Un radar de contrôle de vitesses

Bac 2022 Amérique du Nord Jour 2 · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

1 Déterminer, en justifiant, les sanctions encourues par le conducteur.

Données utiles $v = 25\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; route sèche à double sens sans séparateur : $80\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$; tolérance : $5\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$

Conversion : $v = 25 \times 3{,}6 = 90\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.

Avec la tolérance, la vitesse retenue est $90 - 5 = 85\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$. La limite est de $80\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$: le dépassement est de $5\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.

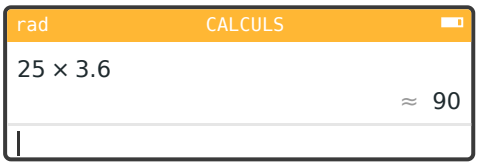
L'écart est inférieur à $20\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ et la vitesse maximale autorisée est supérieure à $50\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$: c'est la deuxième ligne du tableau.

Amende forfaitaire de 68 euros et retrait d'un point sur le permis de conduire.

COMPRENDRE
Sans la tolérance, l'écart vaut $10\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$: la ligne du tableau, donc la sanction, reste la même.

MÉTHODE
Pour passer des $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ aux $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$, on multiplie par 3,6, car $1\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1} = \dfrac{10^{-3}\ \text{km}}{(1/3600)\ \text{h}}$.

À LA CALCULATRICE



2 Justifier que les occupants du véhicule flashé n'ont vu qu'un seul éclair lumineux.

Données utiles durée entre les débuts des deux flashs : au plus 52 ms ; persistance rétinienne : environ 0,070 s

La persistance rétinienne dure environ $0{,}070\ \text{s} = 70\ \text{ms}$.

Le second flash commence au plus tard 52 ms après le premier, et $52\ \text{ms} < 70\ \text{ms}$: l'image du premier éclair est encore présente sur la rétine quand le second arrive. L'œil ne sépare pas les deux éclairs.

$52\ \text{ms} < 70\ \text{ms}$: les deux flashs sont perçus comme un seul éclair.

PIÈGE
Comparer 52 et 0,070 sans les mettre dans la même unité. La comparaison chiffrée est attendue : citer la persistance rétinienne ne suffit pas.

3 Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C aux bornes du condensateur lorsque l'interrupteur est en position 1.

On note i l'intensité du courant, orientée de la borne $+$ du générateur vers le condensateur, et u_R la tension aux bornes du conducteur ohmique en convention récepteur.

Loi des mailles : $E = u_R + u_C$.

Loi d'Ohm : $u_R = R\,i$.

Pour le condensateur : $i = \dfrac{\text{d}q}{\text{d}t}$ et $q = C\,u_C$, avec C constante, donc $i = C\,\dfrac{\text{d}u_C}{\text{d}t}$.

En remplaçant : $E = R\,C\,\dfrac{\text{d}u_C}{\text{d}t} + u_C$.

$$\frac{\text{d}u_C}{\text{d}t} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC}$$

PIÈGE
Oublier d'orienter le circuit. Sans sens choisi pour i et sans flèches de tension, les signes de la loi des mailles ne sont pas justifiés.

MÉTHODE
Toujours les trois mêmes étapes : loi des mailles, loi d'Ohm, relation $i = C\,\dfrac{\text{d}u_C}{\text{d}t}$. On élimine ensuite i et u_R pour ne garder que u_C.

4 Les solutions sont de la forme $u_C = A + B \times e^{-t/\tau}$. Déterminer, en justifiant, les expressions littérales des constantes A, B et τ.

On dérive : $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{B}{\tau}\,e^{-t/\tau}$.

On reporte dans $RC\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = E$:

$$-\frac{RC}{\tau}\,B\,e^{-t/\tau} + A + B\,e^{-t/\tau} = E \quad \text{soit} \quad B\left(1 - \frac{RC}{\tau}\right)e^{-t/\tau} + A = E$$

Cette égalité doit être vraie à chaque instant, ce qui impose $1 - \dfrac{RC}{\tau} = 0$ et $A = E$.

