Corrigé complet — Bac 2022 Métropole Septembre Jour 1

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**L'acide méthanoïque** Titrage pH-métrique · Constante d'acidité · Taux d'avancement final · Spectroscopie infrarouge · Synthèse d'un ester · Rendement	10 pts	1 h 45	15 questions	p. 2
Ex 2	**Observer les anneaux de Saturne** Lunette astronomique afocale · Objectif et oculaire · Image intermédiaire · Grossissement · Angle apparent · Pouvoir séparateur de l'œil	5 pts	53 min	8 questions	p. 8
Ex 3	**Vitesse de la station spatiale internationale** Repère de Frenet · Force d'interaction gravitationnelle · Deuxième loi de Newton · Mouvement circulaire uniforme · Chronophotographie · Théorème de Thalès	5 pts	53 min	5 questions	p. 11
Ex 4	**Contrôle de la largeur d'un fil de suture** Diffraction par un fil · Angle caractéristique de diffraction · Approximation des petits angles · Exploitation d'une droite passant par l'origine · Incertitude-type	5 pts	53 min	7 questions	p. 14

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

L'acide méthanoïque

Bac 2022 Métropole Septembre Jour 1 · Exercice 1 **10 points** **Durée conseillée 1 h 45**

Q1 Écrire l'équation de la réaction support du titrage.

L'acide méthanoïque réagit avec les ions hydroxyde de la solution titrante ; la réaction est totale :

$$\mathrm{HCOOH\,(aq) + HO^-\,(aq) \longrightarrow HCOO^-\,(aq) + H_2O\,(l)}$$

PIÈGE
Écrire la réaction de l'acide avec l'eau : dans un titrage, le réactif titrant ($\mathrm{HO^-}$) figure toujours dans l'équation. Les ions $\mathrm{Na^+}$, spectateurs, n'y figurent pas.

Q2 Déterminer la concentration en quantité de matière d'acide méthanoïque dans la solution S.

Données utiles $V = 25{,}0$ mL ; $c_B = 0{,}20\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$; figure 1

Sur la figure 1, le saut de pH donne (méthode des tangentes parallèles) : $V_E = 11{,}0$ mL.

À l'équivalence, les réactifs ont été mélangés dans les proportions stœchiométriques de la réaction de Q1 : $n(\mathrm{HCOOH})_{\text{initial}} = n(\mathrm{HO^-})_{\text{versé}}$, soit $c_S\,V = c_B\,V_E$.

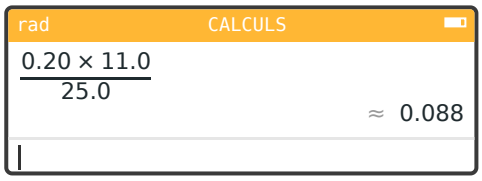
$$c_S = \frac{c_B\,V_E}{V} = \frac{0{,}20 \times 11{,}0}{25{,}0}$$

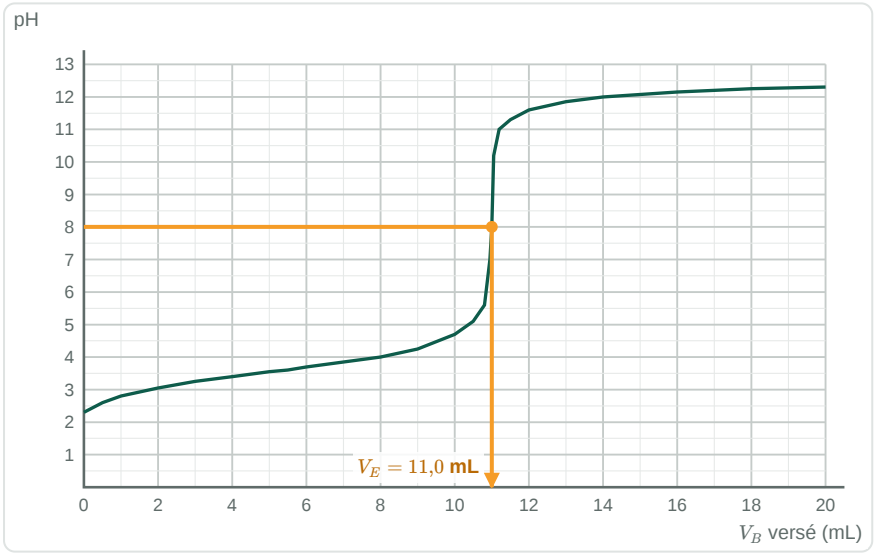
$$c_S = 8{,}8 \times 10^{-2}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$$

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme c_B, la donnée la moins précise. Les volumes peuvent rester en mL : ils interviennent par leur rapport.

MÉTHODE
Titrage : 1) lire V_E sur la courbe ; 2) écrire la relation d'équivalence à partir des nombres stœchiométriques ; 3) isoler la concentration cherchée.

À LA CALCULATRICE





Q2 · Figure 1 du sujet : repérage de l'équivalence au milieu du saut de pH

Q3 Déterminer le titre massique d'acide méthanoïque de la bouteille utilisée. Commenter.

Données utiles $c_S = 8{,}8 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (Q2) ; prélèvement $V_0 = 1{,}0$ mL ; fiole $V_S = 250$ mL ; $M = 46{,}0\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $d = 1{,}19$; étiquette : 85 % minimum

Lors de la dilution, la quantité d'acide se conserve : $C_0\,V_0 = c_S\,V_S$, d'où la concentration de la solution commerciale :

$$C_0 = \frac{c_S\,V_S}{V_0} = \frac{8{,}8 \times 10^{-2} \times 250}{1{,}0} = 22\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Un litre de solution commerciale contient une masse d'acide $C_0\,M$ et a pour masse $d\,\rho_{\text{eau}} \times 1\ \text{L}$, avec $\rho_{\text{eau}} = 1000\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$:

$$w = \frac{C_0\,M}{d\,\rho_{\text{eau}}} = \frac{22 \times 46{,}0}{1{,}19 \times 1000} = 0{,}85$$

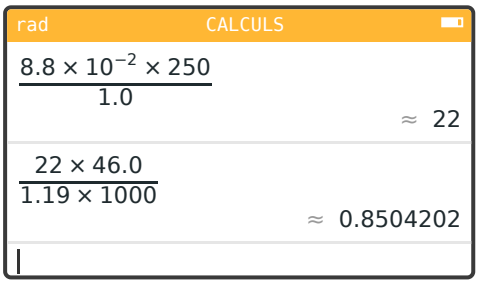
Ce résultat est en accord avec l'étiquette, qui annonce un titre massique d'au moins 85 %.

