Corrigé complet — Bac 2022 Centres étrangers 2 Jour 1

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Fermentation de la pâte à pizza napolitaine** Vitesse volumique moyenne · Loi de vitesse d'ordre 1 · Constante d'acidité et pH · Diagramme de prédominance · Spectroscopie infrarouge · Préparation d'une solution par dissolution	10 pts	1 h 45	22 questions	p. 2
Ex 2	**Observation d'un satellite** Deuxième loi de Newton · Repère de Frenet · Mouvement circulaire uniforme · Période de révolution · Lunette astronomique afocale · Diamètre apparent et grossissement	5 pts	53 min	9 questions	p. 10
Ex 3	**Une table de tennis de table connectée** Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme · Deuxième loi de Newton · Équations horaires · Proportionnalité et exploitation d'un graphique · Lecture d'un programme Python	5 pts	53 min	9 questions	p. 14
Ex 4	**Rafraîchir une boisson** Premier principe de la thermodynamique · Variation d'énergie interne · Flux thermique · Loi de Newton de la thermique · Temps caractéristique	5 pts	53 min	8 questions	p. 18

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Fermentation de la pâte à pizza napolitaine

Bac 2022 Centres étrangers 2 Jour 1 · Exercice 1 **10 points** **Durée conseillée 1 h 45**

1.1 Vérifier qualitativement que les trois évolutions temporelles sont cohérentes avec l'équation (1) de la fermentation.

Dans l'équation (1), le glucose est le réactif : sa quantité doit diminuer. L'éthanol et le dioxyde de carbone sont les produits : leurs quantités, nulles au départ, doivent augmenter.

Sur les graphiques, en 180 min, le glucose passe d'environ 37 mmol à 5 mmol, tandis que l'éthanol et le dioxyde de carbone partent de 0 et atteignent environ 115 mmol et 56 mmol.

Les sens d'évolution observés sont ceux prévus par l'équation (1) : c'est cohérent.

COMPRENDRE

« Qualitativement » : on compare des sens de variation, sans calcul. L'équation prévoit autant de CO_2 que d'éthanol ; on en mesure deux fois moins : le modèle reste une simplification.

1.2 La hauteur de la pâte augmente au cours du temps. Identifier l'espèce chimique responsable.

Parmi les produits de la réaction (1), seul le dioxyde de carbone est gazeux. Le gaz formé reste emprisonné dans la pâte sous forme de bulles, ce qui augmente son volume.

L'espèce responsable est le dioxyde de carbone $CO_2\,(g)$.

1.3 Le volume du milieu est supposé constant. Déterminer la vitesse volumique moyenne d'apparition de l'éthanol sur 3 h, puis la vitesse volumique moyenne de disparition du glucose sur la même durée.

Données utiles $V = 1$ L ; $\Delta t = 3$ h $= 180$ min ; lectures graphiques : $n(\text{éthanol})$ de 0 à 115 mmol, $n(\text{glucose})$ de 37 mmol à 5 mmol

Vitesse volumique moyenne d'apparition de l'éthanol entre $t = 0$ et $t = 180$ min :

$$v_{app} = \frac{1}{V} \times \frac{\Delta n(\text{éthanol})}{\Delta t} = \frac{1}{1} \times \frac{115 - 0}{180} = 0{,}64 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

Vitesse volumique moyenne de disparition du glucose (grandeur positive, d'où le signe moins) :

$$v_{disp} = -\frac{1}{V} \times \frac{\Delta n(\text{glucose})}{\Delta t} = -\frac{1}{1} \times \frac{5 - 37}{180} = 0{,}18 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

$v_{app}(\text{éthanol}) \approx 0{,}64$ mmol $\cdot$ L^{-1} $\cdot$ min^{-1} et $v_{disp}(\text{glucose}) \approx 0{,}18$ mmol $\cdot$ L^{-1} $\cdot$ min^{-1}

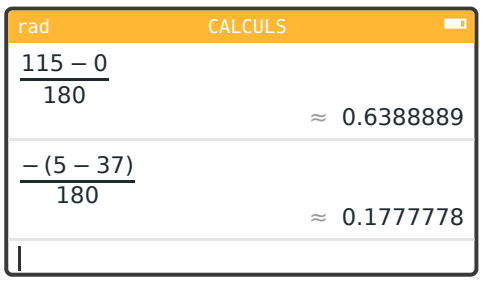
PIÈGE

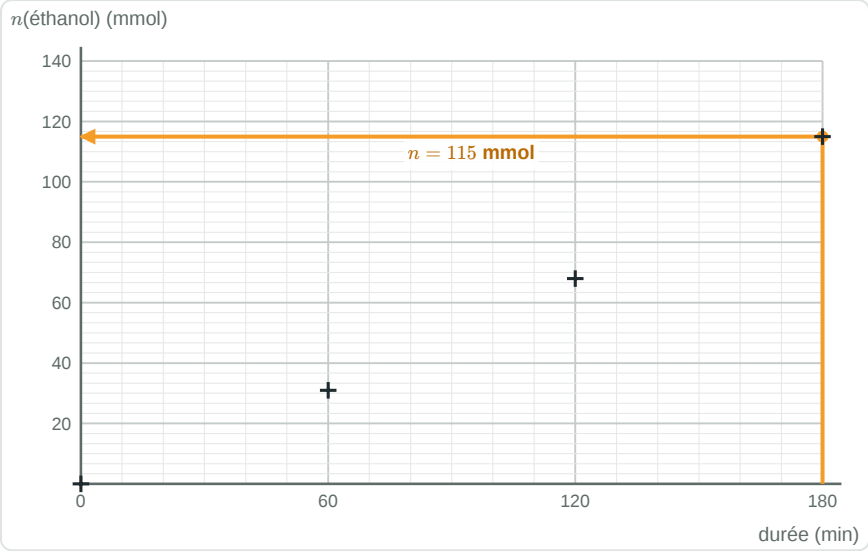
Oublier le signe moins pour le réactif : une vitesse de disparition est positive. Garder la même unité de temps pour les deux vitesses, sinon le rapport demandé ensuite est faux.

COMPRENDRE

Une lecture graphique donne au mieux deux chiffres significatifs : on en garde deux. Selon la lecture (ou si l'on trace une droite moyenne), on peut trouver des valeurs voisines, par exemple 0,60 et 0,20.

À LA CALCULATRICE





1.3 · Quantité d'éthanol : lecture à 180 min

1.4 Calculer le rapport de ces deux vitesses et dire s'il est cohérent avec la modélisation proposée.

Données utiles $\Delta n(\text{éthanol}) = 115$ mmol et $|\Delta n(\text{glucose})| = 32$ mmol en 180 min (1.3)

$$\frac{v_{app}(\text{éthanol})}{v_{disp}(\text{glucose})} = \frac{115}{32} \approx 3{,}6$$

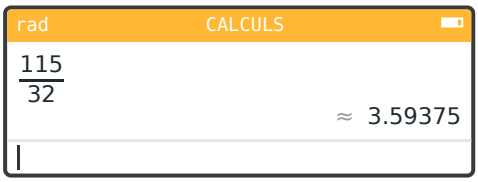
D'après l'équation (1), une mole de glucose consommée donne deux moles d'éthanol : l'éthanol devrait apparaître deux fois plus vite que le glucose ne disparaît, soit un rapport égal à 2.

Rapport $\approx 3{,}6$ au lieu de 2 : ce n'est pas cohérent avec la seule équation (1).

MÉTHODE

Les vitesses d'apparition et de disparition sont dans le rapport des nombres stœchiométriques : ici $v_{app}(\text{éthanol}) = 2\,v_{disp}(\text{glucose})$ si la réaction (1) est seule en jeu.

À LA CALCULATRICE



1.5 La vitesse de disparition du glucose est-elle plus élevée ou plus faible que celle attendue ? Proposer une explication liée à la composition de la pâte.

Données utiles $v_{app}(\text{éthanol}) = 0{,}64$ mmol · L^{-1} · min^{-1} et $v_{disp}(\text{glucose}) = 0{,}18$ mmol · L^{-1} · min^{-1} (1.3)

Avec l'équation (1), on attendrait $v_{disp}(\text{glucose}) = \frac{v_{app}(\text{éthanol})}{2} = \frac{0{,}64}{2} = 0{,}32$ mmol · L^{-1} · min^{-1}. La valeur mesurée, $0{,}18$ mmol · L^{-1} · min^{-1}, est plus petite.

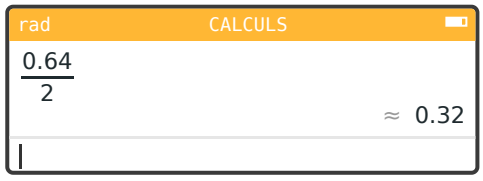
La pâte contient d'autres sucres que le glucose (saccharose, maltose) que la levure dégrade aussi : une partie de l'éthanol vient de ces sucres, sans consommer le glucose suivi sur le graphique.

Le glucose disparaît moins vite qu'attendu, car l'éthanol provient aussi des autres sucres de la pâte.

