Contrôle de la largeur d'un fil de suture

Bac 2022 Métropole Septembre Jour 1 · Exercice 4 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

Q1 Indiquer qualitativement comment évolue l'angle caractéristique de diffraction θ avec le diamètre a du fil.

La diffraction est d'autant plus marquée que l'obstacle est fin.

Quand le diamètre a du fil diminue, l'angle caractéristique θ augmente (et inversement).

COMPRENDRE

C'est ce que traduit la relation $\theta = \frac{\lambda}{a}$: à longueur d'onde fixée, θ est inversement proportionnel à a. Un fil deux fois plus fin donne une tache centrale deux fois plus large.

Q2 Écrire, à l'aide de la figure 2, la relation entre l'angle caractéristique de diffraction θ et les grandeurs D et L.

Données utiles pour un angle très petit devant 1 rad : $\tan(\theta) \approx \theta$, avec θ en radian

Dans le triangle rectangle formé par le fil, le centre de la tache centrale et la première extinction, le côté opposé à θ mesure $\frac{L}{2}$ et le côté adjacent mesure D :

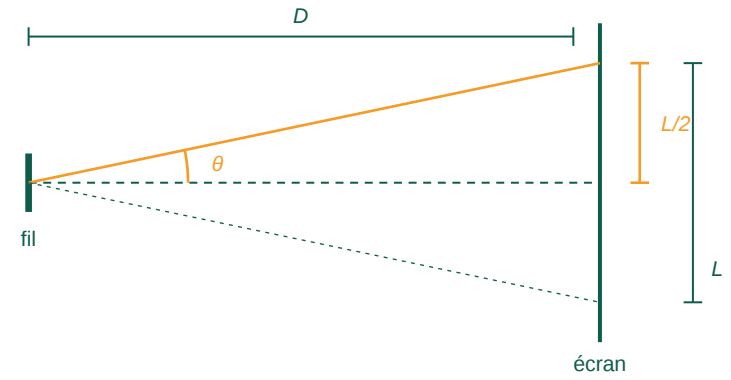
$$\tan(\theta) = \frac{L/2}{D} = \frac{L}{2D}$$

L'angle étant très petit, $\tan(\theta) \approx \theta$:

$\theta = \frac{L}{2D}$ (avec θ en radian)

PIÈGE

Oublier le facteur 2. L'angle θ va du centre de la tache à la première extinction : il intercepte la demi-largeur $\frac{L}{2}$, pas la largeur entière.



Q2 · Montage de la figure 2 vu de dessus

Q3 Établir l'expression de la largeur L de la tache centrale de la figure de diffraction en fonction de λ, D et a.

Données utiles $\theta = \frac{L}{2D}$ (Q2)

Pour la diffraction par un fil de diamètre a, l'angle caractéristique vérifie $\theta = \frac{\lambda}{a}$.

En égalant avec l'expression de Q2 : $\frac{L}{2D} = \frac{\lambda}{a}$

$L = \frac{2\lambda D}{a}$

MÉTHODE

Deux expressions du même angle : l'une vient de l'optique ondulatoire ($\theta = \lambda/a$, à connaître), l'autre de la géométrie du montage. On les égale, puis on isole la grandeur demandée.

Q4 Vérifier que les résultats expérimentaux de la figure 3 sont cohérents avec l'expression établie à la question Q3.

Données utiles $L = \dfrac{2\,\lambda\,D}{a}$ (Q3)

L'expression de Q3 s'écrit $L = k \times \dfrac{1}{a}$ avec $k = 2\,\lambda\,D$ constant (λ et D sont fixés pendant l'expérience) : L est proportionnelle à $\dfrac{1}{a}$.

Sur la figure 3, les sept points sont alignés sur une droite qui passe par l'origine, ce qui traduit bien une situation de proportionnalité entre L et $\dfrac{1}{a}$.

Les mesures sont cohérentes avec $L = \dfrac{2\,\lambda\,D}{a}$.

PIÈGE
Écrire seulement « les points sont alignés » ne suffit pas : une proportionnalité exige une droite qui passe par l'origine. Les deux arguments sont attendus.

Q5 Montrer que la modélisation $L = 1{,}6 \times 10^{-6} \times \dfrac{1}{a}$, avec a et L exprimés en m, permet de rendre compte des résultats expérimentaux.

Données utiles figure 3 : la droite passant par l'origine et au plus près des points passe par le point $\left(\dfrac{1}{a} = 25\,000\ \text{m}^{-1}\ ;\ L = 0{,}041\ \text{m}\right)$

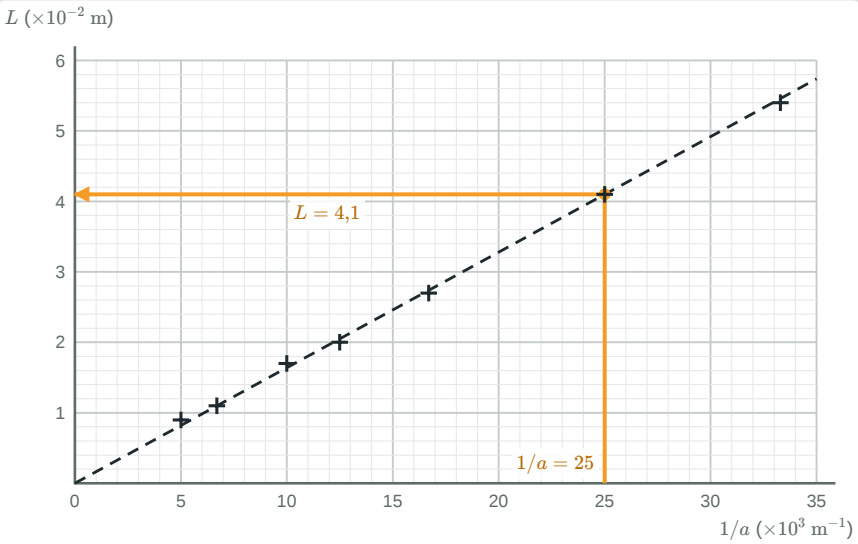
On trace la droite passant par l'origine et au plus près des points expérimentaux, puis on calcule son coefficient directeur k à partir d'un de ses points, choisi loin de l'origine :

