Rafraîchir une boisson

Bac 2022 Centres étrangers 2 Jour 1 · Exercice 4 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

1 Appliquer le premier principe au système {canette + boisson} entre θ_i et θ_f et exprimer ΔU en fonction de C, θ_i et θ_f.

Système {canette + boisson}, au repos, de volume constant. Premier principe : $\Delta U = W + Q$.

Le système ne reçoit aucun travail : $W = 0$, donc $\Delta U = Q$.

Pour un système incompressible de capacité thermique C, le transfert thermique reçu vaut $Q = C\,(\theta_f - \theta_i)$.

$\Delta U = C\,(\theta_f - \theta_i)$

PIÈGE
Écrire $\theta_i - \theta_f$: une variation se calcule toujours « état final moins état initial ». L'inversion change le signe de toutes les réponses suivantes.

2 Calculer la variation d'énergie interne lors du refroidissement de la température ambiante jusqu'à $\theta_f = 5$ °C.

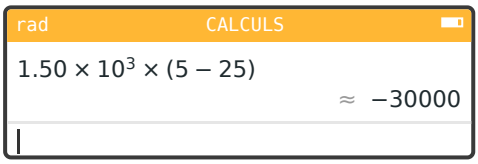
Données utiles $C = 1{,}50 \times 10^3$ J · K^{-1} ; $\theta_i = 25$ °C ; $\theta_f = 5$ °C

$\Delta U = C\,(\theta_f - \theta_i) = 1{,}50 \times 10^3 \times (5 - 25)$

$\Delta U = -3{,}0 \times 10^4$ J $= -30$ kJ

COMPRENDRE
Un écart de température a la même valeur en °C et en K : inutile de convertir. Les températures sont données à deux chiffres significatifs, le résultat aussi.

À LA CALCULATRICE



3 Commenter le signe de ΔU et l'interpréter en termes d'énergie microscopique.

$\Delta U < 0$: l'énergie interne du système diminue. Le système, plus chaud que l'air du congélateur, lui cède de l'énergie par transfert thermique ($Q < 0$).

À l'échelle microscopique, la température mesure l'agitation des entités. En refroidissant, les molécules de la boisson et les atomes de la canette s'agitent moins.

L'énergie cinétique microscopique des entités du système diminue, donc son énergie interne aussi.

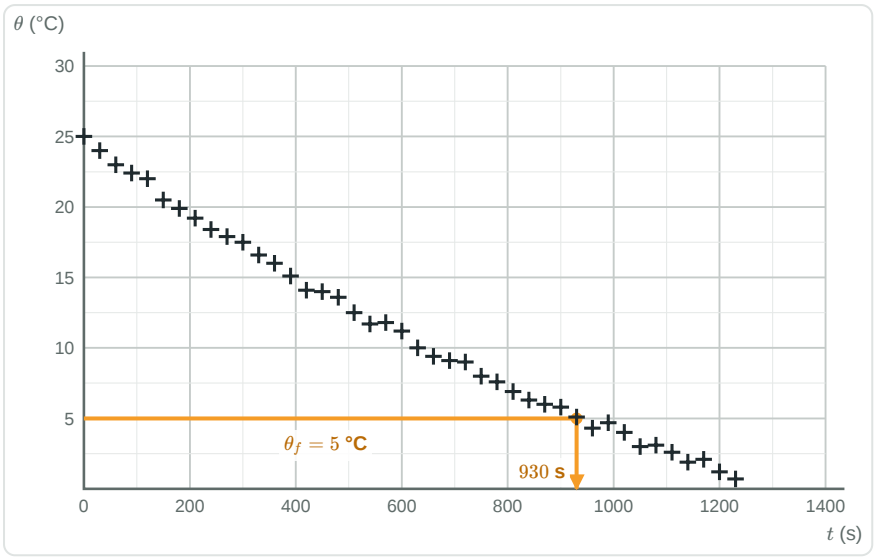
COMPRENDRE
L'énergie interne regroupe l'énergie cinétique microscopique (agitation thermique) et l'énergie potentielle d'interaction entre entités. Sans changement d'état, c'est surtout la première qui varie avec la température.

4 Déterminer graphiquement la durée Δt nécessaire pour refroidir le système jusqu'à $\theta_f = 5$ °C.

Sur la figure 1, on trace l'horizontale $\theta = 5$ °C jusqu'au nuage de points, puis on descend verticalement vers l'axe des temps : on lit $t \approx 930$ s. Le refroidissement commence à $t = 0$.

$\Delta t \approx 9{,}3 \times 10^2$ s (environ 15 min 30 s)

MÉTHODE
Les points de mesure sont dispersés : on lit l'abscisse sur la tendance moyenne du nuage, pas sur un point isolé. Toute valeur entre 900 s et 950 s est recevable.