COMPRENDRE

Autre lecture possible du même constat : la dégradation de ces sucres peut aussi libérer du glucose, ce qui compense en partie celui qui est consommé.

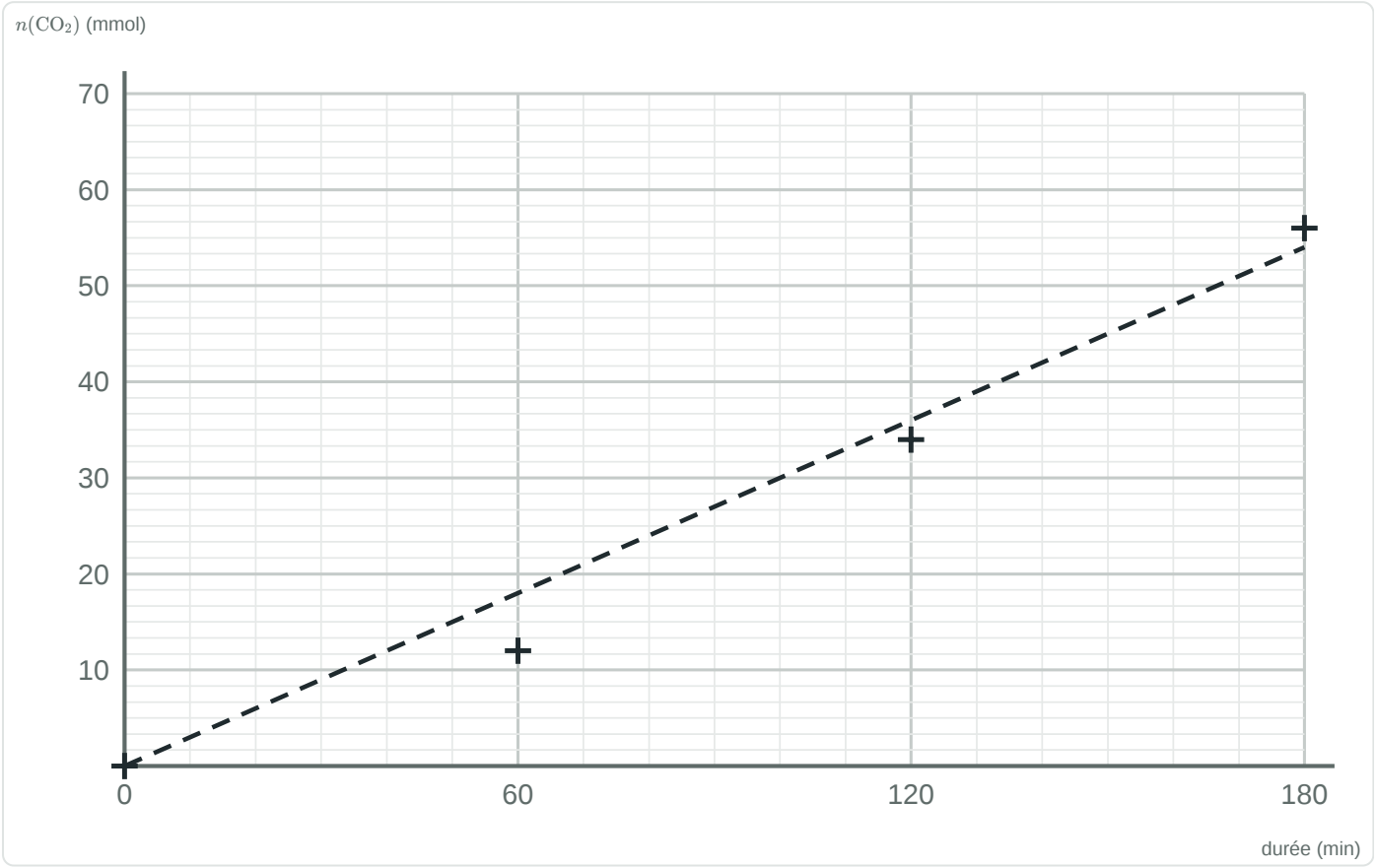
À LA CALCULATRICE



1.6.1 Parmi les deux modèles d'évolution de la quantité de dioxyde de carbone (évolution 1, évolution 2), indiquer celui qui représente le mieux les résultats expérimentaux.

Les points expérimentaux du dioxyde de carbone, (0 ; 0), (60 ; 12), (120 ; 34) et (180 ; 56), sont à peu près alignés sur une droite passant par l'origine : la quantité augmente régulièrement, sans ralentir en fin d'expérience.

C'est l'évolution 2 (droite) qui modélise le mieux les mesures.



1.6.1 · Points expérimentaux du dioxyde de carbone et droite passant par l'origine

1.6.2 Dans le cadre du modèle choisi, dire en justifiant si la vitesse d'apparition du dioxyde de carbone est constante ou non pendant l'expérience.

La vitesse volumique d'apparition est $v_{app}(CO_2) = \frac{1}{V} \times \frac{dn(CO_2)}{dt}$: elle est proportionnelle au coefficient directeur de la tangente à la courbe $n(CO_2) = f(t)$.

Pour l'évolution 2, la courbe est une droite : ce coefficient directeur est le même à chaque instant.

La vitesse d'apparition du dioxyde de carbone est constante pendant toute l'expérience.

1.6.3 À partir de la définition d'une loi de vitesse d'ordre 1, expliquer qualitativement comment varie au cours du temps la vitesse d'apparition d'une espèce qui suit cette loi.

Une réaction suit une loi de vitesse d'ordre 1 par rapport à un réactif A si sa vitesse volumique est proportionnelle à la concentration de ce réactif : $v = k\,[\mathrm{A}]$, avec k constante.

Le réactif est consommé : $[\mathrm{A}]$ diminue au cours du temps, donc v diminue aussi. La vitesse d'apparition du produit, proportionnelle à v, suit la même évolution.

La vitesse d'apparition est maximale au début, puis diminue et tend vers zéro.

PIÈGE
Ordre 1 ne veut pas dire « vitesse constante ». C'est le rapport $\frac{v}{[\mathrm{A}]}$ qui est constant, pas la vitesse.

1.6.4 En raisonnant sur le coefficient directeur des tangentes aux courbes, expliquer laquelle des deux évolutions peut modéliser une loi de vitesse d'ordre 1.

La vitesse d'apparition à un instant donné est proportionnelle au coefficient directeur de la tangente à la courbe à cet instant.

- Évolution 1 : la tangente est très inclinée à $t = 0$, puis de moins en moins ; elle est presque horizontale vers 180 min. La vitesse diminue au cours du temps.
- Évolution 2 : la tangente est confondue avec la droite, son coefficient directeur ne change pas. La vitesse est constante.

Seule l'évolution 1 peut correspondre à une loi de vitesse d'ordre 1.

1.6.5 En déduire si la production de dioxyde de carbone dans la pâte suit une loi de vitesse d'ordre 1.

Les mesures sont décrites par l'évolution 2 (1.6.1), pour laquelle la vitesse d'apparition est constante (1.6.2). Or une loi d'ordre 1 impose une vitesse qui décroît (1.6.3), comme pour l'évolution 1 (1.6.4).

La production de dioxyde de carbone dans la pâte ne suit pas une loi de vitesse d'ordre 1.

2.1 Donner la relation entre le pH d'une solution et la concentration en ions oxonium, puis expliquer qualitativement pourquoi la production de dioxyde de carbone dans la pâte peut faire baisser le pH.

$\mathrm{pH} = -\log\left(\frac{[\mathrm{H_3O^+}]}{c^\circ}\right)$ avec $c^\circ = 1\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$, soit $[\mathrm{H_3O^+}] = c^\circ \times 10^{-\mathrm{pH}}$.

Le dioxyde de carbone produit se dissout dans l'eau de la pâte. Sous cette forme solvatée, c'est un acide : d'après l'équation (2), il réagit avec l'eau en formant des ions $\mathrm{H_3O^+}$.

$\mathrm{pH} = -\log\left(\frac{[\mathrm{H_3O^+}]}{c^\circ}\right)$; plus il se forme de $\mathrm{CO_2}$, plus $[\mathrm{H_3O^+}]$ augmente, donc plus le pH diminue.

COMPRENDRE
La fonction logarithme est croissante et la formule porte un signe moins : pH et $[\mathrm{H_3O^+}]$ varient en sens inverses.

2.2 Donner, à l'équilibre, la relation entre le quotient de réaction et la constante d'équilibre. Exprimer cette constante en fonction des concentrations à l'équilibre.

À l'équilibre, le quotient de réaction est égal à la constante d'équilibre : $Q_{r,\text{éq}} = K$.

Pour la réaction (2), dont la constante d'équilibre est la constante d'acidité K_A du couple :

$$K = K_A = \frac{[\text{HCO}_3^-]_{\text{éq}} \times [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{CO}_2, \text{H}_2\text{O}]_{\text{éq}} \times c^\circ}$$

PIÈGE
L'eau est le solvant : elle n'apparaît pas dans l'expression. Les produits sont au numérateur, le réactif au dénominateur.