$w = 0{,}85$, soit 85 %

PIÈGE
Oublier la dilution : c_S est la concentration de S, 250 fois plus faible que celle du flacon. Autre oubli fréquent : convertir la densité en masse volumique en $\text{g} \cdot \text{L}^{-1}$.

COMPRENDRE
Le titre massique est le rapport de la masse d'acide à la masse de solution. On raisonne sur un litre : masse d'acide 1012 g, masse de solution 1190 g.

À LA CALCULATRICE



Q4 Écrire l'équation de la réaction dont la constante d'équilibre est la constante d'acidité K_A du couple acide méthanoïque / ion méthanoate.

K_A est la constante d'équilibre de la réaction de l'acide du couple avec l'eau :

$$\text{HCOOH (aq)} + \text{H}_2\text{O (l)} \rightleftharpoons \text{HCOO}^- \text{(aq)} + \text{H}_3\text{O}^+ \text{(aq)}$$

PIÈGE
L'acide doit être écrit à gauche, avec un nombre stœchiométrique égal à 1 : dans l'autre sens, la constante vaudrait $1/K_A$.

Q5 Estimer, en expliquant la démarche, à l'aide des figures 1 et 2, la valeur de K_A à la température du titrage.

Données utiles figures 1 et 2

$K_A = \dfrac{[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}}\,[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}\,c^\circ}$: lorsque $[\text{HCOOH}] = [\text{HCOO}^-]$, on a $[\text{H}_3\text{O}^+] = K_A\,c^\circ$, c'est-à-dire $\text{pH} = \text{p}K_A$.

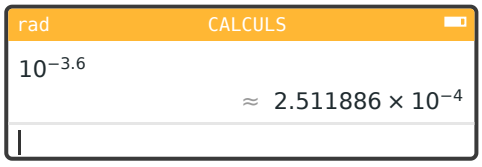
Figure 2 : les deux courbes de distribution se croisent (50 % de chaque espèce) pour un volume versé de 5,5 mL.

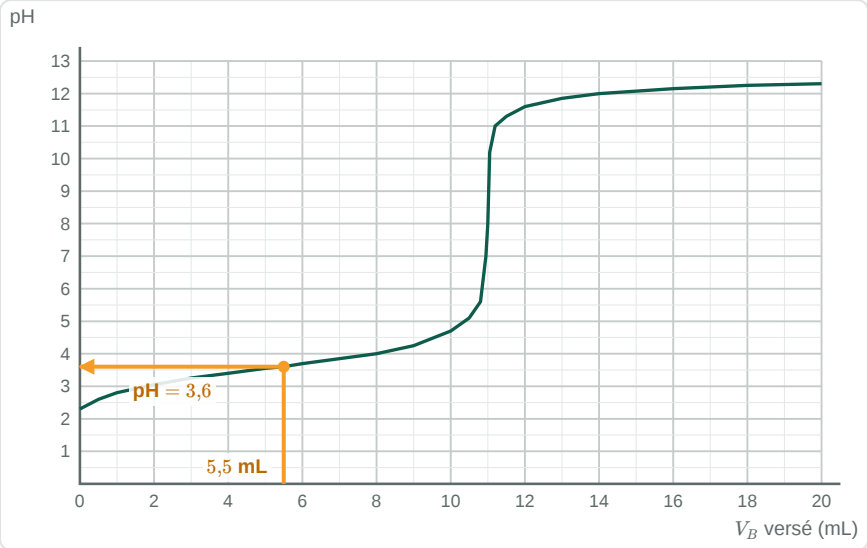
Figure 1 : pour 5,5 mL versés, on lit $\text{pH} = 3{,}6$. Donc $\text{p}K_A = 3{,}6$ et $K_A = 10^{-\text{p}K_A} = 10^{-3{,}6}$.

$K_A \approx 2{,}5 \times 10^{-4}$

COMPRENDRE
Le croisement se produit à la demi-équivalence, $V_E/2 = 5{,}5$ mL : la moitié de l'acide a été transformée en ion méthanoate.

À LA CALCULATRICE





Q5 · Figure 1 du sujet : lecture du pH à la demi-équivalence

Q6 Identifier une des causes expliquant l'écart entre la valeur tabulée de K_A et la valeur obtenue à la question Q5.

Données utiles valeur tabulée : $K_A = 1{,}75 \times 10^{-4}$ à 25 °C ; $K_A \approx 2{,}5 \times 10^{-4}$ (Q5)

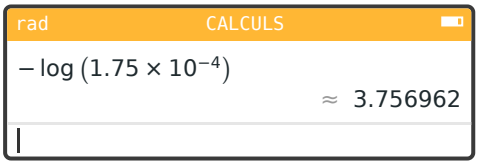
La valeur de Q5 repose sur une lecture graphique du pH, peu précise : la valeur tabulée correspond à $\mathrm{p}K_A = 3{,}76$, soit un écart de moins de $0{,}2$ unité de pH avec la lecture.

Cause possible : l'imprécision de la lecture du pH sur la figure 1 (ou un titrage réalisé à une température différente de 25 °C, ou un pH-mètre mal étalonné).

COMPRENDRE

$K_A = 10^{-\mathrm{pH}}$ amplifie les écarts : une erreur de $0{,}1$ sur le pH modifie K_A d'environ 25 %. Par ailleurs, une constante d'équilibre ne dépend que de la température.

À LA CALCULATRICE



Q7 Montrer que le quotient de la réaction écrite en Q4 s'écrit $Q_r = \dfrac{[\mathrm{H_3O^+}]^2}{(c_A - [\mathrm{H_3O^+}])\,c^\circ}$.

Pour la réaction de Q4, l'eau étant le solvant :

$$Q_r = \frac{\dfrac{[\mathrm{HCOO^-}]}{c^\circ} \times \dfrac{[\mathrm{H_3O^+}]}{c^\circ}}{\dfrac{[\mathrm{HCOOH}]}{c^\circ}} = \frac{[\mathrm{HCOO^-}]\,[\mathrm{H_3O^+}]}{[\mathrm{HCOOH}]\,c^\circ}$$

La réaction forme autant d'ions méthanoate que d'ions oxonium : $[\mathrm{HCOO^-}] = [\mathrm{H_3O^+}]$.

L'acide apporté se retrouve sous forme acide ou basique : $c_A = [\mathrm{HCOOH}] + [\mathrm{HCOO^-}]$, donc $[\mathrm{HCOOH}] = c_A - [\mathrm{H_3O^+}]$.

En remplaçant : $Q_r = \dfrac{[\mathrm{H_3O^+}]^2}{(c_A - [\mathrm{H_3O^+}])\,c^\circ}$

PIÈGE

Faire apparaître $[\mathrm{H_2O}]$ dans le quotient : le solvant n'y figure pas. Les deux égalités utilisées (stœchiométrie, conservation de la matière) doivent être justifiées par une phrase.

