Observation d'un satellite

Bac 2022 Centres étrangers 2 Jour 1 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

1 Justifier à l'aide de la deuxième loi de Newton que le mouvement du satellite est uniforme.

Système {satellite}, de masse m constante ; référentiel géocentrique supposé galiléen ; seule force : l'attraction gravitationnelle de la Terre, dirigée de S vers O.

Deuxième loi de Newton : $\overrightarrow{F}_{T/S} = m\,\vec{a}$, soit $\dfrac{G\,m\,M_T}{(R_T+h)^2}\,\vec{u}_n = m\,\vec{a}$, donc

$$\vec{a} = \frac{G\,M_T}{(R_T+h)^2}\,\vec{u}_n + 0\,\vec{u}_t$$

Or, pour un mouvement circulaire de rayon R_T+h, dans le repère de Frenet : $\vec{a} = \dfrac{v_S^2}{R_T+h}\,\vec{u}_n + \dfrac{\mathrm{d}v_S}{\mathrm{d}t}\,\vec{u}_t$.

Par identification selon $\vec{u}_t$:

$\dfrac{\mathrm{d}v_S}{\mathrm{d}t} = 0$: la valeur de la vitesse est constante, le mouvement circulaire est **uniforme**.

PIÈGE
Écrire que $\vec{a}$ est constant : sa direction change sans cesse. C'est la composante tangentielle nulle de l'accélération qui prouve que la valeur de la vitesse ne varie pas.

MÉTHODE
Orbite circulaire : 1) système, référentiel, force ; 2) deuxième loi de Newton ; 3) accélération dans le repère de Frenet ; 4) identification. Selon $\vec{u}_t$ on obtient l'uniformité, selon $\vec{u}_n$ la vitesse (question 3).

2 Définir puis exprimer la période de révolution T en fonction de la vitesse v_S du satellite, du rayon terrestre R_T et de l'altitude h.

La période de révolution T est la durée mise par le satellite pour effectuer un tour complet de son orbite.

L'orbite est un cercle de rayon R_T+h, de longueur $2\pi\,(R_T+h)$, parcouru à la vitesse constante v_S : $v_S = \dfrac{2\pi\,(R_T+h)}{T}$.

$$T = \frac{2\pi\,(R_T+h)}{v_S}$$

PIÈGE
Prendre h comme rayon de l'orbite. Le centre du cercle est le centre O de la Terre : le rayon vaut R_T+h.

3 À l'aide de la deuxième loi de Newton, exprimer R_T+h en fonction de G, M_T et v_S.

On identifie cette fois les deux expressions de $\vec{a}$ (question 1) selon $\vec{u}_n$:

$$\frac{v_S^2}{R_T+h} = \frac{G\,M_T}{(R_T+h)^2}$$

En multipliant par $(R_T+h)^2$: $v_S^2\,(R_T+h) = G\,M_T$.

$$R_T+h = \frac{G\,M_T}{v_S^2}$$

COMPRENDRE
La masse m du satellite a disparu dès la question 1 : tous les satellites qui ont la même vitesse sont à la même altitude, qu'ils pèsent 227 ou 260 kg.

4 Calculer l'altitude h du satellite. Commenter.

Données utiles $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$; $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg ; $R_T = 6\,400$ km ; $v_S = 2{,}73 \times 10^4\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$

Conversion : $v_S = \dfrac{2{,}73 \times 10^4}{3{,}6} = 7{,}58 \times 10^3\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $R_T = 6{,}400 \times 10^6$ m.

D'après la question 3 : $h = \dfrac{G\,M_T}{v_S^2} - R_T$

$$h = \frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}97 \times 10^{24}}{\left(\dfrac{2{,}73 \times 10^4}{3{,}6}\right)^2} - 6{,}400 \times 10^6 = 5{,}2 \times 10^5\ \text{m}$$

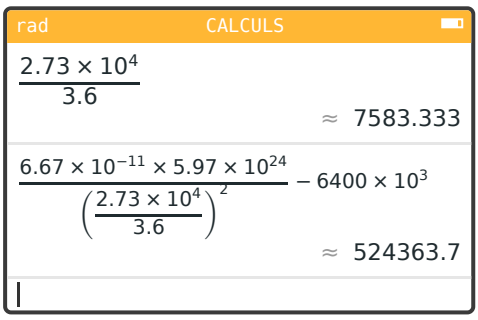
Cette altitude est bien comprise entre 340 km et 1 200 km, l'intervalle annoncé dans les données techniques.

$h = 5{,}2 \times 10^5\ \text{m} = 5{,}2 \times 10^2\ \text{km}$

PIÈGE
Laisser v_S en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ ou R_T en km : avec G en unités SI, il faut des $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ et des mètres. Diviser par 3,6 donne des $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ à partir de $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : le rayon de l'orbite, $6{,}92 \times 10^6$ m, est connu à trois chiffres, donc à la dizaine de kilomètres. Après la soustraction il reste deux chiffres : 520 km, valeur reprise à la question 8.

À LA CALCULATRICE



5 Donner la signification du terme afocal.

Un système optique afocal donne, d'un objet situé à l'infini, une image elle aussi située à l'infini : des rayons qui entrent parallèles entre eux ressortent parallèles entre eux.

Dans la lunette, cela impose que le foyer image F_1' de l'objectif soit confondu avec le foyer objet F_2 de l'oculaire.

COMPRENDRE
Une image à l'infini est observée par l'œil sans accommodation, donc sans fatigue. Sur l'annexe, F_1' et F_2 sont bien placés au même point.

6 Sur l'annexe, construire l'image intermédiaire A_iB_i de AB donnée par l'objectif, puis l'image finale A_fB_f de AB donnée par la lunette.