2.3 Justifier que les concentrations en ions H_3O^+ et HCO_3^- sont égales à l'équilibre.

La solution est préparée en apportant seulement du dioxyde de carbone solvaté dans l'eau : les ions HCO_3^- et H_3O^+ proviennent tous de la réaction (2), en négligeant les ions H_3O^+ dus à l'autoprotolyse de l'eau.

D'après l'équation (2), il se forme un ion H_3O^+ pour chaque ion HCO_3^- : les quantités formées sont égales, dans le même volume V.

$$[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = [\text{HCO}_3^-]_{\text{éq}}$$

MÉTHODE
Un tableau d'avancement donne le même résultat : à l'équilibre, $n(\text{HCO}_3^-) = n(\text{H}_3\text{O}^+) = x_{\text{éq}}$, donc les deux concentrations valent $\frac{x_{\text{éq}}}{V}$.

2.4 À l'aide de l'expression de la constante d'équilibre, déterminer la concentration en dioxyde de carbone solvaté à l'équilibre. Commenter.

Données utiles $\text{pH} = 5{,}8$; $\text{p}K_A = 6{,}37$; $c = 7{,}0 \times 10^{-6}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $c^\circ = 1\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

Avec $[\text{HCO}_3^-]_{\text{éq}} = [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = c^\circ \times 10^{-\text{pH}}$ (2.3) et $K_A = 10^{-\text{p}K_A}$:

$$K_A = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}^2}{[\text{CO}_2, \text{H}_2\text{O}]_{\text{éq}} \times c^\circ}$$

donc

$$[\text{CO}_2, \text{H}_2\text{O}]_{\text{éq}} = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}^2}{K_A \times c^\circ} = c^\circ \times 10^{\text{p}K_A - 2\,\text{pH}}$$

$$[\text{CO}_2, \text{H}_2\text{O}]_{\text{éq}} = 1 \times 10^{6{,}37 - 2\times 5{,}8} = 10^{-5{,}23} = 5{,}9 \times 10^{-6}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

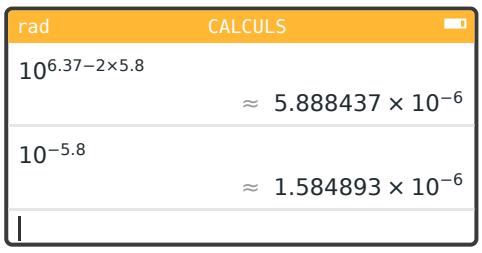
Commentaire : cette valeur est un peu inférieure à la concentration apportée $c = 7{,}0 \times 10^{-6}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$. La plus grande partie du dioxyde de carbone solvaté n'a pas réagi avec l'eau : la transformation est limitée, c'est un acide faible.

$[\text{CO}_2, \text{H}_2\text{O}]_{\text{éq}} \approx 5{,}9 \times 10^{-6}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$, proche de c mais plus petite.

PIÈGE
Oublier le carré : les deux ions ont la même concentration, le numérateur vaut $[\text{H}_3\text{O}^+]^2$, d'où $10^{-2\,\text{pH}}$.

COMPRENDRE
Contrôle : $[\text{CO}_2, \text{H}_2\text{O}]_{\text{éq}} + [\text{HCO}_3^-]_{\text{éq}} = 5{,}9 \times 10^{-6} + 1{,}6 \times 10^{-6} = 7{,}5 \times 10^{-6}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$, voisin de c. L'écart vient du pH, connu à 0,1 près.

À LA CALCULATRICE



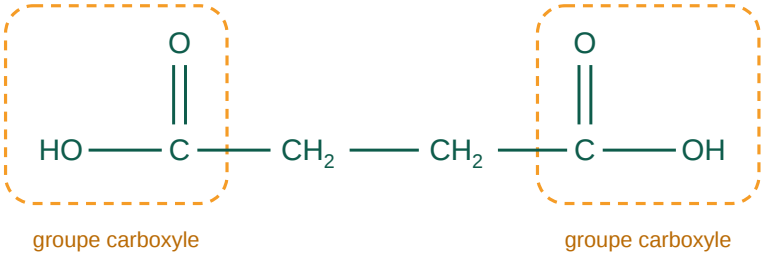
3.1 Représenter la formule semi-développée de l'acide succinique et justifier le terme « diacide ».

Formule semi-développée : $\text{HOOC}-\text{CH}_2-\text{CH}_2-\text{COOH}$ (les deux groupes carboxyle sont détaillés sur la figure).

La molécule porte deux groupes carboxyle $-\text{COOH}$. Chacun peut céder un ion H^+ : la molécule peut donc céder deux ions H^+ successivement, ce qui correspond aux deux $\text{p}K_A$ donnés.

$\text{HOOC}-\text{CH}_2-\text{CH}_2-\text{COOH}$: deux groupes carboxyle, donc deux H^+ cessibles, c'est un diacide.

PIÈGE
Dans une formule semi-développée, seules les liaisons avec les atomes d'hydrogène ne sont pas dessinées. Vérifier la formule brute : on doit retrouver $\text{C}_4\text{H}_6\text{O}_4$.



3.1 · Formule semi-développée de l'acide succinique : deux groupes carboxyle

3.2 Choisir, en justifiant, le nom officiel de l'acide succinique parmi : ① éthanoate d'éthyle, ② acide hexanoïque, ③ acide butanedioïque, ④ acide éthanedioïque.

La chaîne carbonée compte quatre atomes de carbone, atomes des groupes carboxyle compris : racine « butan- ». Elle porte deux fonctions acide carboxylique, une à chaque extrémité : terminaison « -dioïque », précédée du mot « acide ».

Les autres noms ne conviennent pas : ① est un ester, ② a six carbones et une seule fonction acide, ④ n'a que deux carbones.

Proposition ③ : acide butanedioïque.

3.3 Montrer que le spectre infrarouge fourni est cohérent avec l'acide succinique.

Données utiles $\mathrm{O-H}$ acide carboxylique : 2500 – 3200 $\mathrm{cm^{-1}}$, bande large ; $\mathrm{C=O}$ acide : 1700 – 1725 $\mathrm{cm^{-1}}$, bande forte ; $\mathrm{O-H}$ alcool : 3200 – 3400 $\mathrm{cm^{-1}}$

Sur le spectre, on repère :

- une bande large et intense qui s'étend d'environ 2500 à 3200 $\mathrm{cm^{-1}}$: liaison $\mathrm{O-H}$ d'un acide carboxylique ;
- une bande intense vers 1700 $\mathrm{cm^{-1}}$: liaison $\mathrm{C=O}$ d'un acide carboxylique.

Il n'y a pas de bande d'absorption entre 3200 et 3400 $\mathrm{cm^{-1}}$: pas de groupe hydroxyle d'alcool.

Le spectre montre les liaisons $\mathrm{O-H}$ et $\mathrm{C=O}$ du groupe carboxyle, seul groupe caractéristique de l'acide succinique : il est cohérent.

MÉTHODE
Associer chaque bande à une liaison en citant son nombre d'onde, puis vérifier qu'aucune bande n'indique un groupe absent de la molécule.

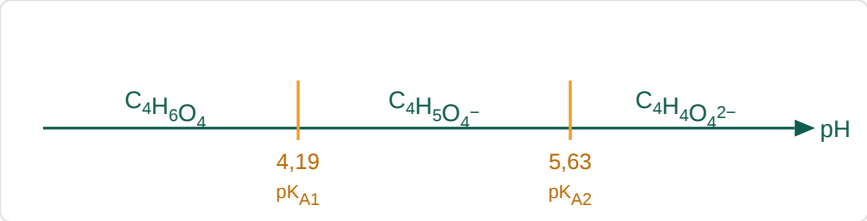
3.4 Établir le diagramme de prédominance des espèces acide-base issues de l'acide succinique qui peuvent être présentes dans la pâte.

Données utiles $\mathrm{p}K_{A1}(\mathrm{C_4H_6O_4/C_4H_5O_4^-}) = 4{,}19$; $\mathrm{p}K_{A2}(\mathrm{C_4H_5O_4^-/C_4H_4O_4^{2-}}) = 5{,}63$

Pour un couple acide/base, l'acide prédomine si $\mathrm{pH} < \mathrm{p}K_A$ et la base si $\mathrm{pH} > \mathrm{p}K_A$. On applique cette règle aux deux couples, sur un même axe gradué en pH (voir la figure).

$\mathrm{C_4H_6O_4}$ prédomine pour $\mathrm{pH} < 4{,}19$; $\mathrm{C_4H_5O_4^-}$ pour $4{,}19 < \mathrm{pH} < 5{,}63$; $\mathrm{C_4H_4O_4^{2-}}$ pour $\mathrm{pH} > 5{,}63$.

COMPRENDRE
Le pH de la pâte passe de 6,0 à 4,8 : l'espèce prédominante est d'abord $\mathrm{C_4H_4O_4^{2-}}$, puis $\mathrm{C_4H_5O_4^-}$ à la fin de la levée.



