La pente d'eau de Montech

Bac 2022 Amérique du Nord Jour 2 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

A.1 Donner la relation entre le vecteur accélération $\vec{a}(t)$ et le vecteur vitesse $\vec{v}(t)$, puis en déduire, en justifiant, celle entre les normes $a(t)$ et $v(t)$.

Par définition : $\vec{a}(t) = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}(t)$.

Le mouvement de G est rectiligne le long de l'axe Ox, et $\vec{i}$ est un vecteur fixe : $\vec{v} = v_x\,\vec{i}$ donc $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\,\vec{i}$.

Le système avance dans le sens de $\vec{i}$ et sa vitesse ne diminue jamais : $v_x = v \geqslant 0$ et $\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} \geqslant 0$. La norme de $\vec{a}$ est donc :

$$a(t) = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}(t)$$

PIÈGE
Cette égalité entre normes n'est pas générale. Dans un mouvement circulaire uniforme, v est constante alors que a n'est pas nulle. Il faut donc la justifier par le caractère rectiligne du mouvement.

A.2 À l'aide de la courbe, montrer que l'accélération est constante entre $t_0 = 0$ s et $t_1 = 100$ s et qu'elle vaut $a_0 = 1{,}20 \times 10^{-2}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. En déduire l'équation horaire $v(t)$ en fonction de a_0 et t.

Données utiles lecture graphique : $v_x = 1{,}20\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ à $t_1 = 100$ s ; $v_x = 0$ à $t_0 = 0$ s

Entre 0 et 100 s, les points de mesure sont alignés sur une droite passant par l'origine. Or $a = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ (A.1) est le coefficient directeur de cette droite : l'accélération est constante.

$$a_0 = \frac{v(t_1) - v(t_0)}{t_1 - t_0} = \frac{1{,}20 - 0}{100 - 0} = 1{,}20 \times 10^{-2}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

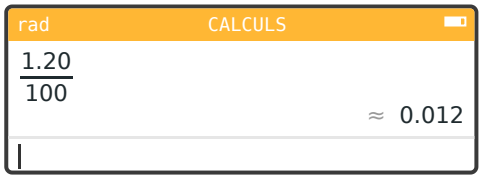
$\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = a_0$ donc, en primitivant, $v(t) = a_0\,t + C$. À $t = 0$, $v(0) = 0$ donc $C = 0$.

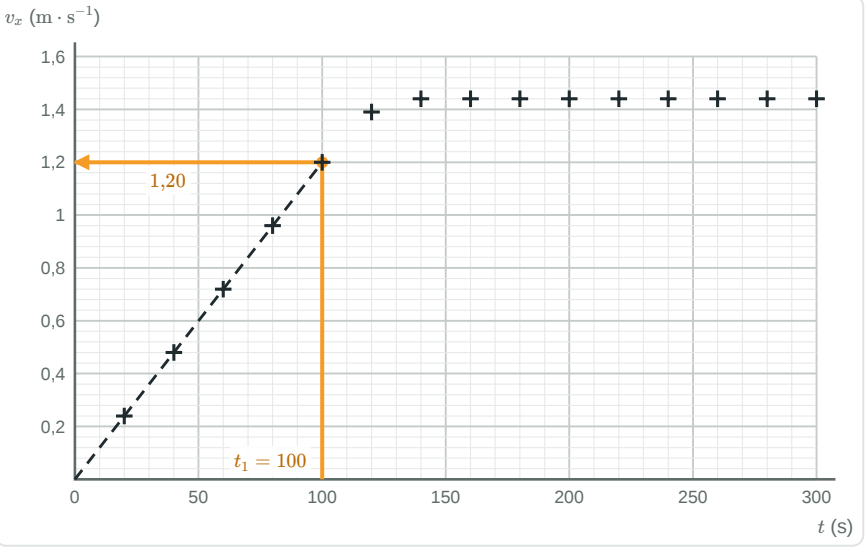
$a_0 = 1{,}20 \times 10^{-2}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ (valeur attendue) et $v(t) = a_0\,t$

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme la vitesse lue sur le graphique ($1{,}20\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$). On écrit donc $1{,}20 \times 10^{-2}$ et non $1{,}2 \times 10^{-2}$.