Condition initiale : le condensateur est déchargé, $u_C(0) = 0$, donc $A + B = 0$, soit $B = -E$.

$\boxed{A = E\ ;\ B = -E\ ;\ \tau = RC,\ \text{d'où}\ u_C = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$

PIÈGE
Donner $B = E$. À $t = 0$ l'exponentielle vaut 1, donc $u_C(0) = A + B$: il faut $B = -E$ pour partir de 0 V.

COMPRENDRE
A est la tension atteinte en fin de charge : quand t devient très grand, l'exponentielle tend vers 0 et u_C tend vers E, ce que montre la courbe (palier à 6,0 V).

5 Déterminer, en justifiant, la valeur de la capacité du condensateur utilisé.

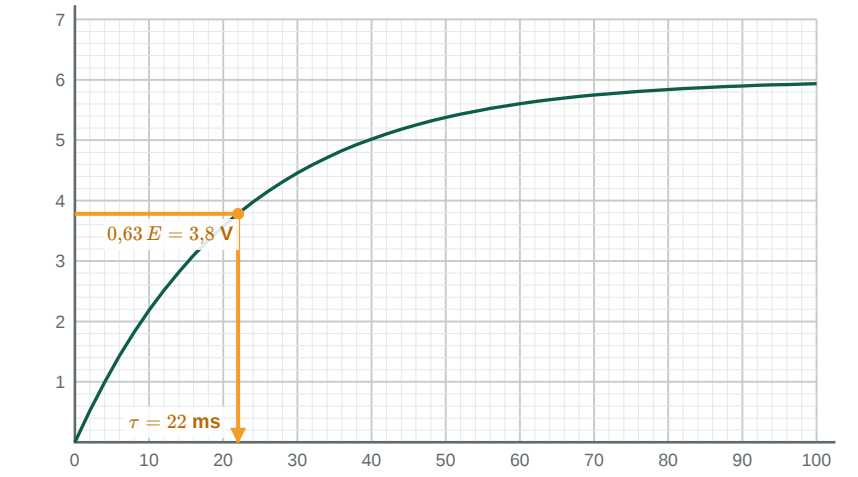
Données utiles $E = 6{,}0$ V ; $R = 47\ \Omega$; courbe de charge $u_C(t)$; $\tau = RC$ (Q4)

À $t = \tau$: $u_C(\tau) = E\left(1 - e^{-1}\right) = 0{,}63\,E = 0{,}63 \times 6{,}0 = 3{,}8$ V.

Sur la courbe, le point d'ordonnée 3,8 V a pour abscisse $\tau = 0{,}022$ s.

Comme $\tau = RC$: $\quad C = \dfrac{\tau}{R} = \dfrac{0{,}022}{47} = 4{,}7 \times 10^{-4}$ F

$\boxed{C = 4{,}7 \times 10^{-4}\ \text{F, soit } 470\ \mu\text{F}}$



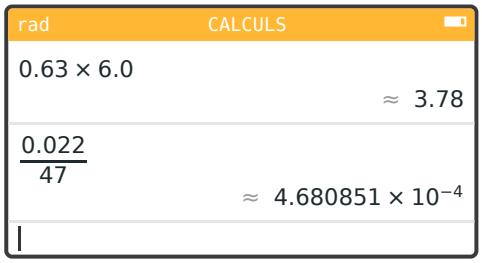
5 · Charge du condensateur : lecture de la constante de temps

PIÈGE
Lire le temps où u_C semble atteindre 6,0 V : ce n'est pas τ, mais environ $5\,\tau$.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme E, R et la lecture de τ. Le résultat est cohérent avec les 470 μF annoncés dans la suite du sujet.

MÉTHODE
Autre lecture possible : la tangente à l'origine coupe l'asymptote $u_C = E$ à l'abscisse $t = \tau$. La méthode des 63 % est plus précise sur une courbe expérimentale.

À LA CALCULATRICE



6 Vérifier si le dispositif de l'élève permet d'émettre les deux flashs avec le décalage temporel de 52 ms imposé par le cinémomètre.