3.4 · Diagramme de prédominance des espèces issues de l'acide succinique

3.5 L'une de ces espèces est amphotère. L'identifier et justifier.

L'ion $C_4H_5O_4^-$ est la base du couple $C_4H_6O_4/C_4H_5O_4^-$: il peut capter un ion H^+. Il est aussi l'acide du couple $C_4H_5O_4^-/C_4H_4O_4^{2-}$: il peut céder un ion H^+.

L'espèce amphotère est $C_4H_5O_4^-$: elle est à la fois un acide et une base.

3.6 Déterminer la masse d'acide succinique à prélever pour préparer la solution par dissolution.

Données utiles $V = 50{,}0$ mL ; $c = 0{,}031\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $M = 118{,}0\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

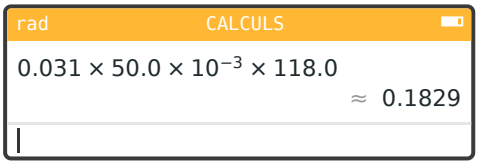
Quantité de matière à dissoudre : $n = c \times V$. Masse correspondante : $m = n \times M$, donc

$$m = c \times V \times M = 0{,}031 \times 50{,}0 \times 10^{-3} \times 118{,}0 = 0{,}18\ \text{g}$$

$m \approx 0{,}18$ g

PIÈGE
Laisser le volume en millilitres : il faut $V = 50{,}0 \times 10^{-3}$ L. Deux chiffres significatifs seulement, comme la concentration.

À LA CALCULATRICE



3.7 Écrire un protocole succinct pour préparer cette solution, en précisant le matériel et les étapes.

Données utiles $m = 0{,}18$ g (3.6)

Matériel : balance de précision, coupelle de pesée, spatule, entonnoir, fiole jaugée de 50,0 mL avec bouchon, pissette d'eau distillée.

- Poser la coupelle sur la balance, tarer, puis peser 0,18 g d'acide succinique solide avec la spatule.
- Verser le solide dans la fiole jaugée à l'aide de l'entonnoir ; rincer la coupelle et l'entonnoir à l'eau distillée en récupérant l'eau de rinçage dans la fiole.
- Remplir la fiole aux trois quarts d'eau distillée, boucher et agiter jusqu'à dissolution complète du solide.
- Compléter avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge, boucher et homogénéiser en retournant la fiole.

Pesée de 0,18 g, dissolution dans une fiole jaugée de 50,0 mL, ajustement au trait de jauge, homogénéisation.

PIÈGE
Ajuster au trait de jauge avant la fin de la dissolution, ou oublier de récupérer les eaux de rinçage : la concentration obtenue n'est plus celle voulue.

3.8 Expliquer pourquoi l'hypothèse d'un lien entre l'acidification de la pâte et la production d'acide succinique semble plausible.

Données utiles pH final de la pâte : environ 4,8 ; solution d'acide succinique : $\mathrm{pH} = 5{,}0$; solution de dioxyde de carbone : $\mathrm{pH} = 5{,}8$

Chaque solution test reproduit la concentration de l'acide dans la pâte en fin de levée. Celle de dioxyde de carbone a un pH de 5,8, nettement plus élevé que le pH final de la pâte (4,8) : le dioxyde de carbone seul n'explique pas l'acidification observée.

Celle d'acide succinique a un pH de 5,0, très proche de 4,8.

L'acide succinique suffit presque à amener le pH à la valeur mesurée dans la pâte : l'hypothèse est plausible.

COMPRENDRE

Une unité de pH en moins correspond à dix fois plus d'ions $\mathrm{H_3O^+}$: entre 5,8 et 4,8, l'écart est donc important.

Observation d'un satellite

Bac 2022 Centres étrangers 2 Jour 1 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

1 Justifier à l'aide de la deuxième loi de Newton que le mouvement du satellite est uniforme.

Système {satellite}, de masse m constante ; référentiel géocentrique supposé galiléen ; seule force : l'attraction gravitationnelle de la Terre, dirigée de S vers O.

Deuxième loi de Newton : $\overrightarrow{F}_{T/S} = m\,\vec{a}$, soit $\dfrac{G\,m\,M_T}{(R_T+h)^2}\,\vec{u}_n = m\,\vec{a}$, donc

$$\vec{a} = \frac{G\,M_T}{(R_T+h)^2}\,\vec{u}_n + 0\,\vec{u}_t$$

Or, pour un mouvement circulaire de rayon R_T+h, dans le repère de Frenet : $\vec{a} = \dfrac{v_S^2}{R_T+h}\,\vec{u}_n + \dfrac{\mathrm{d}v_S}{\mathrm{d}t}\,\vec{u}_t$.

Par identification selon $\vec{u}_t$:

$\dfrac{\mathrm{d}v_S}{\mathrm{d}t} = 0$: la valeur de la vitesse est constante, le mouvement circulaire est **uniforme**.

PIÈGE
Écrire que $\vec{a}$ est constant : sa direction change sans cesse. C'est la composante tangentielle nulle de l'accélération qui prouve que la valeur de la vitesse ne varie pas.

MÉTHODE
Orbite circulaire : 1) système, référentiel, force ; 2) deuxième loi de Newton ; 3) accélération dans le repère de Frenet ; 4) identification. Selon $\vec{u}_t$ on obtient l'uniformité, selon $\vec{u}_n$ la vitesse (question 3).

2 Définir puis exprimer la période de révolution T en fonction de la vitesse v_S du satellite, du rayon terrestre R_T et de l'altitude h.

La période de révolution T est la durée mise par le satellite pour effectuer un tour complet de son orbite.

L'orbite est un cercle de rayon R_T+h, de longueur $2\pi\,(R_T+h)$, parcouru à la vitesse constante v_S : $v_S = \dfrac{2\pi\,(R_T+h)}{T}$.

$$T = \frac{2\pi\,(R_T+h)}{v_S}$$

PIÈGE
Prendre h comme rayon de l'orbite. Le centre du cercle est le centre O de la Terre : le rayon vaut R_T+h.

3 À l'aide de la deuxième loi de Newton, exprimer R_T+h en fonction de G, M_T et v_S.

On identifie cette fois les deux expressions de $\vec{a}$ (question 1) selon $\vec{u}_n$:

$$\frac{v_S^2}{R_T+h} = \frac{G\,M_T}{(R_T+h)^2}$$

En multipliant par $(R_T+h)^2$: $v_S^2\,(R_T+h) = G\,M_T$.

$$R_T+h = \frac{G\,M_T}{v_S^2}$$

COMPRENDRE
La masse m du satellite a disparu dès la question 1 : tous les satellites qui ont la même vitesse sont à la même altitude, qu'ils pèsent 227 ou 260 kg.

4 Calculer l'altitude h du satellite. Commenter.

Données utiles $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$; $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg ; $R_T = 6\,400$ km ; $v_S = 2{,}73 \times 10^4\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$

Conversion : $v_S = \dfrac{2{,}73 \times 10^4}{3{,}6} = 7{,}58 \times 10^3\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $R_T = 6{,}400 \times 10^6$ m.

D'après la question 3 : $h = \dfrac{G\,M_T}{v_S^2} - R_T$

$$h = \frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}97 \times 10^{24}}{\left(\dfrac{2{,}73 \times 10^4}{3{,}6}\right)^2} - 6{,}400 \times 10^6 = 5{,}2 \times 10^5\ \text{m}$$

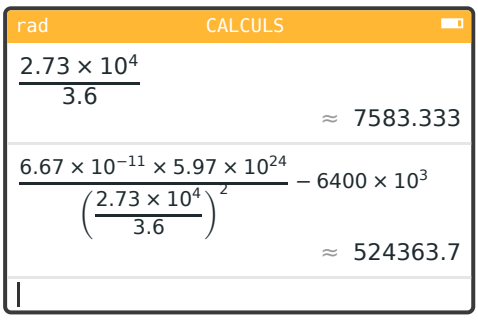
Cette altitude est bien comprise entre 340 km et 1 200 km, l'intervalle annoncé dans les données techniques.

$h = 5{,}2 \times 10^5\ \text{m} = 5{,}2 \times 10^2\ \text{km}$

PIÈGE
Laisser v_S en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ ou R_T en km : avec G en unités SI, il faut des $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ et des mètres. Diviser par 3,6 donne des $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ à partir de $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : le rayon de l'orbite, $6{,}92 \times 10^6$ m, est connu à trois chiffres, donc à la dizaine de kilomètres. Après la soustraction il reste deux chiffres : 520 km, valeur reprise à la question 8.

À LA CALCULATRICE



5 Donner la signification du terme afocal.

Un système optique afocal donne, d'un objet situé à l'infini, une image elle aussi située à l'infini : des rayons qui entrent parallèles entre eux ressortent parallèles entre eux.

Dans la lunette, cela impose que le foyer image F_1' de l'objectif soit confondu avec le foyer objet F_2 de l'oculaire.