Q8 Montrer que $K_A = \dfrac{\tau_f^2\, c_A}{(1-\tau_f)\, c^\circ}$, où τ_f est le taux d'avancement final.

Pour un volume V de solution, $\tau_f = \dfrac{x_f}{x_{\max}}$ avec $x_{\max} = c_A\, V$ (l'acide serait entièrement consommé).

Dans l'état final : $[\mathrm{H_3O^+}]_f = \dfrac{x_f}{V} = \dfrac{\tau_f\, c_A\, V}{V} = \tau_f\, c_A$.

L'état final est un état d'équilibre : $Q_{r,f} = K_A$. Avec l'expression de Q7 :

$$K_A = \frac{(\tau_f\, c_A)^2}{(c_A - \tau_f\, c_A)\, c^\circ} = \frac{\tau_f^2\, c_A^2}{c_A\,(1-\tau_f)\, c^\circ}$$

$$\boxed{K_A = \frac{\tau_f^2\, c_A}{(1-\tau_f)\, c^\circ}}$$

MÉTHODE
Pour passer d'une relation en concentrations à une relation en τ_f : exprimer chaque concentration finale avec $x_f = \tau_f\, x_{\max}$, puis simplifier par c_A.

Q9 Compléter les lignes 11, 12 et 13 du programme Python. Détailler la démarche.

On transforme la relation de Q8 en équation du second degré d'inconnue τ_f :

$K_A\,(1-\tau_f)\, c^\circ = \tau_f^2\, c_A$

$K_A\, c^\circ - K_A\, c^\circ\, \tau_f = \tau_f^2\, c_A$

$c_A\, \tau_f^2 + K_A\, c^\circ\, \tau_f - K_A\, c^\circ = 0$

Par identification avec $A\,\tau_f^2 + B\,\tau_f + C = 0$: $A = c_A$, $B = K_A\, c^\circ$ et $C = -K_A\, c^\circ$.

Avec les noms de variables du programme (`cA` , `KA` , `C0`) :

ligne 11 : `A = cA`

ligne 12 : `B = KA*C0`

ligne 13 : `C = -KA*C0`

$$\boxed{A = c_A \text{ ; } B = K_A\, c^\circ \text{ ; } C = -K_A\, c^\circ}$$

PIÈGE
Python distingue majuscules et minuscules : la concentration standard s'appelle `C0` à la ligne 7, pas `c0` . Le produit s'écrit avec `*` , jamais par simple juxtaposition.

Q10 À partir des résultats du programme, déterminer en justifiant si l'acide méthanoïque est un acide fort ou faible dans l'eau dans les conditions de l'expérience.

Données utiles $c_A = 8{,}8 \times 10^{-2}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$; `tau1 = -0.046` ; `tau2 = 0.044`

Un taux d'avancement est compris entre 0 et 1 : la solution négative est écartée, donc $\tau_f = 0{,}044$, soit $4{,}4\ \%$.

τ_f est très inférieur à 1 : la réaction de l'acide avec l'eau est très limitée, seules $4{,}4\ \%$ des molécules d'acide apportées ont cédé un proton.

$\tau_f = 0{,}044 \ll 1$: l'acide méthanoïque est un acide **faible** dans l'eau.

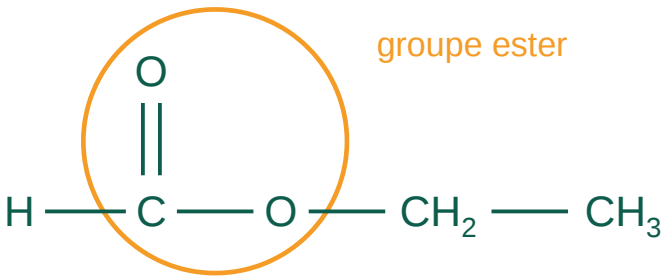
COMPRENDRE
Un acide fort réagit totalement avec l'eau : $\tau_f = 1$. Le critère porte sur le taux d'avancement, pas sur la valeur du pH de la solution.

Q11 Écrire la formule semi-développée du méthanoate d'éthyle, entourer le groupe caractéristique et nommer la famille fonctionnelle associée.

Formule semi-développée : $H-CO-O-CH_2-CH_3$, le carbone du groupe étant doublement lié à un atome d'oxygène (voir la figure). Le groupe entouré est le groupe ester.

Le méthanoate d'éthyle appartient à la famille des **esters**.

PIÈGE
N'entourer que $C=O$: le groupe ester comprend aussi l'atome d'oxygène lié par une liaison simple au carbone. L'atome H porté par ce carbone doit rester visible dans une formule semi-développée.



Q11 · Méthanoate d'éthyle : formule semi-développée, groupe caractéristique entouré

Q12 Attribuer, en justifiant, chaque spectre IR de la figure 4 à l'acide méthanoïque ou au méthanoate d'éthyle.

Données utiles $O-H$ (acide carboxylique) : 2500 à $3200\ cm^{-1}$, bande forte et large ; $C=O$: 1700 à $1800\ cm^{-1}$, bande forte et mince

Les deux molécules possèdent une liaison $C=O$: la bande forte et mince vers $1700\ cm^{-1}$, présente sur les deux spectres, ne permet pas de trancher.

Seul l'acide méthanoïque possède une liaison $O-H$ d'acide carboxylique. Le spectre n°2 présente une bande forte et large entre 2500 et $3200\ cm^{-1}$, absente du spectre n°1, qui ne montre dans cette zone qu'une bande mince ($C-H$).

Spectre n°2 : acide méthanoïque ; spectre n°1 : méthanoate d'éthyle.

MÉTHODE
Pour départager deux spectres, chercher la liaison présente dans une seule des deux molécules, puis citer la bande avec son nombre d'onde et son allure.

Q13 Citer un intérêt à l'utilisation d'un montage à reflux.

Le chauffage à reflux accélère la transformation (la température est un facteur cinétique) sans perte de matière : les vapeurs se condensent dans le réfrigérant et retombent dans le ballon.

PIÈGE
Affirmer que le reflux augmente le rendement : il permet d'atteindre plus vite l'état final, sans le modifier.

Q14 Calculer le rendement de la synthèse.

Données utiles $m = 11{,}5$ g d'éthanol ($M = 46{,}1\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$) ; $m = 11{,}5$ g d'acide méthanoïque ($M = 46{,}0\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$) ; acide restant : $0{,}13$ mol

Quantités initiales : $n_i(\text{acide}) = \dfrac{11{,}5}{46{,}0} = 0{,}250$ mol et $n_i(\text{éthanol}) = \dfrac{11{,}5}{46{,}1} = 0{,}249$ mol.