MÉTHODE
Pour un coefficient directeur, choisir deux points éloignés et situés sur un croisement du quadrillage : ici l'origine et le point d'abscisse 100 s.

À LA CALCULATRICE





A.2 · Courbe du sujet : droite passant par l'origine jusqu'à 100 s, puis palier

A.3 Montrer que l'équation horaire de la position de G s'écrit, entre $t_0 = 0$ s et $t_1 = 100$ s : $x(t) = \frac{1}{2}\, a_0\, t^2$.

$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ et $v_x(t) = a_0\, t$ (A.2). En primitivant : $x(t) = \frac{1}{2}\, a_0\, t^2 + C'$.

À $t = 0$, G est en O : $x(0) = 0$ donc $C' = 0$.

$$x(t) = \frac{1}{2}\, a_0\, t^2$$

PIÈGE
Oublier la constante d'intégration, ou ne pas la justifier. Les points se gagnent sur la condition initiale « G est en O à $t = 0$ », donnée dans l'énoncé.

A.4 Parmi les chronophotographies A, B et C, indiquer celle qui peut convenir pour le mouvement entre $t_0 = 0$ s et $t_1 = 100$ s. Justifier.

D'après A.3, la distance parcourue depuis le départ est proportionnelle à t^2. Avec des positions repérées à intervalles de temps réguliers τ (aux dates $n\,\tau$), les abscisses sont proportionnelles à n^2 : 0 ; 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25…

Abscisses relevées, en carreaux :

- A : 0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8… : écarts égaux, mouvement uniforme, à écarter.
- B : 0 ; 1 ; 3 ; 6 ; 10 ; 15 ; 21 : pas proportionnelles à n^2.
- C : 0 ; 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 : proportionnelles à n^2.

La chronophotographie **C** convient.

PIÈGE
Répondre « les points s'écartent, donc B ou C » ne suffit pas. Il faut un critère chiffré tiré de $x(t)$: quand la durée double, la distance parcourue est multipliée par 4.

COMPRENDRE
Sur B, les écarts successifs (1, 2, 3, 4…) augmentent aussi régulièrement : l'accélération est constante, mais la vitesse initiale n'est pas nulle. Un départ arrêté donne des écarts dans les rapports 1, 3, 5, 7, 9, comme sur C.

B.1 Déterminer le schéma qui représente le mieux la situation entre t_0 et t_1. Justifier en associant chaque vecteur à l'une des quatre forces et en construisant la somme vectorielle des forces sur l'annexe.

$\vec{P}$: poids (vertical, vers le bas) ; $\vec{R}_N$: réaction normale de la pente (perpendiculaire à Ox) ; $\vec{F}$: force des automotrices (dans le sens du mouvement) ; $\vec{f}$: force de frottement (opposée au mouvement).