COMPRENDRE
Une image à l'infini est observée par l'œil sans accommodation, donc sans fatigue. Sur l'annexe, F_1' et F_2 sont bien placés au même point.

6 Sur l'annexe, construire l'image intermédiaire A_iB_i de AB donnée par l'objectif, puis l'image finale A_fB_f de AB donnée par la lunette.

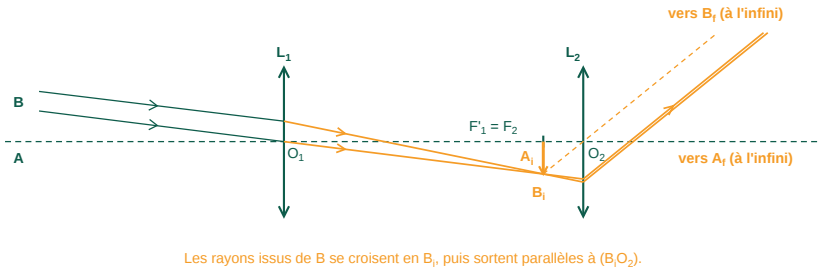
Image intermédiaire : l'objet est à l'infini, son image par L_1 se forme dans le plan focal image de l'objectif. A est sur l'axe optique, donc A_i est en F_1'. Le rayon issu de B qui passe par le centre optique O_1 n'est pas dévié : il coupe le plan focal en B_i. L'autre rayon issu de B émerge de L_1 en passant par B_i.

Image finale : A_iB_i est dans le plan focal objet de l'oculaire, son image par L_2 est à l'infini. On trace en pointillés la droite (B_iO_2), rayon non dévié : les deux rayons qui ont traversé B_i émergent de L_2 parallèlement à cette droite.

A_iB_i est dans le plan focal commun, renversée ; A_fB_f est à l'infini : A_f dans la direction de l'axe optique, B_f dans la direction des rayons émergents.

PIÈGE
Faire sortir les rayons de L_2 parallèlement à l'axe optique, ou les faire converger après l'oculaire. Ils sortent parallèles entre eux, mais inclinés : leur direction est celle de la droite (B_iO_2).

MÉTHODE
Deux rayons suffisent toujours : celui qui passe par le centre optique n'est pas dévié ; des rayons incidents parallèles entre eux se coupent tous au même point du plan focal image.



6 · Annexe complétée : image intermédiaire et image finale (tracés de l'élève en orange)

7 À l'aide du schéma, exprimer le diamètre apparent α sous lequel les extrémités A et B du satellite sont observées depuis la surface de la Terre dans les conditions les plus favorables.

Dans le cas le plus favorable, le satellite passe à la verticale de l'observateur : il en est distant de h.

Dans le triangle rectangle du schéma, le côté opposé à α est la taille d du satellite et le côté adjacent est h : $\tan\alpha = \dfrac{d}{h}$.

L'angle étant très petit, $\tan\alpha \approx \alpha$ avec α en radians.

$\alpha = \dfrac{d}{h}$ (α en rad, d et h dans la même unité)

COMPRENDRE
« Les plus favorables » signifie le satellite au plus près, donc l'angle le plus grand. Ailleurs dans le ciel, la distance dépasse h et α est encore plus petit.

8 Indiquer si les points A et B d'un satellite Starlink peuvent être distingués à l'œil nu, en supposant $h = 520$ km.

Données utiles $d = 1{,}0$ m ; $h = 520$ km ; $\alpha_{\min} = 2{,}9 \times 10^{-4}$ rad

D'après la question 7, avec $h = 520 \times 10^3$ m :

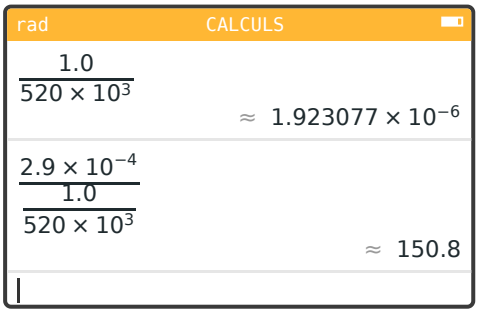
$$\alpha = \frac{d}{h} = \frac{1{,}0}{520 \times 10^3} = 1{,}9 \times 10^{-6} \text{ rad}$$

$\alpha < \alpha_{\min}$: le diamètre apparent est environ 150 fois plus petit que la limite de l'œil.

$\alpha = 1{,}9 \times 10^{-6}$ rad $< 2{,}9 \times 10^{-4}$ rad : A et B ne peuvent pas être distingués à l'œil nu.

PIÈGE
Garder h en kilomètres alors que d est en mètres : on trouverait un angle mille fois trop grand, et la conclusion deviendrait fausse.

À LA CALCULATRICE



9 Montrer que la lunette utilisée dans cet exercice ne permet pas d'observer les détails d'un satellite Starlink.

Données utiles $f'_1 = 600$ mm ; $f'_2 = 32$ mm ; $\alpha = \dfrac{d}{h}$ (Q8) ; $\alpha_{\text{min}} = 2{,}9 \times 10^{-4}$ rad

À travers la lunette, l'œil voit le satellite sous l'angle α' tel que $\dfrac{\alpha'}{\alpha} = \dfrac{f'_1}{f'_2}$, soit $\alpha' = \dfrac{f'_1}{f'_2} \times \alpha$.

$$\alpha' = \frac{600}{32} \times \frac{1{,}0}{520 \times 10^3} = 3{,}6 \times 10^{-5} \text{ rad}$$

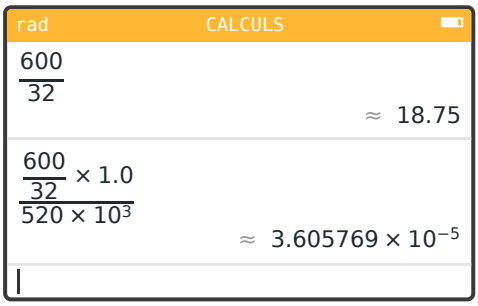
α' reste inférieur à α_{min} : même agrandi par la lunette, le satellite est vu comme un point.

$\alpha' = 3{,}6 \times 10^{-5}$ rad $< 2{,}9 \times 10^{-4}$ rad : la lunette ne permet pas de distinguer les détails du satellite.

COMPRENDRE

La lunette grossit environ 19 fois, alors qu'il faudrait un grossissement d'au moins 150 (question 8) pour atteindre α_{min}. Le rapport des focales est sans unité : inutile de convertir les millimètres.

À LA CALCULATRICE



Une table de tennis de table connectée

Bac 2022 Centres étrangers 2 Jour 1 · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

1 Justifier que, pour $|v_y| < 4{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, la tension U est proportionnelle à $|v_y|$. En déduire la relation entre $|v_y|$ (en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$) et U (en V) dans ce domaine.

Données utiles graphique $U = f(|v_y|)$: point $(4{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\ ;\ 3{,}5\ \text{V})$

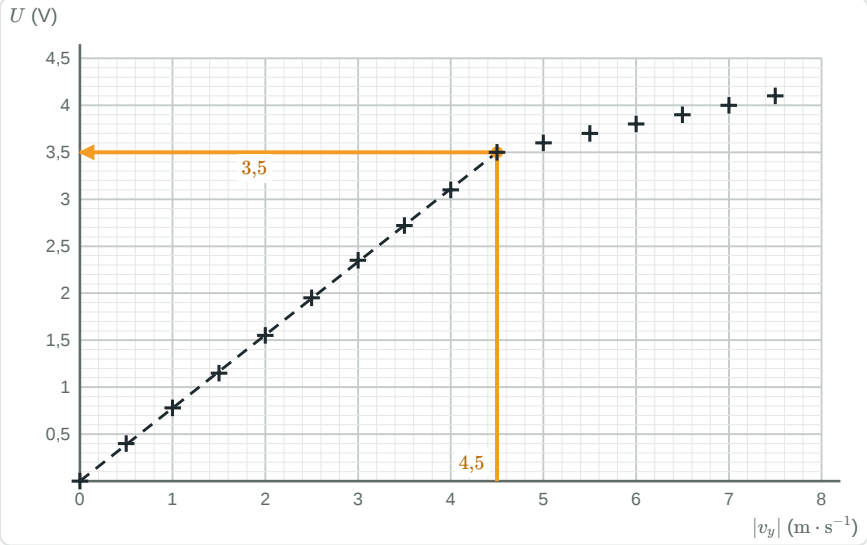
Jusqu'à $|v_y| = 4{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, les points de mesure sont alignés sur une droite qui passe par l'origine : U est donc proportionnelle à $|v_y|$, soit $U = k\,|v_y|$.

Coefficient directeur, avec le point $(4{,}5\ ;\ 3{,}5)$ de la droite :

$$k = \frac{U}{|v_y|} = \frac{3{,}5}{4{,}5} = 0{,}78\ \text{V}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$$

Donc $U = 0{,}78\,|v_y|$, ou encore $|v_y| = \dfrac{4{,}5}{3{,}5}\,U$.