Les nombres stœchiométriques valent tous 1 : le mélange est pratiquement stœchiométrique et $x_{\max} = 0{,}25$ mol, soit $n_{\max}(\text{ester}) = 0{,}25$ mol.

Une mole d'acide consommée forme une mole d'ester : $n_{\text{exp}}(\text{ester}) = n_i(\text{acide}) - n_f(\text{acide}) = 0{,}250 - 0{,}13 = 0{,}12$ mol.

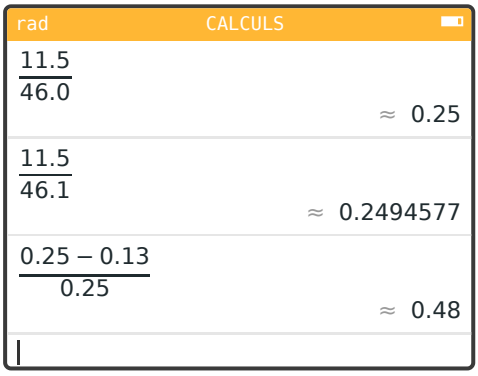
$$\eta = \frac{n_{\text{exp}}(\text{ester})}{n_{\max}(\text{ester})} = \frac{0{,}12}{0{,}25}$$

$\eta = 0{,}48$, soit $48\ \%$

PIÈGE
Utiliser $0{,}13$ mol comme quantité d'ester formé : c'est l'acide restant. La quantité d'ester est égale à la quantité d'acide qui a disparu.

COMPRENDRE
La différence $0{,}250 - 0{,}13$ n'est connue qu'au centième de mole : le rendement se donne avec deux chiffres significatifs.

À LA CALCULATRICE



Q15 À l'aide du tableau de la figure 5, identifier les conditions expérimentales qui permettent d'optimiser le rendement de la synthèse.

Données utiles voie 1 : $67\ \%$; voie 2 : $76\ \%$; voie 3 : $93\ \%$; températures d'ébullition : ester 54 °C, éthanol 79 °C, eau 100 °C, acide 101 °C

Voie 2 comparée à la voie 1 : seule la quantité d'éthanol change ($1{,}0$ mol au lieu de $0{,}50$ mol pour $0{,}25$ mol d'acide). Augmenter l'excès d'un réactif fait passer le rendement de $67\ \%$ à $76\ \%$.

Voie 3 comparée à la voie 1 : mêmes quantités, mais montage de distillation fractionnée. La température en tête de colonne (54 °C) est la température d'ébullition du méthanoate d'éthyle, l'espèce la plus volatile : l'ester est retiré du milieu au fur et à mesure de sa formation. La réaction inverse est alors empêchée et le rendement atteint $93\ \%$.

Deux conditions améliorent le rendement : un réactif en large excès (voie 2) et l'élimination d'un produit au cours de la synthèse (voie 3).

COMPRENDRE
Dans les deux cas, le quotient de réaction est maintenu inférieur à la constante d'équilibre : le système évolue davantage dans le sens direct, celui de la formation de l'ester.

Observer les anneaux de Saturne

Bac 2022 Métropole Septembre Jour 1 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

Q1 Indiquer sur l'annexe, dans les cadres correspondants, les noms « objectif » et « oculaire ».

La lumière venant de l'astre traverse d'abord L_1 : c'est l'objectif. L'œil se place derrière L_2 : c'est l'oculaire.

L_1 : objectif ; L_2 : oculaire (voir l'annexe complétée, Q3).

COMPRENDRE
L'objectif est du côté de l'objet et a la plus grande distance focale ; l'oculaire est du côté de l'œil.

Q2 Justifier que la lunette astronomique modélisée constitue un système optique afocal.

Sur l'annexe, le foyer image F_1' de l'objectif est confondu avec le foyer objet F_2 de l'oculaire.

L'objectif donne d'un objet à l'infini une image intermédiaire située dans son plan focal image, donc dans le plan focal objet de l'oculaire. L'oculaire en donne alors une image à l'infini.

Un objet à l'infini a son image à l'infini : la lunette est **afocale**.

PIÈGE
Répondre seulement « F_1' et F_2 sont confondus » sans dire ce que cela entraîne. Afocal signifie : un faisceau de rayons parallèles entre eux ressort en faisceau de rayons parallèles entre eux.

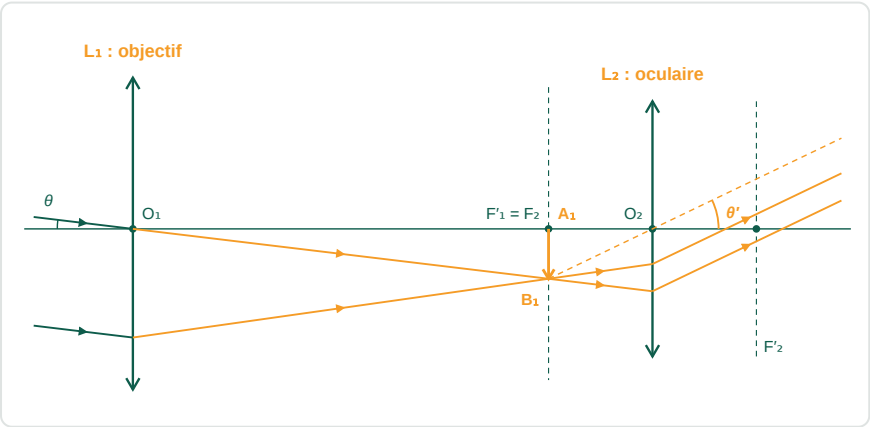
Q3 Construire sur l'annexe l'image d'un objet à l'infini vu sous un angle θ, en construisant l'image intermédiaire et en faisant apparaître l'angle θ' sous lequel est vue l'image finale.

- Le rayon passant par O_1 n'est pas dévié : il coupe le plan focal image de L_1 en B_1. L'image intermédiaire est A_1B_1, avec A_1 en F_1'.
- Le second rayon incident, parallèle au premier, sort de L_1 en passant aussi par B_1.
- B_1 est dans le plan focal objet de L_2 : les rayons issus de B_1 sortent de L_2 tous parallèles à la droite (B_1O_2), tracée en pointillés (rayon passant par O_2, non dévié).
- θ' est l'angle entre l'axe optique et les rayons émergents.

Image intermédiaire A_1B_1 dans le plan focal commun ; image finale à l'infini, vue sous l'angle θ' (annexe ci-dessous).

PIÈGE
Faire passer le second rayon par F_1' après L_1 : ce n'est vrai que pour un rayon parallèle à l'axe optique. Ici il passe par B_1.

