Observer les anneaux de Saturne

Bac 2022 Métropole Septembre Jour 1 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

Q1 Indiquer sur l'annexe, dans les cadres correspondants, les noms « objectif » et « oculaire ».

La lumière venant de l'astre traverse d'abord L_1 : c'est l'objectif. L'œil se place derrière L_2 : c'est l'oculaire.

L_1 : objectif ; L_2 : oculaire (voir l'annexe complétée, Q3).

COMPRENDRE
L'objectif est du côté de l'objet et a la plus grande distance focale ; l'oculaire est du côté de l'œil.

Q2 Justifier que la lunette astronomique modélisée constitue un système optique afocal.

Sur l'annexe, le foyer image F_1' de l'objectif est confondu avec le foyer objet F_2 de l'oculaire.

L'objectif donne d'un objet à l'infini une image intermédiaire située dans son plan focal image, donc dans le plan focal objet de l'oculaire. L'oculaire en donne alors une image à l'infini.

Un objet à l'infini a son image à l'infini : la lunette est **afocale**.

PIÈGE
Répondre seulement « F_1' et F_2 sont confondus » sans dire ce que cela entraîne. Afocal signifie : un faisceau de rayons parallèles entre eux ressort en faisceau de rayons parallèles entre eux.

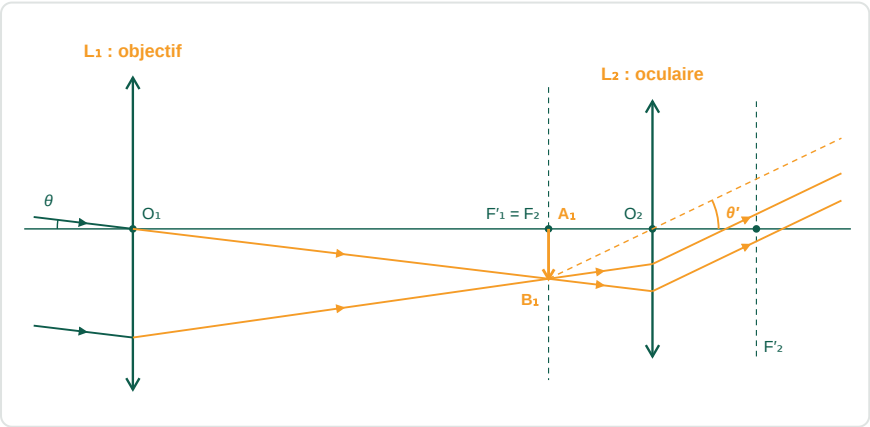
Q3 Construire sur l'annexe l'image d'un objet à l'infini vu sous un angle θ, en construisant l'image intermédiaire et en faisant apparaître l'angle θ' sous lequel est vue l'image finale.

- Le rayon passant par O_1 n'est pas dévié : il coupe le plan focal image de L_1 en B_1. L'image intermédiaire est A_1B_1, avec A_1 en F_1'.
- Le second rayon incident, parallèle au premier, sort de L_1 en passant aussi par B_1.
- B_1 est dans le plan focal objet de L_2 : les rayons issus de B_1 sortent de L_2 tous parallèles à la droite (B_1O_2), tracée en pointillés (rayon passant par O_2, non dévié).
- θ' est l'angle entre l'axe optique et les rayons émergents.

Image intermédiaire A_1B_1 dans le plan focal commun ; image finale à l'infini, vue sous l'angle θ' (annexe ci-dessous).

PIÈGE
Faire passer le second rayon par F_1' après L_1 : ce n'est vrai que pour un rayon parallèle à l'axe optique. Ici il passe par B_1.

MÉTHODE
Pour un faisceau parallèle incliné, chercher d'abord le point du plan focal image où il converge, avec le rayon passant par le centre optique. Tous les autres rayons du faisceau passent par ce point.



Q3 · Annexe complétée : image intermédiaire A₁B₁ dans le plan focal commun, faisceau émergent parallèle, angle θ′

Q4 Donner la définition du grossissement G de la lunette astronomique en fonction des angles θ et θ'.

θ est l'angle sous lequel l'objet est vu à l'œil nu, θ' l'angle sous lequel son image est vue à travers la lunette.

$$G = \frac{\theta'}{\theta}$$

COMPRENDRE
G est un rapport de deux angles exprimés dans la même unité : il n'a pas d'unité.

Q5 Établir l'expression du grossissement de la lunette astronomique : $G = \frac{f'_1}{f'_2}$.

Dans le triangle $O_1A_1B_1$, rectangle en A_1 (avec $A_1 = F'_1$) : $\tan\theta = \frac{A_1B_1}{O_1F'_1} = \frac{A_1B_1}{f'_1}$

Dans le triangle $O_2A_1B_1$, rectangle en A_1 (avec $A_1 = F_2$) : $\tan\theta' = \frac{A_1B_1}{O_2F_2} = \frac{A_1B_1}{f'_2}$

Les angles sont petits : $\tan\theta \approx \theta$ et $\tan\theta' \approx \theta'$, donc

$$G = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{A_1B_1}{f'_2} \times \frac{f'_1}{A_1B_1}$$

$$G = \frac{f'_1}{f'_2}$$

PIÈGE
Oublier de citer l'approximation des petits angles (angles en radians), donnée par le sujet : sans elle, on obtient seulement le rapport des tangentes.