$|v_y| = 1{,}3\,U$ (avec $|v_y|$ en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et U en V)



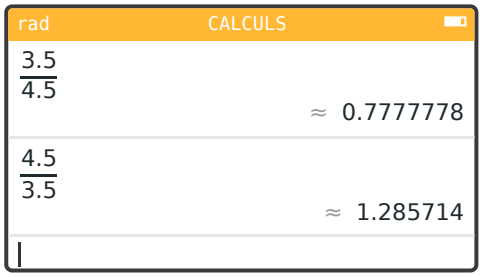
1 · Graphique du sujet : la droite passant par l'origine modélise les mesures jusqu'à 4,5 m/s

PIÈGE
Dire seulement « c'est une droite » ne suffit pas : une droite qui ne passe pas par l'origine traduit une relation affine, pas une proportionnalité. Il faut les deux arguments.

COMPRENDRE
Les lectures graphiques ont deux chiffres significatifs : le coefficient en garde deux. La relation demandée donne la vitesse à partir de la tension, comme dans le programme : c'est l'inverse de k.

MÉTHODE
Pour calculer un coefficient directeur, choisir un point de la droite le plus éloigné possible de l'origine et situé sur un croisement du quadrillage : l'erreur de lecture pèse moins.

À LA CALCULATRICE



2 Expliquer la nécessité d'utiliser la variable « `Ulim = 3.5` » dans le programme.

Le graphique montre deux comportements du capteur, séparés par le point $(4{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\ ;\ 3{,}5\ \text{V})$:

- pour $U < 3{,}5$ V, la vitesse est proportionnelle à la tension : $|v_y| = 1{,}3\,U$;
- pour $U \geqslant 3{,}5$ V, les points suivent une autre droite, qui ne passe pas par l'origine : la relation devient affine, $|v_y| = 5{,}0\,U - 13$.

`Ulim` est la tension seuil (3,5 V) qui permet au programme de choisir, grâce au test `if U < Ulim`, la relation adaptée à la tension mesurée.

COMPRENDRE
Au-delà de 4,5 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, la tension n'augmente plus que de 0,1 V quand la vitesse augmente de 0,5 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$: d'où le coefficient $0{,}5 \div 0{,}1 = 5{,}0$ dans la seconde relation.

3 Calculer la vitesse d'impact affichée par le programme pour $U = 4{,}0$ V. Comparer à la valeur mesurée correspondante.

Données utiles $U = 4{,}0$ V ; `Ulim = 3.5` ; graphique du sujet

$U = 4{,}0$ V n'est pas inférieure à `Ulim` : le programme exécute l'instruction placée après `else`, soit `v = 5.0*U-13` (le sujet écrit « 5,0 » ; en Python le séparateur décimal est le point).

$$v = 5{,}0 \times 4{,}0 - 13 = 7{,}0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

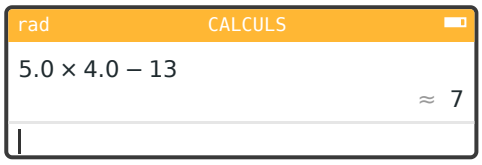
Sur le graphique, le point de mesure d'ordonnée $U = 4{,}0$ V a pour abscisse $|v_y| = 7{,}0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

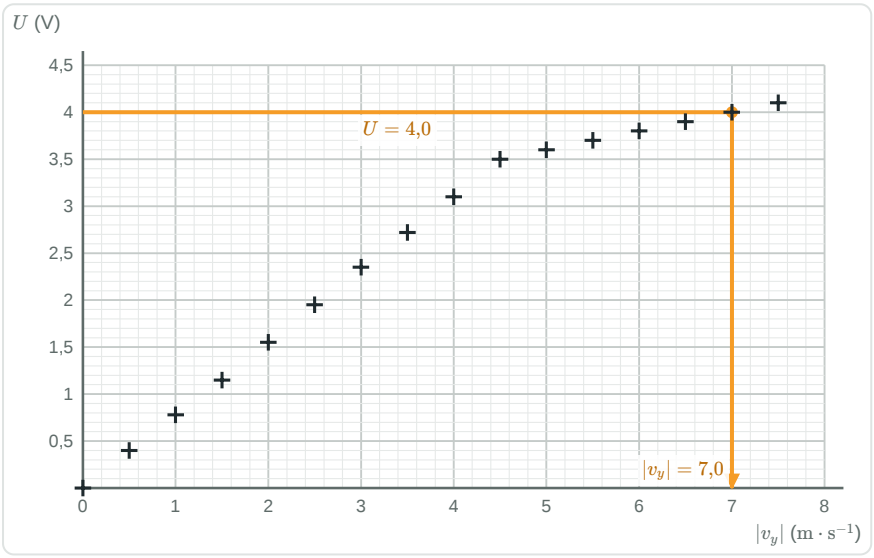
$v = 7{,}0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$: la valeur affichée est égale à la valeur mesurée, le programme est en accord avec l'expérience.

PIÈGE
Utiliser `v = 1.3*U` sans regarder le test : on trouverait 5,2 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, valeur qui ne correspond à aucune mesure pour 4,0 V.

COMPRENDRE
Erreur du sujet : écrit avec une virgule, `5,0*U-13` ne donne pas un nombre en Python mais un couple de valeurs. Les deux instructions d'affectation devraient aussi être indentées. On corrige à la lecture.

À LA CALCULATRICE





3 · Lecture de la vitesse mesurée pour U = 4,0 V

4 La balle est une sphère de diamètre $d = 40$ mm dont le centre de masse est au centre de la sphère. Justifier qualitativement cette position.

La matière de la balle forme une fine coque sphérique, d'épaisseur et de composition uniformes : sa masse est répartie de la même façon dans toutes les directions autour du centre de la sphère.

Par symétrie, le centre de masse est confondu avec le centre géométrique de la sphère.

COMPRENDRE
Le centre de masse peut se trouver là où il n'y a pas de matière : la balle est creuse. C'est la symétrie de la répartition de la masse qui fixe sa position.

5 Indiquer, dans le cadre du modèle choisi, les caractéristiques (direction, sens et valeur) de la force appliquée à la balle pendant son mouvement.

Données utiles $m = 2{,}7 \text{ g} = 2{,}7 \times 10^{-3} \text{ kg}$; $g = 9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

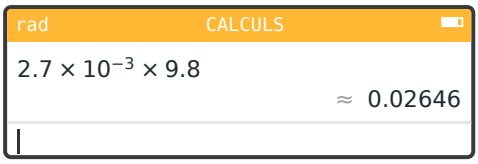
L'action de l'air étant négligée, la balle n'est soumise qu'à son poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$:

- direction : verticale ;
- sens : vers le bas ;
- valeur : $P = m\,g = 2{,}7 \times 10^{-3} \times 9{,}8$.

$P = 2{,}6 \times 10^{-2}$ N, force verticale dirigée vers le bas.

PIÈGE
Laisser la masse en grammes : on obtiendrait 26 N, le poids d'un objet de 2,7 kg. Ne pas ajouter une « force de lancer » : après le départ, plus rien ne pousse la balle.

À LA CALCULATRICE



6 Montrer que les coordonnées du vecteur vitesse du centre de masse sont $v_x(t) = v_0 \cos\alpha$ et $v_y(t) = -g\,t + v_0 \sin\alpha$.

Système {balle}, de masse m constante ; référentiel terrestre supposé galiléen ; seule force : le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$.

Le vecteur $\vec{g}$ est vertical, vers le bas, et l'axe Oy est orienté vers le haut :

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

Comme $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x(t) = C_1 \\ v_y(t) = -g\,t + C_2 \end{cases}$$

Conditions initiales : à $t = 0$, $\vec{v}(0) = \vec{v}_0$ de coordonnées $(v_0\cos\alpha\ ;\ v_0\sin\alpha)$, donc $C_1 = v_0\cos\alpha$ et $C_2 = v_0\sin\alpha$.

$$\boxed{v_x(t) = v_0\cos\alpha \text{ et } v_y(t) = -g\,t + v_0\sin\alpha}$$

PIÈGE
Oublier les constantes d'intégration, ou écrire $a_y = +g$ alors que l'axe Oy est orienté vers le haut. Les constantes se déterminent à $t = 0$, pas à l'instant de l'impact.

MÉTHODE
Toujours le même enchaînement : système, référentiel, bilan des forces, deuxième loi de Newton, projection de $\vec{a}$ sur les axes, primitives, puis constantes fixées par les conditions initiales.

7 Déterminer les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ du centre de masse.

Données utiles $v_x(t)$ et $v_y(t)$ (Q6) ; à $t = 0$, la balle est en A $(0\ ;\ h)$

Comme $\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t}$ (M : centre de masse), on cherche les primitives des coordonnées de la vitesse :

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x(t) = (v_0\cos\alpha)\,t + C_3 \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + (v_0\sin\alpha)\,t + C_4 \end{cases}$$

Conditions initiales : à $t = 0$, $x(0) = 0$ et $y(0) = h$, donc $C_3 = 0$ et $C_4 = h$.

$$\boxed{x(t) = (v_0\cos\alpha)\,t \text{ et } y(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + (v_0\sin\alpha)\,t + h}$$

PIÈGE
Écrire $C_4 = 0$: la balle ne part pas de l'origine mais du point A, à la hauteur h au-dessus de la table.