MÉTHODE
Pour un faisceau parallèle incliné, chercher d'abord le point du plan focal image où il converge, avec le rayon passant par le centre optique. Tous les autres rayons du faisceau passent par ce point.



Q3 · Annexe complétée : image intermédiaire A₁B₁ dans le plan focal commun, faisceau émergent parallèle, angle θ′

Q4 Donner la définition du grossissement G de la lunette astronomique en fonction des angles θ et θ'.

θ est l'angle sous lequel l'objet est vu à l'œil nu, θ' l'angle sous lequel son image est vue à travers la lunette.

$$G = \frac{\theta'}{\theta}$$

COMPRENDRE
G est un rapport de deux angles exprimés dans la même unité : il n'a pas d'unité.

Q5 Établir l'expression du grossissement de la lunette astronomique : $G = \frac{f'_1}{f'_2}$.

Dans le triangle $O_1A_1B_1$, rectangle en A_1 (avec $A_1 = F'_1$) : $\tan\theta = \frac{A_1B_1}{O_1F'_1} = \frac{A_1B_1}{f'_1}$

Dans le triangle $O_2A_1B_1$, rectangle en A_1 (avec $A_1 = F_2$) : $\tan\theta' = \frac{A_1B_1}{O_2F_2} = \frac{A_1B_1}{f'_2}$

Les angles sont petits : $\tan\theta \approx \theta$ et $\tan\theta' \approx \theta'$, donc

$$G = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{A_1B_1}{f'_2} \times \frac{f'_1}{A_1B_1}$$

$$G = \frac{f'_1}{f'_2}$$

PIÈGE
Oublier de citer l'approximation des petits angles (angles en radians), donnée par le sujet : sans elle, on obtient seulement le rapport des tangentes.

MÉTHODE
Les deux triangles rectangles ont le même côté A_1B_1, l'image intermédiaire : il se simplifie dans le rapport. Nommer les triangles et l'angle droit sur la copie.

Q6 En déduire la valeur de la distance focale f'_2 de l'oculaire à choisir pour obtenir un grossissement de 78.

Données utiles $f'_1 = 700$ mm ; $G = 78$

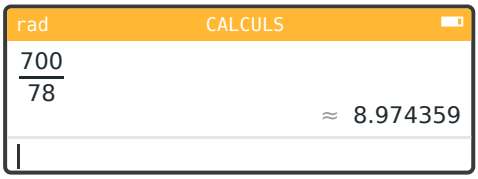
$G = \frac{f'_1}{f'_2}$ donc $f'_2 = \frac{f'_1}{G}$

$$f'_2 = \frac{700}{78} = 9{,}0 \text{ mm}$$

$$f'_2 = 9{,}0 \text{ mm}$$

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme $G = 78$. Le rapport se calcule directement en millimètres : f'_2 sort dans l'unité de f'_1.

À LA CALCULATRICE



Q7 Décrire, en s'appuyant sur un calcul, comment apparaît Saturne à un observateur lors d'une observation à l'œil nu.

Données utiles $D = 1{,}4 \times 10^9$ km ; $R_S = 5{,}8 \times 10^4$ km ; $d_{max} = 7{,}7 \times 10^4$ km ; $\varepsilon = 2{,}9 \times 10^{-4}$ rad

La plus grande dimension de Saturne avec ses anneaux est le diamètre extérieur de l'anneau A : $L = 2\,(R_S + d_{max})$.

Comme $L \ll D$, l'angle sous lequel on la voit depuis la Terre est $\theta \approx \tan\theta = \dfrac{L}{D}$:

$$\theta = \frac{2 \times (5{,}8 \times 10^4 + 7{,}7 \times 10^4)}{1{,}4 \times 10^9} = 1{,}9 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

$\theta < \varepsilon$: l'œil ne distingue pas deux bords opposés des anneaux, et encore moins la planète de ses anneaux.

$\theta = 1{,}9 \times 10^{-4}$ rad $< \varepsilon$: à l'œil nu, Saturne apparaît comme un simple point lumineux, sans anneaux visibles.

PIÈGE
Convertir les distances en mètres est inutile : L et D sont toutes deux en kilomètres, leur rapport donne directement un angle en radians.

COMPRENDRE
Même la plus grande dimension du système est vue sous un angle inférieur à ε : tous les détails plus petits (planète seule, anneaux) sont a fortiori indiscernables.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{2 \times (5.8 \times 10^4 + 7.7 \times 10^4)}{1.4 \times 10^9} \approx 1.928571 \times 10^{-4}$$

Q8 Déterminer le niveau d'observation de Saturne (figure 1) que l'on atteint avec la lunette astronomique utilisée.

Données utiles $G = 78$; $D = 1{,}4 \times 10^9$ km ; $d_{min} = 1{,}4 \times 10^4$ km ; $d_{cas} = 4{,}8 \times 10^3$ km ; $\varepsilon = 2{,}9 \times 10^{-4}$ rad

Un détail de taille d est vu à l'œil nu sous l'angle $\theta = \dfrac{d}{D}$, et à travers la lunette sous l'angle $\theta' = G\,\theta = \dfrac{G\,d}{D}$. Il est distingué si $\theta' > \varepsilon$.

Espace entre la planète et l'anneau C (anneaux séparés de la planète, niveau 3) :

$$\theta'_{min} = \frac{78 \times 1{,}4 \times 10^4}{1{,}4 \times 10^9} = 7{,}8 \times 10^{-4} \text{ rad} > \varepsilon$$

Les anneaux sont vus détachés de la planète : le niveau 3 est atteint.

Division de Cassini (niveau 4) :

$$\theta'_{cas} = \frac{78 \times 4{,}8 \times 10^3}{1{,}4 \times 10^9} = 2{,}7 \times 10^{-4} \text{ rad} < \varepsilon$$

La division de Cassini n'est pas distinguée : le niveau 4 n'est pas atteint.

Avec cette lunette ($G = 78$), on atteint le **niveau 3** : anneaux visibles, sans la division de Cassini.

PIÈGE
Comparer θ à ε en oubliant le grossissement : c'est $\theta' = G\,\theta$ qui entre dans l'œil. Tester chaque niveau avec le détail qui le caractérise, pas seulement la taille totale.