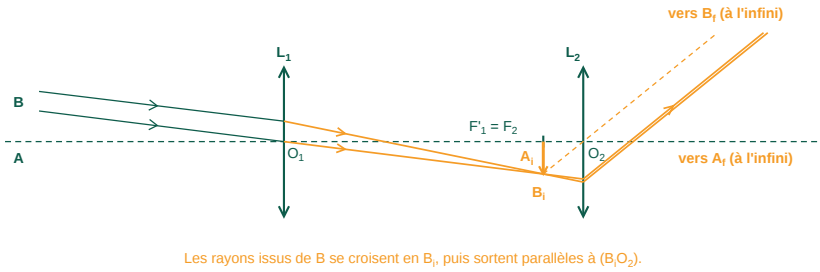
Image intermédiaire : l'objet est à l'infini, son image par L_1 se forme dans le plan focal image de l'objectif. A est sur l'axe optique, donc A_i est en F_1'. Le rayon issu de B qui passe par le centre optique O_1 n'est pas dévié : il coupe le plan focal en B_i. L'autre rayon issu de B émerge de L_1 en passant par B_i.

Image finale : A_iB_i est dans le plan focal objet de l'oculaire, son image par L_2 est à l'infini. On trace en pointillés la droite (B_iO_2), rayon non dévié : les deux rayons qui ont traversé B_i émergent de L_2 parallèlement à cette droite.

A_iB_i est dans le plan focal commun, renversée ; A_fB_f est à l'infini : A_f dans la direction de l'axe optique, B_f dans la direction des rayons émergents.

PIÈGE
Faire sortir les rayons de L_2 parallèlement à l'axe optique, ou les faire converger après l'oculaire. Ils sortent parallèles entre eux, mais inclinés : leur direction est celle de la droite (B_iO_2).

MÉTHODE
Deux rayons suffisent toujours : celui qui passe par le centre optique n'est pas dévié ; des rayons incidents parallèles entre eux se coupent tous au même point du plan focal image.



6 · Annexe complétée : image intermédiaire et image finale (tracés de l'élève en orange)

7 À l'aide du schéma, exprimer le diamètre apparent α sous lequel les extrémités A et B du satellite sont observées depuis la surface de la Terre dans les conditions les plus favorables.

Dans le cas le plus favorable, le satellite passe à la verticale de l'observateur : il en est distant de h.

Dans le triangle rectangle du schéma, le côté opposé à α est la taille d du satellite et le côté adjacent est h : $\tan\alpha = \dfrac{d}{h}$.

L'angle étant très petit, $\tan\alpha \approx \alpha$ avec α en radians.

$\alpha = \dfrac{d}{h}$ (α en rad, d et h dans la même unité)

COMPRENDRE
« Les plus favorables » signifie le satellite au plus près, donc l'angle le plus grand. Ailleurs dans le ciel, la distance dépasse h et α est encore plus petit.

8 Indiquer si les points A et B d'un satellite Starlink peuvent être distingués à l'œil nu, en supposant $h = 520$ km.

Données utiles $d = 1{,}0$ m ; $h = 520$ km ; $\alpha_{\min} = 2{,}9 \times 10^{-4}$ rad

D'après la question 7, avec $h = 520 \times 10^3$ m :

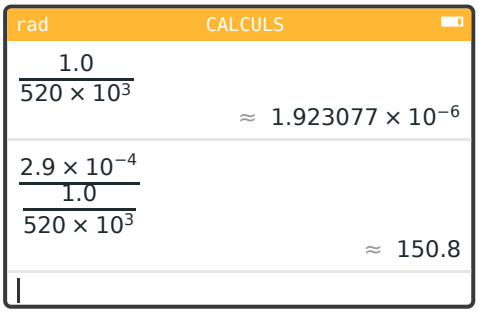
$$\alpha = \frac{d}{h} = \frac{1{,}0}{520 \times 10^3} = 1{,}9 \times 10^{-6} \text{ rad}$$

$\alpha < \alpha_{\min}$: le diamètre apparent est environ 150 fois plus petit que la limite de l'œil.

$\alpha = 1{,}9 \times 10^{-6}$ rad $< 2{,}9 \times 10^{-4}$ rad : A et B ne peuvent pas être distingués à l'œil nu.

PIÈGE
Garder h en kilomètres alors que d est en mètres : on trouverait un angle mille fois trop grand, et la conclusion deviendrait fausse.

À LA CALCULATRICE



9 Montrer que la lunette utilisée dans cet exercice ne permet pas d'observer les détails d'un satellite Starlink.

Données utiles $f'_1 = 600$ mm ; $f'_2 = 32$ mm ; $\alpha = \dfrac{d}{h}$ (Q8) ; $\alpha_{\text{min}} = 2{,}9 \times 10^{-4}$ rad

À travers la lunette, l'œil voit le satellite sous l'angle α' tel que $\dfrac{\alpha'}{\alpha} = \dfrac{f'_1}{f'_2}$, soit $\alpha' = \dfrac{f'_1}{f'_2} \times \alpha$.

$$\alpha' = \frac{600}{32} \times \frac{1{,}0}{520 \times 10^3} = 3{,}6 \times 10^{-5} \text{ rad}$$

α' reste inférieur à α_{min} : même agrandi par la lunette, le satellite est vu comme un point.

$\alpha' = 3{,}6 \times 10^{-5}$ rad $< 2{,}9 \times 10^{-4}$ rad : la lunette ne permet pas de distinguer les détails du satellite.

COMPRENDRE

La lunette grossit environ 19 fois, alors qu'il faudrait un grossissement d'au moins 150 (question 8) pour atteindre α_{min}. Le rapport des focales est sans unité : inutile de convertir les millimètres.

À LA CALCULATRICE