8 L'impact a lieu à l'instant $t_I \approx 0{,}55$ s. Montrer que la balle tombe sur la table.

Données utiles $v_0 = 5{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\alpha = 30{,}0^\circ$; longueur de la table : 2,74 m ; $x(t)$ (Q7)

Abscisse du point d'impact : $x_I = x(t_I) = (v_0\cos\alpha)\,t_I$

$$x_I = 5{,}0 \times \cos(30{,}0^\circ) \times 0{,}55 = 2{,}4\ \text{m}$$

La table s'étend de $x = 0$ à $x = 2{,}74$ m.

$$\boxed{0 < x_I = 2{,}4\ \text{m} < 2{,}74\ \text{m} \text{ : la balle tombe bien sur la table.}}$$

PIÈGE
Calculatrice en radians : $\cos(30)$ donnerait 0,15 et une abscisse fausse. Vérifier le mode degrés avant le calcul.

COMPRENDRE
On peut contrôler la date proposée : $y(0{,}55) = -4{,}9 \times 0{,}55^2 + 2{,}5 \times 0{,}55 + 0{,}10 \approx 0$ m. La balle est bien au niveau de la table à cet instant.

À LA CALCULATRICE

deg CALCULS

$5.0 \times \cos(30°) \times 0.55$
≈ 2.38157

$(-4.9) \times 0.55^2 + 2.5 \times 0.55 + 0.10$
≈ -0.00725

9 Calculer la valeur de la tension U délivrée par un capteur situé au point d'impact.

Données utiles $v_y(t)$ (Q6) ; $t_I = 0{,}55$ s ; $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $U = 0{,}78\,|v_y|$ pour $|v_y| < 4{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (Q1)

Composante verticale de la vitesse juste avant l'impact :

$$v_y(t_I) = -g\,t_I + v_0 \sin\alpha$$

$$v_y(t_I) = -9{,}8 \times 0{,}55 + 5{,}0 \times \sin(30{,}0^\circ) = -2{,}89\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Donc $|v_y| = 2{,}89 \approx 2{,}9\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, valeur inférieure à $4{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$: on est dans le domaine de proportionnalité.

$$U = k\,|v_y| = \frac{3{,}5}{4{,}5} \times 2{,}89$$

$\boxed{U = 2{,}3\ \text{V}}$

PIÈGE
Utiliser la valeur de la vitesse v_0 ou la relation affine sans vérifier le domaine. Le capteur n'est sensible qu'à la composante verticale, et il faut d'abord comparer $|v_y|$ à $4{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

COMPRENDRE
v_y est négative car la balle descend ; le capteur réagit à sa valeur absolue. Avec la relation arrondie $|v_y| = 1{,}3\,U$, on trouve 2,2 V : l'écart vient de l'arrondi du coefficient, les deux valeurs sont acceptables.

À LA CALCULATRICE

deg CALCULS

$(-9.8) \times 0.55 + 5.0 \times \sin(30°)$
≈ -2.89

$\frac{3.5}{4.5} \times 2.89$
≈ 2.247778

Rafraîchir une boisson

Bac 2022 Centres étrangers 2 Jour 1 · Exercice 4 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

1 Appliquer le premier principe au système {canette + boisson} entre θ_i et θ_f et exprimer ΔU en fonction de C, θ_i et θ_f.

Système {canette + boisson}, au repos, de volume constant. Premier principe : $\Delta U = W + Q$.

Le système ne reçoit aucun travail : $W = 0$, donc $\Delta U = Q$.

Pour un système incompressible de capacité thermique C, le transfert thermique reçu vaut $Q = C\,(\theta_f - \theta_i)$.

$\Delta U = C\,(\theta_f - \theta_i)$

PIÈGE
Écrire $\theta_i - \theta_f$: une variation se calcule toujours « état final moins état initial ». L'inversion change le signe de toutes les réponses suivantes.

2 Calculer la variation d'énergie interne lors du refroidissement de la température ambiante jusqu'à $\theta_f = 5$ °C.

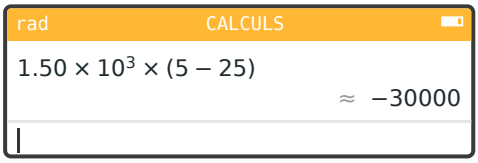
Données utiles $C = 1{,}50 \times 10^3$ J · K^{-1} ; $\theta_i = 25$ °C ; $\theta_f = 5$ °C

$\Delta U = C\,(\theta_f - \theta_i) = 1{,}50 \times 10^3 \times (5 - 25)$

$\Delta U = -3{,}0 \times 10^4$ J $= -30$ kJ

COMPRENDRE
Un écart de température a la même valeur en °C et en K : inutile de convertir. Les températures sont données à deux chiffres significatifs, le résultat aussi.

À LA CALCULATRICE



3 Commenter le signe de ΔU et l'interpréter en termes d'énergie microscopique.

$\Delta U < 0$: l'énergie interne du système diminue. Le système, plus chaud que l'air du congélateur, lui cède de l'énergie par transfert thermique ($Q < 0$).

À l'échelle microscopique, la température mesure l'agitation des entités. En refroidissant, les molécules de la boisson et les atomes de la canette s'agitent moins.

L'énergie cinétique microscopique des entités du système diminue, donc son énergie interne aussi.

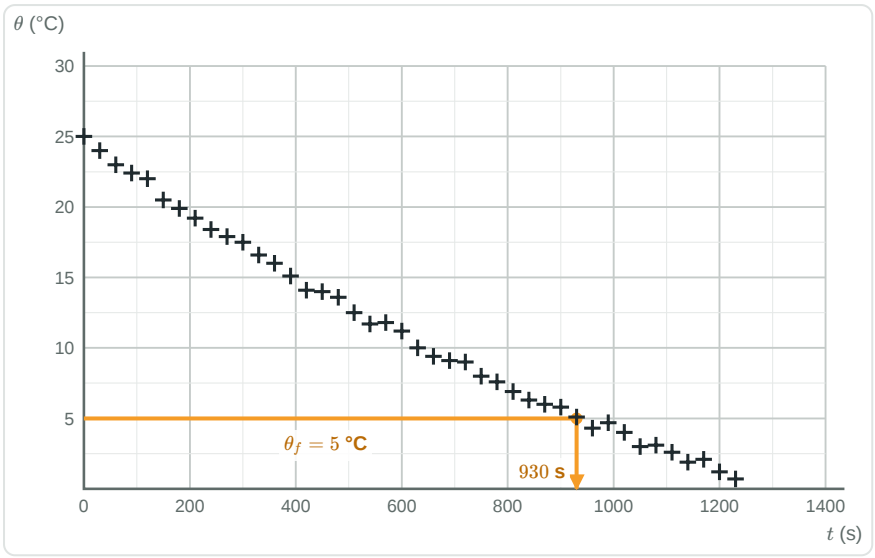
COMPRENDRE
L'énergie interne regroupe l'énergie cinétique microscopique (agitation thermique) et l'énergie potentielle d'interaction entre entités. Sans changement d'état, c'est surtout la première qui varie avec la température.

4 Déterminer graphiquement la durée Δt nécessaire pour refroidir le système jusqu'à $\theta_f = 5$ °C.

Sur la figure 1, on trace l'horizontale $\theta = 5$ °C jusqu'au nuage de points, puis on descend verticalement vers l'axe des temps : on lit $t \approx 930$ s. Le refroidissement commence à $t = 0$.

$\Delta t \approx 9{,}3 \times 10^2$ s (environ 15 min 30 s)

MÉTHODE
Les points de mesure sont dispersés : on lit l'abscisse sur la tendance moyenne du nuage, pas sur un point isolé. Toute valeur entre 900 s et 950 s est recevable.



4 · Figure 1 du sujet, avec la lecture à 5 °C

5 En supposant le flux thermique ϕ constant pendant le refroidissement, calculer sa valeur.

Données utiles $\Delta U = -30$ kJ ; $\Delta t = 9{,}3 \times 10^2$ s (Q4)

Le flux thermique est l'énergie transférée par unité de temps. S'il est constant : $\phi = \dfrac{Q}{\Delta t} = \dfrac{\Delta U}{\Delta t}$.

$$\phi = \frac{-30 \times 10^3}{9{,}3 \times 10^2}$$

$\phi \approx -32$ W

PIÈGE
Laisser ΔU en kJ donne un flux mille fois trop petit. Le signe « $-$ » doit rester : avec la convention du sujet, un flux négatif signifie que le transfert se fait du système vers l'air.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{-30 \times 10^3}{9.3 \times 10^2}$ ≈ −32.25806

6 Interpréter la courbe de la figure 2, puis l'exploiter pour estimer le coefficient d'échange thermique surfacique h ; commenter.