MÉTHODE
Autre voie : le plus petit détail séparé à travers la lunette mesure $d = \dfrac{\varepsilon D}{G} \approx 5{,}2 \times 10^3$ km. C'est moins que d_{min}, mais plus que d_{cas} : même conclusion.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{78 \times 1.4 \times 10^4}{1.4 \times 10^9} \approx 7.8 \times 10^{-4}$$

$$\frac{78 \times 4.8 \times 10^3}{1.4 \times 10^9} \approx 2.674286 \times 10^{-4}$$

Vitesse de la station spatiale internationale

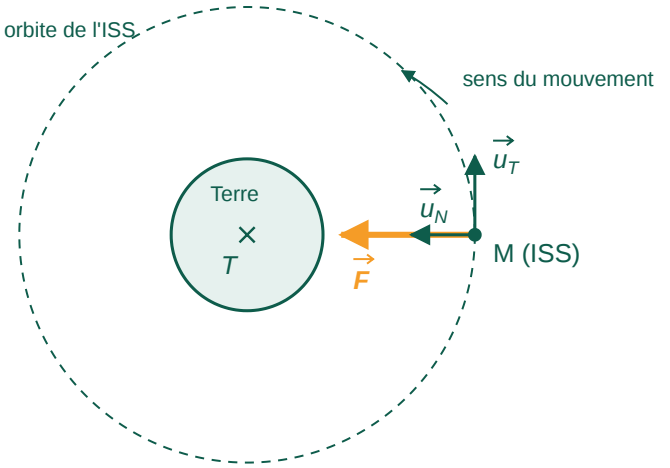
Bac 2022 Métropole Septembre Jour 1 · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

Q1 Schématiser, sans souci d'échelle, la Terre et l'ISS. Placer le repère de Frenet $(\vec{u}_N, \vec{u}_T)$ et représenter la force à laquelle est soumise l'ISS.

Le repère de Frenet a pour origine le point M : $\vec{u}_T$ est tangent à la trajectoire, dans le sens du mouvement ; $\vec{u}_N$ est perpendiculaire à $\vec{u}_T$ et dirigé vers le centre T de la Terre.

La force gravitationnelle $\vec{F}$ exercée par la Terre s'applique en M, selon la droite (MT), et pointe vers T.

PIÈGE
Le repère de Frenet est attaché à l'ISS, pas au centre de la Terre. La force part de M et ne dépasse pas le point T.



Q1 · La Terre, l'ISS, le repère de Frenet et la force gravitationnelle (en orange)

Q2 Donner, dans ce repère, l'expression vectorielle de la force à laquelle est soumise l'ISS.

La force est attractive, dirigée de M vers T, donc de même sens que $\vec{u}_N$; la distance entre les centres vaut R.

$$\vec{F} = \frac{G\,m\,M_T}{R^2}\,\vec{u}_N$$

PIÈGE
Mettre un signe « $-$ » devant $\vec{u}_N$: ce signe apparaît avec un vecteur unitaire dirigé de la Terre vers le satellite, pas avec $\vec{u}_N$ qui pointe vers T.

Q3 Déduire de la seconde loi de Newton l'expression de la vitesse de l'ISS : $v = \sqrt{\dfrac{G\,M_T}{R}}$.

Système {ISS}, de masse m constante ; référentiel géocentrique supposé galiléen ; seule force : $\vec{F}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $\dfrac{G\,m\,M_T}{R^2}\,\vec{u}_N = m\,\vec{a}$, donc

$$\vec{a} = \frac{G\,M_T}{R^2}\,\vec{u}_N$$

Or, pour un mouvement circulaire de rayon R, dans le repère de Frenet : $\vec{a} = \dfrac{v^2}{R}\,\vec{u}_N + \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,\vec{u}_T$.

Par identification selon $\vec{u}_N$: $\dfrac{v^2}{R} = \dfrac{G\,M_T}{R^2}$, donc $v^2 = \dfrac{G\,M_T}{R}$.

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{G\,M_T}{R}}}$$

COMPRENDRE
La masse m de l'ISS se simplifie : à une altitude donnée, tous les satellites en orbite circulaire ont la même vitesse.

MÉTHODE
Orbite circulaire : 1) deuxième loi de Newton ; 2) $\vec{a}$ dans le repère de Frenet ; 3) identification.
Selon $\vec{u}_T$, $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$: le mouvement est uniforme.
Selon $\vec{u}_N$: la vitesse.

Q4 Calculer la valeur de la vitesse v de l'ISS.

Données utiles $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$; $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg ; $R_T = 6371$ km ; $h = 419$ km

Rayon de l'orbite : $R = R_T + h = 6371 + 419 = 6790\ \text{km} = 6{,}790 \times 10^6$ m.

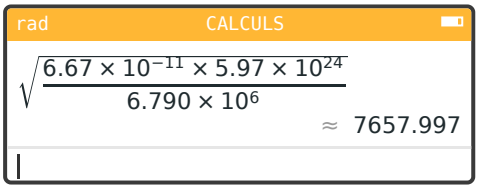
$$v = \sqrt{\frac{G\,M_T}{R_T + h}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}97 \times 10^{24}}{6{,}790 \times 10^6}}$$

$\boxed{v = 7{,}66 \times 10^3\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}\text{, soit } 7{,}66\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}}$

PIÈGE
Prendre $R = h$ ou $R = R_T$: R est la distance au centre de la Terre. Laisser R en kilomètres donne une vitesse fausse d'un facteur $\sqrt{1000}$.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme G, M_T et h, les données les moins précises.

À LA CALCULATRICE



Q5 En exploitant la chronophotographie (figure 2) et le schéma de la figure 1, estimer la vitesse v de l'ISS lors de l'observation. Commenter la valeur obtenue au regard de celle de Q4 et donner au moins un argument qui justifie l'écart.

Données utiles $h = 419$ km ; $d_{TS} = 153 \times 10^6$ km ; $D = 1{,}39 \times 10^6$ km ; $\Delta t = 0{,}11$ s ; $v = 7{,}66\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ (Q4)

Distance S_0S_5. Sur la figure 2 (sujet imprimé en taille réelle), le diamètre du Soleil mesure 10,9 cm et le segment S_0S_5 mesure 10,0 cm. Par proportionnalité :

$$S_0S_5 = D \times \frac{10{,}0}{10{,}9} = 1{,}39 \times 10^6 \times \frac{10{,}0}{10{,}9} = 1{,}28 \times 10^6\ \text{km}$$

Distance M_0M_5. Sur la figure 1, les droites (M_0M_5) et (S_0S_5) sont parallèles et les triangles OM_0M_5 et OS_0S_5 ont le sommet O en commun. D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{M_0M_5}{S_0S_5} = \frac{h}{d_{TS}} \quad \text{donc} \quad M_0M_5 = S_0S_5 \times \frac{h}{d_{TS}}$$

$$M_0M_5 = 1{,}28 \times 10^6 \times \frac{419}{153 \times 10^6} = 3{,}5\ \text{km}$$

Vitesse. Le mouvement est supposé rectiligne uniforme et il y a 5 intervalles de temps entre M_0 et M_5 :

$$v = \frac{M_0M_5}{5\,\Delta t} = \frac{3{,}5}{5 \times 0{,}11} \approx 6{,}3\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$$

(calcul mené sans arrondi intermédiaire).