Données utiles $C = 470\ \mu\text{F}$; décharge jusqu'à 3,30 V : $\Delta t_1 = 8{,}0\ \text{ms}$; bascule à $W_{\text{cond}} = 7{,}0 \times 10^{-3}\ \text{J}$; $W_{\text{cond}} = \frac{1}{2} C\, u_C^2$; courbe de recharge

Le premier flash commence quand l'interrupteur passe en position 2, le second quand il y revient. La durée entre les deux débuts est donc $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2$, avec Δt_1 la durée de la décharge et Δt_2 celle de la recharge.

Décharge : $\Delta t_1 = 8{,}0\ \text{ms}$ (donnée).

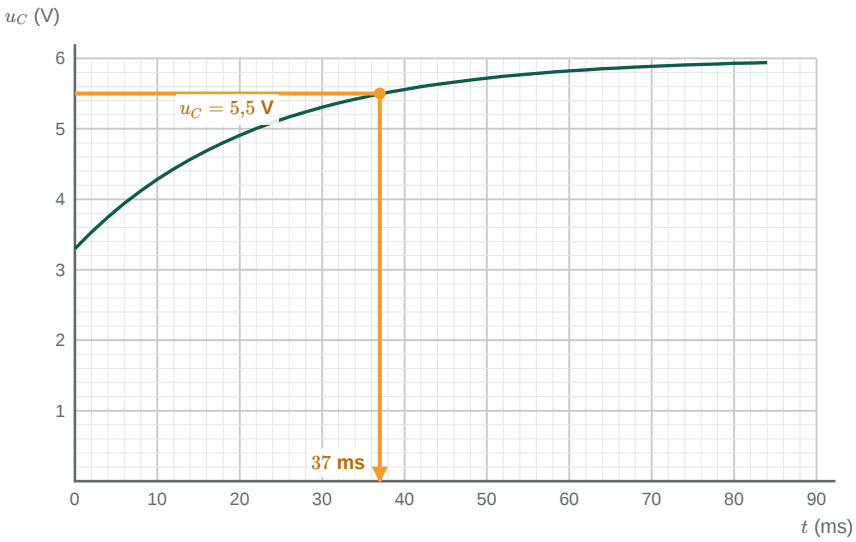
Recharge : elle s'arrête quand l'énergie stockée vaut $7{,}0 \times 10^{-3}$ J. La tension est alors

$$u_C = \sqrt{\frac{2\,W_{\text{cond}}}{C}} = \sqrt{\frac{2 \times 7{,}0 \times 10^{-3}}{470 \times 10^{-6}}} = 5{,}5\ \text{V}$$

Sur la courbe de recharge, qui part de 3,30 V à $t = 0$, la tension atteint 5,5 V à $t \approx 0{,}037$ s : $\Delta t_2 \approx 37$ ms.

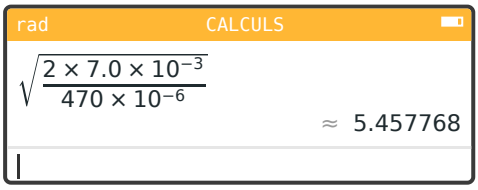
Bilan : $\Delta t = 8{,}0 + 37 = 45$ ms.

$\Delta t \approx 45\ \text{ms} < 52\ \text{ms}$: le dispositif de l'élève convient.



6 · Recharge avant le second flash : durée pour atteindre 5,5 V

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Laisser C en microfarads dans le calcul, ou oublier d'ajouter les 8,0 ms de décharge : le décalage se mesure entre les débuts des deux flashs.

COMPRENDRE
La courbe est presque plate vers 5,5 V : une lecture entre 35 et 38 ms est acceptable. Dans tous les cas, le total reste inférieur à 52 ms et la conclusion ne change pas.

MÉTHODE
Résolution de problème : annoncer la grandeur cherchée, la découper en étapes, calculer chacune, puis conclure par une comparaison chiffrée à la valeur imposée.