4 · Figure 1 du sujet, avec la lecture à 5 °C

5 En supposant le flux thermique ϕ constant pendant le refroidissement, calculer sa valeur.

Données utiles $\Delta U = -30$ kJ ; $\Delta t = 9{,}3 \times 10^2$ s (Q4)

Le flux thermique est l'énergie transférée par unité de temps. S'il est constant : $\phi = \dfrac{Q}{\Delta t} = \dfrac{\Delta U}{\Delta t}$.

$$\phi = \frac{-30 \times 10^3}{9{,}3 \times 10^2}$$

$\phi \approx -32$ W

PIÈGE
Laisser ΔU en kJ donne un flux mille fois trop petit. Le signe « $-$ » doit rester : avec la convention du sujet, un flux négatif signifie que le transfert se fait du système vers l'air.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{-30 \times 10^3}{9.3 \times 10^2}$

≈ -32.25806

6 Interpréter la courbe de la figure 2, puis l'exploiter pour estimer le coefficient d'échange thermique surfacique h ; commenter.

Données utiles $S = 3{,}1 \times 10^{-2}$ m^2 ; h attendu entre 5 et 50 W · K^{-1} · m^{-2}

Les points de la figure 2 s'alignent sur une droite dont le prolongement passe par l'origine : le flux ϕ est proportionnel à l'écart $(\theta_{th} - \theta)$. C'est ce que prévoit la loi de Newton, $\phi = h\,S\,(\theta_{th} - \theta)$: le coefficient directeur de la droite est $k = h\,S$.

La droite passe par l'origine et par le point $(-40\ ^\circ\text{C}\,;\,-42\ \text{W})$:

$$k = \frac{-42 - 0}{-40 - 0} = 1{,}05\ \text{W} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$h = \frac{k}{S} = \frac{1{,}05}{3{,}1 \times 10^{-2}}$$

$h \approx 34$ W · K^{-1} · m^{-2}, valeur comprise entre 5 et 50 W · K^{-1} · m^{-2} : elle est cohérente avec une interface paroi solide – air.

MÉTHODE
Pour valider un modèle de proportionnalité : 1) points alignés ; 2) droite passant par l'origine ; 3) coefficient directeur identifié à la constante du modèle, ici $h\,S$, calculé avec un point de la droite et non un point de mesure.

À LA CALCULATRICE

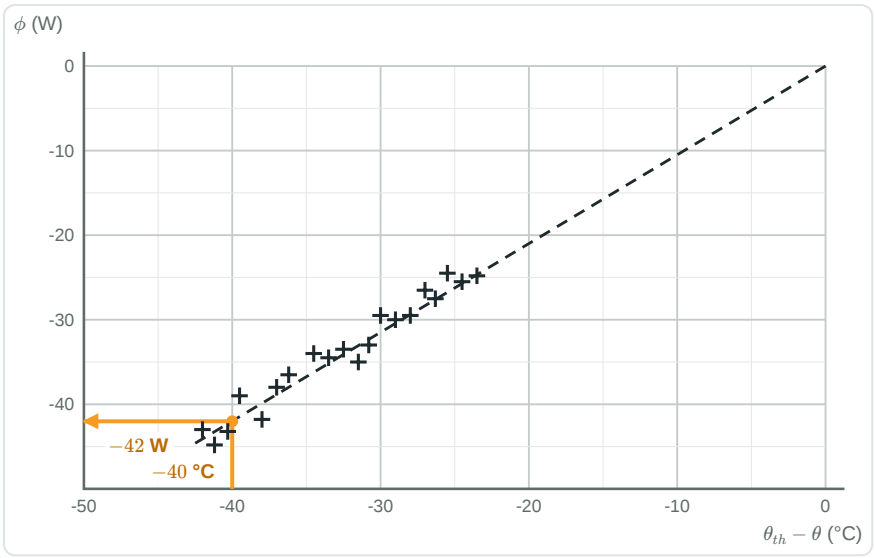
rad CALCULS

$\dfrac{-42}{-40}$

≈ 1.05

$\dfrac{1.05}{3.1 \times 10^{-2}}$

≈ 33.87097



6 · Figure 2 du sujet (droite modèle) : lecture du point choisi

7 À partir de l'expression de $\theta(t)$, commenter l'évolution temporelle du système, puis définir et évaluer un temps caractéristique τ.

Données utiles $C = 1{,}50 \times 10^{3}\ \text{J}\cdot\text{K}^{-1}$; $S = 3{,}1 \times 10^{-2}\ \text{m}^2$; $h = 34\ \text{W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$ (Q6)

À $t = 0$: $\theta(0) = (\theta_i - \theta_{th}) \times 1 + \theta_{th} = \theta_i = 25$ °C.

Quand $t \to +\infty$, l'exponentielle tend vers 0 : $\theta \to \theta_{th} = -18$ °C.

Comme $\theta_i - \theta_{th} > 0$, la température décroît de façon exponentielle, de plus en plus lentement, de θ_i vers la température du thermostat (équilibre thermique).