MÉTHODE
Les deux triangles rectangles ont le même côté A_1B_1, l'image intermédiaire : il se simplifie dans le rapport. Nommer les triangles et l'angle droit sur la copie.

Q6 En déduire la valeur de la distance focale f'_2 de l'oculaire à choisir pour obtenir un grossissement de 78.

Données utiles $f'_1 = 700$ mm ; $G = 78$

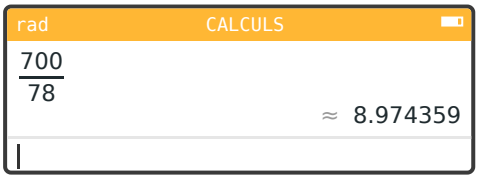
$G = \frac{f'_1}{f'_2}$ donc $f'_2 = \frac{f'_1}{G}$

$$f'_2 = \frac{700}{78} = 9{,}0 \text{ mm}$$

$$f'_2 = 9{,}0 \text{ mm}$$

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme $G = 78$. Le rapport se calcule directement en millimètres : f'_2 sort dans l'unité de f'_1.

À LA CALCULATRICE



Q7 Décrire, en s'appuyant sur un calcul, comment apparaît Saturne à un observateur lors d'une observation à l'œil nu.

Données utiles $D = 1{,}4 \times 10^9$ km ; $R_S = 5{,}8 \times 10^4$ km ; $d_{max} = 7{,}7 \times 10^4$ km ; $\varepsilon = 2{,}9 \times 10^{-4}$ rad

La plus grande dimension de Saturne avec ses anneaux est le diamètre extérieur de l'anneau A : $L = 2\,(R_S + d_{max})$.

Comme $L \ll D$, l'angle sous lequel on la voit depuis la Terre est $\theta \approx \tan\theta = \dfrac{L}{D}$:

$$\theta = \frac{2 \times (5{,}8 \times 10^4 + 7{,}7 \times 10^4)}{1{,}4 \times 10^9} = 1{,}9 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

$\theta < \varepsilon$: l'œil ne distingue pas deux bords opposés des anneaux, et encore moins la planète de ses anneaux.

$\theta = 1{,}9 \times 10^{-4}$ rad $< \varepsilon$: à l'œil nu, Saturne apparaît comme un simple point lumineux, sans anneaux visibles.

PIÈGE
Convertir les distances en mètres est inutile : L et D sont toutes deux en kilomètres, leur rapport donne directement un angle en radians.

COMPRENDRE
Même la plus grande dimension du système est vue sous un angle inférieur à ε : tous les détails plus petits (planète seule, anneaux) sont a fortiori indiscernables.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{2 \times (5.8 \times 10^4 + 7.7 \times 10^4)}{1.4 \times 10^9} \approx 1.928571 \times 10^{-4}$$

Q8 Déterminer le niveau d'observation de Saturne (figure 1) que l'on atteint avec la lunette astronomique utilisée.

Données utiles $G = 78$; $D = 1{,}4 \times 10^9$ km ; $d_{min} = 1{,}4 \times 10^4$ km ; $d_{cas} = 4{,}8 \times 10^3$ km ; $\varepsilon = 2{,}9 \times 10^{-4}$ rad

Un détail de taille d est vu à l'œil nu sous l'angle $\theta = \dfrac{d}{D}$, et à travers la lunette sous l'angle $\theta' = G\,\theta = \dfrac{G\,d}{D}$. Il est distingué si $\theta' > \varepsilon$.

Espace entre la planète et l'anneau C (anneaux séparés de la planète, niveau 3) :

$$\theta'_{min} = \frac{78 \times 1{,}4 \times 10^4}{1{,}4 \times 10^9} = 7{,}8 \times 10^{-4} \text{ rad} > \varepsilon$$

Les anneaux sont vus détachés de la planète : le niveau 3 est atteint.

Division de Cassini (niveau 4) :

$$\theta'_{cas} = \frac{78 \times 4{,}8 \times 10^3}{1{,}4 \times 10^9} = 2{,}7 \times 10^{-4} \text{ rad} < \varepsilon$$

La division de Cassini n'est pas distinguée : le niveau 4 n'est pas atteint.

Avec cette lunette ($G = 78$), on atteint le **niveau 3** : anneaux visibles, sans la division de Cassini.

PIÈGE
Comparer θ à ε en oubliant le grossissement : c'est $\theta' = G\,\theta$ qui entre dans l'œil. Tester chaque niveau avec le détail qui le caractérise, pas seulement la taille totale.

MÉTHODE
Autre voie : le plus petit détail séparé à travers la lunette mesure $d = \dfrac{\varepsilon D}{G} \approx 5{,}2 \times 10^3$ km. C'est moins que d_{min}, mais plus que d_{cas} : même conclusion.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{78 \times 1.4 \times 10^4}{1.4 \times 10^9} \approx 7.8 \times 10^{-4}$$

$$\frac{78 \times 4.8 \times 10^3}{1.4 \times 10^9} \approx 2.674286 \times 10^{-4}$$