$$k = \frac{L}{1/a} = \frac{0{,}041}{25\,000} = 1{,}6 \times 10^{-6}\ \text{m}^2$$

$k = 1{,}6 \times 10^{-6}\ \text{m}^2$: on retrouve le coefficient de la modélisation proposée, $L = 1{,}6 \times 10^{-6} \times \dfrac{1}{a}$.

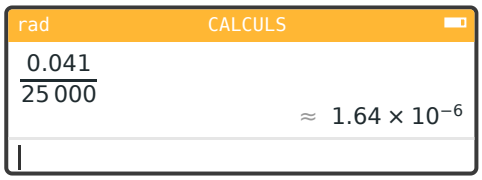
COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme la lecture de L sur le graphique. Une lecture légèrement différente (par exemple $0{,}054$ m pour $33\,000\ \text{m}^{-1}$) redonne $1{,}6 \times 10^{-6}\ \text{m}^2$.

MÉTHODE
Pour un coefficient directeur, on lit un point sur la droite tracée, le plus loin possible de l'origine : l'erreur de lecture pèse alors moins sur le résultat.



Q5 · Figure 3 du sujet, avec la droite modèle et le point de lecture

À LA CALCULATRICE



Q6 En utilisant la figure 4, estimer la valeur du diamètre de ce fil de suture.

Données utiles figure 4 : échelle 1,0 cm (une graduation de l'axe horizontal vaut 0,2 cm) ; $L = 1{,}6 \times 10^{-6} \times \frac{1}{a}$ (Q5)

Sur la figure 4, la tache centrale s'étend d'une extinction à l'autre, de part et d'autre du centre. Avec l'échelle fournie, on mesure environ six graduations de 0,2 cm :

$L \approx 1{,}2 \text{ cm} = 1{,}2 \times 10^{-2} \text{ m}$

D'après la modélisation de Q5 : $a = \dfrac{1{,}6 \times 10^{-6}}{L}$

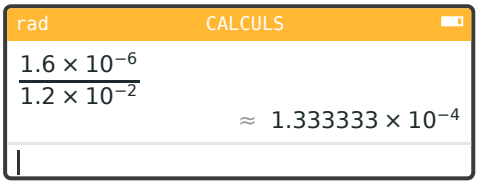
$$a = \frac{1{,}6 \times 10^{-6}}{1{,}2 \times 10^{-2}} = 1{,}3 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$a \approx 1{,}3 \times 10^{-4} \text{ m} = 0{,}13 \text{ mm}$

PIÈGE
Mesurer seulement la partie blanche, saturée, de la tache. La largeur L se mesure entre les milieux des deux zones sombres qui encadrent la tache centrale. Et L doit être converti en mètre.

COMPRENDRE
La lecture sur une photographie est peu précise : toute valeur de L entre 1,1 et 1,3 cm est recevable et conduit à un diamètre compris entre 0,12 et 0,15 mm.

À LA CALCULATRICE



Q7 Analyser le résultat de la mesure en lien avec la plage de référence indiquée sur l'étiquette du fil de suture.

Données utiles $u(a) = a \times \dfrac{u(L)}{L}$; $u(L) = 1 \times 10^{-3}$ m ; $a = 1{,}3 \times 10^{-4}$ m et $L = 1{,}2 \times 10^{-2}$ m (Q6) ; étiquette : fil 5/0, diamètre de 0,100 à 0,149 mm

$$u(a) = a \times \frac{u(L)}{L} = 1{,}3 \times 10^{-4} \times \frac{1 \times 10^{-3}}{1{,}2 \times 10^{-2}} = 1 \times 10^{-5} \text{ m}$$

Le résultat de la mesure s'écrit $a = (1{,}3 \pm 0{,}1) \times 10^{-4}$ m, soit $a = (0{,}13 \pm 0{,}01)$ mm.

L'étiquette indique un fil 5/0 : d'après la nomenclature USP, son diamètre doit être compris entre 0,100 mm et 0,149 mm.

La valeur mesurée, 0,13 mm, et tout l'intervalle $[0{,}12\ ;\ 0{,}14]$ mm appartiennent à la plage 0,100 à 0,149 mm : la mesure est en accord avec l'étiquette.

PIÈGE
Comparer des grandeurs dans des unités différentes : le tableau est en millimètre, le calcul en mètre. $1{,}3 \times 10^{-4} \text{ m} = 0{,}13 \text{ mm}$.

COMPRENDRE
Une incertitude-type s'écrit avec un seul chiffre significatif, et la valeur mesurée s'arrête au même rang décimal qu'elle : ici le centième de millimètre.

À LA CALCULATRICE