On écrit l'exponentielle sous la forme $\exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right)$: le temps caractéristique est $\tau = \dfrac{C}{h\,S}$. À $t = \tau$, l'écart $\theta - \theta_{th}$ ne vaut plus que 37 % de sa valeur initiale.

$$\tau = \frac{1{,}50 \times 10^{3}}{34 \times 3{,}1 \times 10^{-2}}$$

$$\boxed{\tau = \frac{C}{h\,S} \approx 1{,}4 \times 10^{3}\ \text{s} \text{ (environ 24 min)}}$$

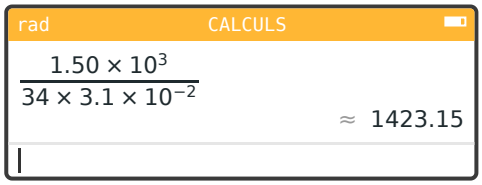
PIÈGE

Homogénéité : $\dfrac{C}{h\,S}$ s'exprime en $\dfrac{\text{J}\cdot\text{K}^{-1}}{\text{W}\cdot\text{K}^{-1}}$, soit des $\text{J}\cdot\text{W}^{-1}$, donc des secondes. Écrire $\tau = \dfrac{h\,S}{C}$ donnerait des s^{-1}.

COMPRENDRE

L'équilibre thermique est atteint à 1 % près au bout de $5\tau \approx 7 \times 10^{3}$ s, soit deux heures. La boisson est à 5 °C bien avant : la laisser plus longtemps la ferait geler.

À LA CALCULATRICE



8 À partir des mesures de la figure 1, par exemple avec la tangente à l'origine, évaluer le temps caractéristique τ. Commenter.

Données utiles $\theta_i = 25$ °C ; $\theta_{th} = -18$ °C ; $\tau \approx 1{,}4 \times 10^3$ s (Q7)

Pour une décroissance exponentielle, la tangente à l'origine coupe l'asymptote $\theta = \theta_{th}$ à la date $t = \tau$. Ici l'asymptote (-18 °C) est hors du graphique : on utilise le coefficient directeur a de la tangente.

En dérivant $\theta(t)$: $\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{\theta_i - \theta_{th}}{\tau}\exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right)$, donc à $t = 0$: $a = -\dfrac{\theta_i - \theta_{th}}{\tau}$, soit $\tau = -\dfrac{\theta_i - \theta_{th}}{a}$.

La tangente tracée à l'origine sur la figure 1 passe par $(0\,\text{s}\,;\,25\,^\circ\text{C})$ et $(700\,\text{s}\,;\,5\,^\circ\text{C})$:

$$a = \frac{5 - 25}{700 - 0} = -2{,}9 \times 10^{-2}\ ^\circ\text{C}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\tau = -\frac{25 - (-18)}{a} = \frac{43 \times 700}{20}$$

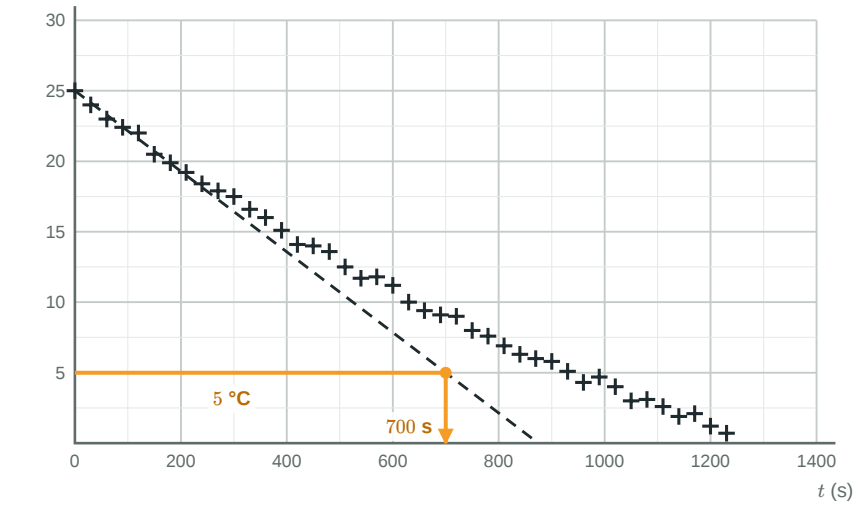
$\tau \approx 1{,}5 \times 10^3$ s, valeur proche de celle de la question 7 ($1{,}4 \times 10^3$ s) : les mesures sont en accord avec la loi de Newton.

COMPRENDRE

L'écart d'environ 6 % entre les deux valeurs s'explique par l'incertitude du tracé : les premiers points sont dispersés et une faible rotation de la tangente modifie nettement τ.

MÉTHODE

Tangente à l'origine d'une exponentielle : elle atteint l'asymptote à $t = \tau$. Si l'asymptote sort du graphique, passer par la pente : τ = (écart initial à l'asymptote) ÷ |pente|.



8 · Figure 1 du sujet, avec la tangente à l'origine (tirets)

À LA CALCULATRICE