Commentaire. Cette valeur est inférieure à celle de Q4, avec un écart relatif $\dfrac{7{,}66 - 6{,}3}{7{,}66} \approx 17\ \%$: l'ordre de grandeur est correct, mais l'écart est net.

Arguments. Le Soleil n'est pas forcément à la verticale du télescope : la distance entre O et l'ISS est alors supérieure à h, et M_0M_5 est sous-estimée. De plus, la trajectoire n'est pas forcément perpendiculaire à la direction de visée, les mesures à la règle sont peu précises et le mouvement du télescope, entraîné par la rotation de la Terre, est négligé.

$v \approx 6{,}3\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$, environ 17 % de moins que la valeur de Q4 ($7{,}66\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$).

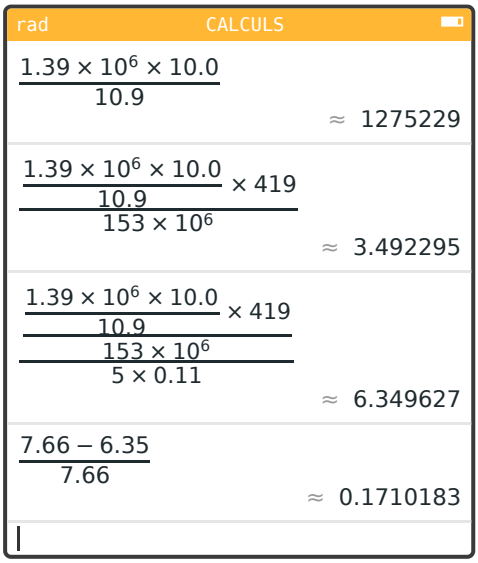
PIÈGE

Six positions, mais seulement cinq intervalles : la durée vaut $5\,\Delta t = 0{,}55$ s, pas $6\,\Delta t$. Dans le rapport de Thalès, les deux distances partent de O : h et d_{TS}, sans ajouter R_T.

COMPRENDRE

Seul le rapport des deux longueurs mesurées compte : si le sujet est imprimé à une autre taille, les deux mesures changent mais leur quotient reste voisin de 0,92. Deux chiffres significatifs suffisent, comme pour Δt.

À LA CALCULATRICE



Contrôle de la largeur d'un fil de suture

Bac 2022 Métropole Septembre Jour 1 · Exercice 4 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

Q1 Indiquer qualitativement comment évolue l'angle caractéristique de diffraction θ avec le diamètre a du fil.

La diffraction est d'autant plus marquée que l'obstacle est fin.

Quand le diamètre a du fil diminue, l'angle caractéristique θ augmente (et inversement).

COMPRENDRE

C'est ce que traduit la relation $\theta = \frac{\lambda}{a}$: à longueur d'onde fixée, θ est inversement proportionnel à a. Un fil deux fois plus fin donne une tache centrale deux fois plus large.

Q2 Écrire, à l'aide de la figure 2, la relation entre l'angle caractéristique de diffraction θ et les grandeurs D et L.

Données utiles pour un angle très petit devant 1 rad : $\tan(\theta) \approx \theta$, avec θ en radian

Dans le triangle rectangle formé par le fil, le centre de la tache centrale et la première extinction, le côté opposé à θ mesure $\frac{L}{2}$ et le côté adjacent mesure D :

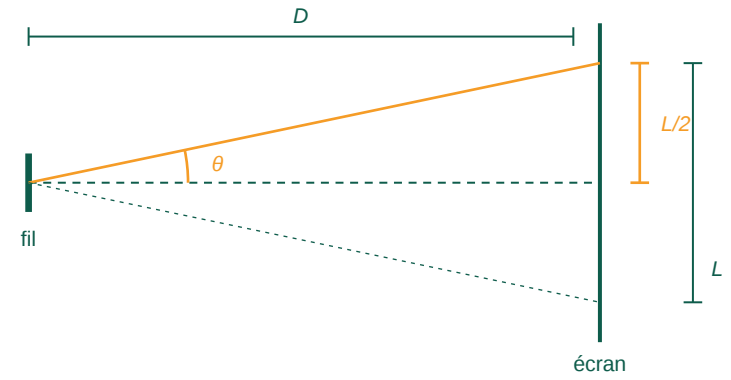
$$\tan(\theta) = \frac{L/2}{D} = \frac{L}{2D}$$

L'angle étant très petit, $\tan(\theta) \approx \theta$:

$\theta = \frac{L}{2D}$ (avec θ en radian)

PIÈGE

Oublier le facteur 2. L'angle θ va du centre de la tache à la première extinction : il intercepte la demi-largeur $\frac{L}{2}$, pas la largeur entière.



Q2 · Montage de la figure 2 vu de dessus

Q3 Établir l'expression de la largeur L de la tache centrale de la figure de diffraction en fonction de λ, D et a.

Données utiles $\theta = \frac{L}{2D}$ (Q2)

Pour la diffraction par un fil de diamètre a, l'angle caractéristique vérifie $\theta = \frac{\lambda}{a}$.

En égalant avec l'expression de Q2 : $\frac{L}{2D} = \frac{\lambda}{a}$

$L = \frac{2\lambda D}{a}$

MÉTHODE

Deux expressions du même angle : l'une vient de l'optique ondulatoire ($\theta = \lambda/a$, à connaître), l'autre de la géométrie du montage. On les égale, puis on isole la grandeur demandée.

Q4 Vérifier que les résultats expérimentaux de la figure 3 sont cohérents avec l'expression établie à la question Q3.

Données utiles $L = \dfrac{2\,\lambda\,D}{a}$ (Q3)

L'expression de Q3 s'écrit $L = k \times \dfrac{1}{a}$ avec $k = 2\,\lambda\,D$ constant (λ et D sont fixés pendant l'expérience) : L est proportionnelle à $\dfrac{1}{a}$.

Sur la figure 3, les sept points sont alignés sur une droite qui passe par l'origine, ce qui traduit bien une situation de proportionnalité entre L et $\dfrac{1}{a}$.

Les mesures sont cohérentes avec $L = \dfrac{2\,\lambda\,D}{a}$.

PIÈGE
Écrire seulement « les points sont alignés » ne suffit pas : une proportionnalité exige une droite qui passe par l'origine. Les deux arguments sont attendus.

Q5 Montrer que la modélisation $L = 1{,}6 \times 10^{-6} \times \dfrac{1}{a}$, avec a et L exprimés en m, permet de rendre compte des résultats expérimentaux.