Données utiles $S = 3{,}1 \times 10^{-2}$ m^2 ; h attendu entre 5 et 50 W · K^{-1} · m^{-2}

Les points de la figure 2 s'alignent sur une droite dont le prolongement passe par l'origine : le flux ϕ est proportionnel à l'écart $(\theta_{th} - \theta)$. C'est ce que prévoit la loi de Newton, $\phi = h\,S\,(\theta_{th} - \theta)$: le coefficient directeur de la droite est $k = h\,S$.

La droite passe par l'origine et par le point $(-40\ ^\circ\text{C}\,;\,-42\ \text{W})$:

$$k = \frac{-42 - 0}{-40 - 0} = 1{,}05\ \text{W} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$h = \frac{k}{S} = \frac{1{,}05}{3{,}1 \times 10^{-2}}$$

$h \approx 34$ W · K^{-1} · m^{-2}, valeur comprise entre 5 et 50 W · K^{-1} · m^{-2} : elle est cohérente avec une interface paroi solide – air.

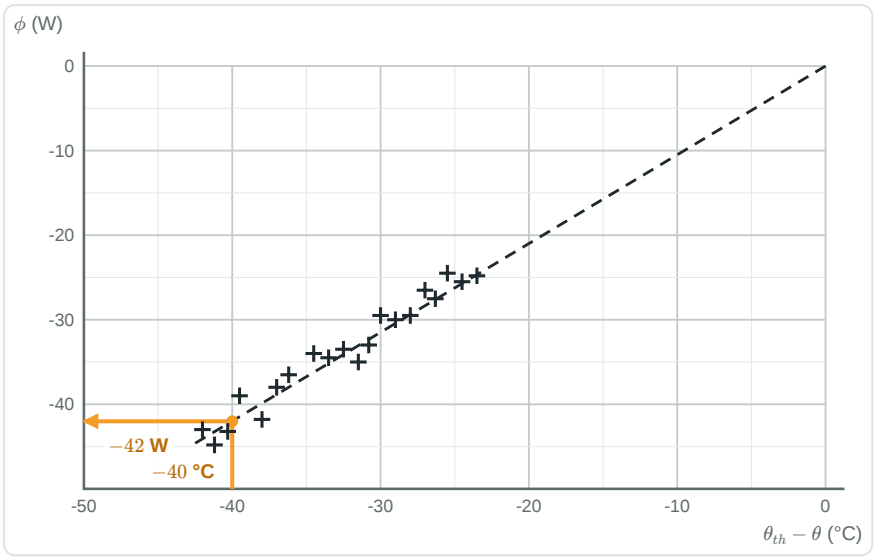
MÉTHODE
Pour valider un modèle de proportionnalité : 1) points alignés ; 2) droite passant par l'origine ; 3) coefficient directeur identifié à la constante du modèle, ici $h\,S$, calculé avec un point de la droite et non un point de mesure.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{-42}{-40}$ ≈ 1.05

$\dfrac{1.05}{3.1 \times 10^{-2}}$ ≈ 33.87097



6 · Figure 2 du sujet (droite modèle) : lecture du point choisi

7 À partir de l'expression de $\theta(t)$, commenter l'évolution temporelle du système, puis définir et évaluer un temps caractéristique τ.

Données utiles $C = 1{,}50 \times 10^{3}\ \text{J}\cdot\text{K}^{-1}$; $S = 3{,}1 \times 10^{-2}\ \text{m}^2$; $h = 34\ \text{W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$ (Q6)

À $t = 0$: $\theta(0) = (\theta_i - \theta_{th}) \times 1 + \theta_{th} = \theta_i = 25$ °C.

Quand $t \to +\infty$, l'exponentielle tend vers 0 : $\theta \to \theta_{th} = -18$ °C.

Comme $\theta_i - \theta_{th} > 0$, la température décroît de façon exponentielle, de plus en plus lentement, de θ_i vers la température du thermostat (équilibre thermique).

On écrit l'exponentielle sous la forme $\exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right)$: le temps caractéristique est $\tau = \dfrac{C}{h\,S}$. À $t = \tau$, l'écart $\theta - \theta_{th}$ ne vaut plus que 37 % de sa valeur initiale.

$$\tau = \frac{1{,}50 \times 10^{3}}{34 \times 3{,}1 \times 10^{-2}}$$

$$\boxed{\tau = \frac{C}{h\,S} \approx 1{,}4 \times 10^{3}\ \text{s} \text{ (environ 24 min)}}$$

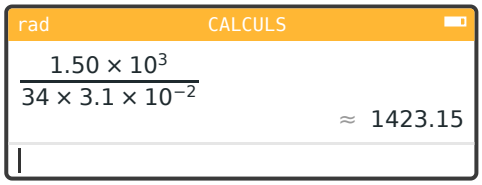
PIÈGE

Homogénéité : $\dfrac{C}{h\,S}$ s'exprime en $\dfrac{\text{J}\cdot\text{K}^{-1}}{\text{W}\cdot\text{K}^{-1}}$, soit des $\text{J}\cdot\text{W}^{-1}$, donc des secondes. Écrire $\tau = \dfrac{h\,S}{C}$ donnerait des s^{-1}.

COMPRENDRE

L'équilibre thermique est atteint à 1 % près au bout de $5\tau \approx 7 \times 10^{3}$ s, soit deux heures. La boisson est à 5 °C bien avant : la laisser plus longtemps la ferait geler.

À LA CALCULATRICE



8 À partir des mesures de la figure 1, par exemple avec la tangente à l'origine, évaluer le temps caractéristique τ. Commenter.

Données utiles $\theta_i = 25$ °C ; $\theta_{th} = -18$ °C ; $\tau \approx 1{,}4 \times 10^3$ s (Q7)

Pour une décroissance exponentielle, la tangente à l'origine coupe l'asymptote $\theta = \theta_{th}$ à la date $t = \tau$. Ici l'asymptote (-18 °C) est hors du graphique : on utilise le coefficient directeur a de la tangente.

En dérivant $\theta(t)$: $\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{\theta_i - \theta_{th}}{\tau}\exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right)$, donc à $t = 0$: $a = -\dfrac{\theta_i - \theta_{th}}{\tau}$, soit $\tau = -\dfrac{\theta_i - \theta_{th}}{a}$.

La tangente tracée à l'origine sur la figure 1 passe par $(0\,\text{s}\,;\,25\,^\circ\text{C})$ et $(700\,\text{s}\,;\,5\,^\circ\text{C})$:

$$a = \frac{5 - 25}{700 - 0} = -2{,}9 \times 10^{-2}\ ^\circ\text{C}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\tau = -\frac{25 - (-18)}{a} = \frac{43 \times 700}{20}$$

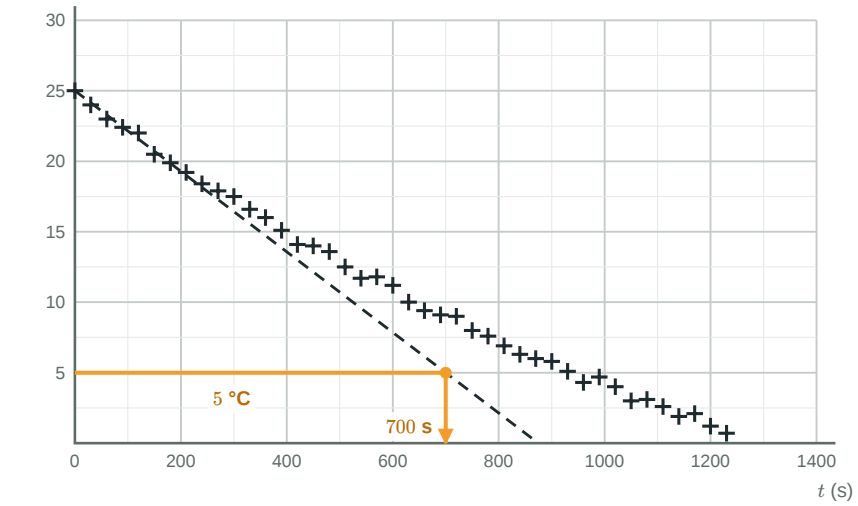
$\tau \approx 1{,}5 \times 10^3$ s, valeur proche de celle de la question 7 ($1{,}4 \times 10^3$ s) : les mesures sont en accord avec la loi de Newton.

COMPRENDRE

L'écart d'environ 6 % entre les deux valeurs s'explique par l'incertitude du tracé : les premiers points sont dispersés et une faible rotation de la tangente modifie nettement τ.

MÉTHODE

Tangente à l'origine d'une exponentielle : elle atteint l'asymptote à $t = \tau$. Si l'asymptote sort du graphique, passer par la pente : τ = (écart initial à l'asymptote) ÷ |pente|.



8 · Figure 1 du sujet, avec la tangente à l'origine (tirets)

À LA CALCULATRICE

