliser un tracé sur la base des points expérimentaux, en laissant comme paramètre libre τ.

Les valeurs de A et B ont été fixées respectivement à 10,5 °C et 9,0 °C.

Le résultat est optimisé pour une valeur de τ = 1414 s (Voir graphique ci-contre).

Sur le graphique ci-contre, les points expérimentaux sont représentés par des '+' et le modèle théorique optimisé est représenté par la courbe en trait plein.



17. Discuter qualitativement l'accord du modèle théorique avec les résultats expérimentaux.

18. En utilisant le résultat de l'optimisation, vérifier que la lunette peut être considérée comme « à température » à la date t = 2,0 h

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

Exercice I - Partie A