Données utiles figure 3 : la droite passant par l'origine et au plus près des points passe par le point $\left(\dfrac{1}{a} = 25\,000\ \text{m}^{-1}\ ;\ L = 0{,}041\ \text{m}\right)$

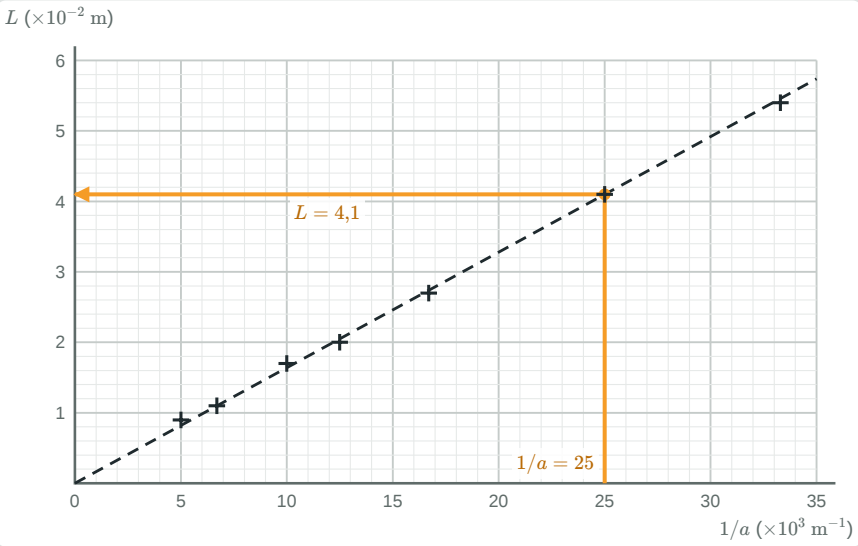
On trace la droite passant par l'origine et au plus près des points expérimentaux, puis on calcule son coefficient directeur k à partir d'un de ses points, choisi loin de l'origine :

$$k = \frac{L}{1/a} = \frac{0{,}041}{25\,000} = 1{,}6 \times 10^{-6}\ \text{m}^2$$

$k = 1{,}6 \times 10^{-6}\ \text{m}^2$: on retrouve le coefficient de la modélisation proposée, $L = 1{,}6 \times 10^{-6} \times \dfrac{1}{a}$.

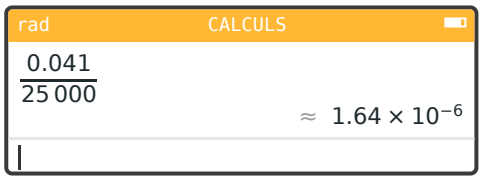
COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme la lecture de L sur le graphique. Une lecture légèrement différente (par exemple $0{,}054$ m pour $33\,000\ \text{m}^{-1}$) redonne $1{,}6 \times 10^{-6}\ \text{m}^2$.

MÉTHODE
Pour un coefficient directeur, on lit un point sur la droite tracée, le plus loin possible de l'origine : l'erreur de lecture pèse alors moins sur le résultat.



Q5 · Figure 3 du sujet, avec la droite modèle et le point de lecture

À LA CALCULATRICE



Q6 En utilisant la figure 4, estimer la valeur du diamètre de ce fil de suture.

Données utiles figure 4 : échelle $1{,}0$ cm (une graduation de l'axe horizontal vaut $0{,}2$ cm) ; $L = 1{,}6 \times 10^{-6} \times \dfrac{1}{a}$ (Q5)

Sur la figure 4, la tache centrale s'étend d'une extinction à l'autre, de part et d'autre du centre. Avec l'échelle fournie, on mesure environ six graduations de $0{,}2$ cm :

$L \approx 1{,}2 \text{ cm} = 1{,}2 \times 10^{-2} \text{ m}$

D'après la modélisation de Q5 : $a = \dfrac{1{,}6 \times 10^{-6}}{L}$

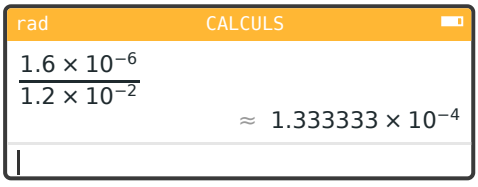
$$a = \frac{1{,}6 \times 10^{-6}}{1{,}2 \times 10^{-2}} = 1{,}3 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$a \approx 1{,}3 \times 10^{-4} \text{ m} = 0{,}13 \text{ mm}$

PIÈGE
Mesurer seulement la partie blanche, saturée, de la tache. La largeur L se mesure entre les milieux des deux zones sombres qui encadrent la tache centrale. Et L doit être converti en mètre.

COMPRENDRE
La lecture sur une photographie est peu précise : toute valeur de L entre $1{,}1$ et $1{,}3$ cm est recevable et conduit à un diamètre compris entre $0{,}12$ et $0{,}15$ mm.

À LA CALCULATRICE



Q7 Analyser le résultat de la mesure en lien avec la plage de référence indiquée sur l'étiquette du fil de suture.

Données utiles $u(a) = a \times \dfrac{u(L)}{L}$; $u(L) = 1 \times 10^{-3}$ m ; $a = 1{,}3 \times 10^{-4}$ m et $L = 1{,}2 \times 10^{-2}$ m (Q6) ; étiquette : fil 5/0, diamètre de $0{,}100$ à $0{,}149$ mm

$$u(a) = a \times \frac{u(L)}{L} = 1{,}3 \times 10^{-4} \times \frac{1 \times 10^{-3}}{1{,}2 \times 10^{-2}} = 1 \times 10^{-5} \text{ m}$$

Le résultat de la mesure s'écrit $a = (1{,}3 \pm 0{,}1) \times 10^{-4}$ m, soit $a = (0{,}13 \pm 0{,}01)$ mm.

L'étiquette indique un fil 5/0 : d'après la nomenclature USP, son diamètre doit être compris entre $0{,}100$ mm et $0{,}149$ mm.

La valeur mesurée, $0{,}13$ mm, et tout l'intervalle $[0{,}12\ ;\ 0{,}14]$ mm appartiennent à la plage $0{,}100$ à $0{,}149$ mm : la mesure est en accord avec l'étiquette.

PIÈGE
Comparer des grandeurs dans des unités différentes : le tableau est en millimètre, le calcul en mètre. $1{,}3 \times 10^{-4} \text{ m} = 0{,}13 \text{ mm}$.

COMPRENDRE
Une incertitude-type s'écrit avec un seul chiffre significatif, et la valeur mesurée s'arrête au même rang décimal qu'elle : ici le centième de millimètre.

À LA CALCULATRICE