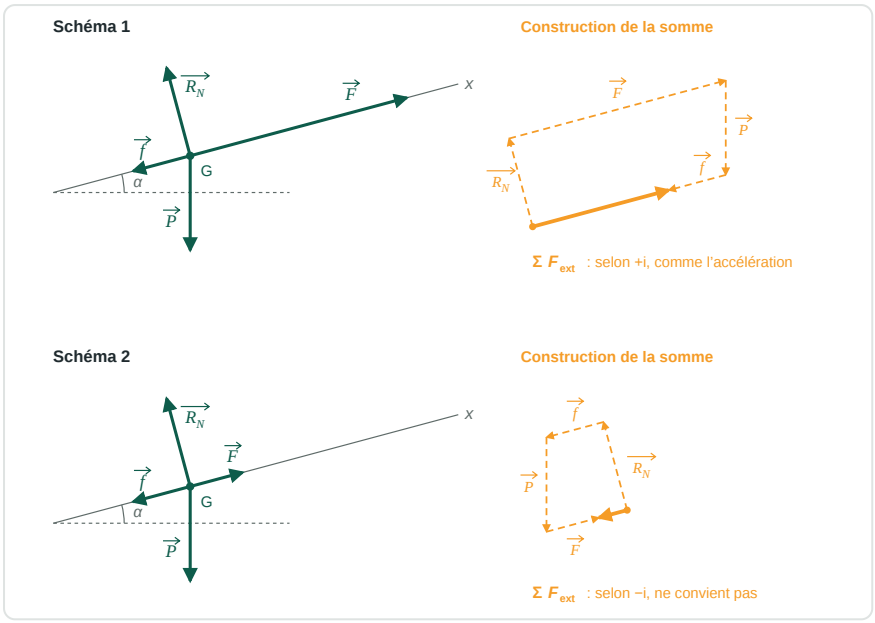
Dans le référentiel terrestre supposé galiléen, la deuxième loi de Newton appliquée au système de masse m constante s'écrit $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, avec $\vec{a} = a_0\,\vec{i}$ et $a_0 > 0$: la somme des forces doit être dirigée selon $+\vec{i}$.

Construction (annexe) : sur le schéma 1, la somme est bien dirigée selon $+\vec{i}$. Sur le schéma 2, $\vec{F}$ n'est pas plus longue que $\vec{f}$ et la somme est dirigée selon $-\vec{i}$.

Le **schéma 1** représente le mieux la situation.

PIÈGE
Choisir « à l'œil » sans citer la deuxième loi de Newton. L'argument attendu est : $\sum \vec{F}_{\text{ext}}$ a la direction et le sens de $\vec{a}$.

MÉTHODE
Somme de vecteurs : les reporter bout à bout, dans n'importe quel ordre. La somme part de l'origine du premier et aboutit à l'extrémité du dernier. Puis comparer sa direction et son sens à ceux de $\vec{a}$.



B.1 · Annexe complétée : en vert les forces du sujet, en orange la construction (vecteurs mis bout à bout) et la somme

B.2 Déterminer la nature du mouvement entre $t_2 = 140$ s et $t_3 = 300$ s et en déduire la valeur de la somme vectorielle des forces.

Entre t_2 et t_3, la courbe est un palier : la vitesse garde la valeur constante $1{,}44\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, et la trajectoire est une droite. Le mouvement est **rectiligne uniforme**.

Le vecteur vitesse est constant, donc $\vec{a} = \vec{0}$. D'après la deuxième loi de Newton (ou la réciproque du principe d'inertie) :

$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a} = \vec{0}$: les forces se compensent.

COMPRENDRE
Somme nulle ne veut pas dire absence de force : les automotrices poussent toujours, mais $\vec{F}$ compense exactement le frottement et la composante du poids le long de la pente.

C.1 Identifier la lentille qui constitue l'oculaire et celle qui constitue l'objectif.

La lentille L_1 est tournée vers l'objet : elle reçoit la lumière venant du bateau et en donne l'image intermédiaire A_1B_1. La lentille L_2 est du côté de l'œil : elle sert à observer A_1B_1.

L_1 est l'**objectif**, L_2 est l'**oculaire**.

C.2 Établir l'expression du grossissement de la lunette, puis choisir parmi les lentilles disponibles celles à utiliser pour L_1 et L_2. Préciser les graduations du tube 1 et du tube 2 qui doivent coïncider.

Données utiles $G = 6$; distances focales disponibles : 5,0 cm ; 10,0 cm ; 12,5 cm ; 20,0 cm ; 30,0 cm

Grossissement : $G = \dfrac{\alpha'}{\alpha}$.

Triangle $O_1A_1B_1$, rectangle en A_1 : $\tan\alpha = \dfrac{A_1B_1}{O_1A_1} = \dfrac{A_1B_1}{f_1'}$. Triangle $O_2A_1B_1$: $\tan\alpha' = \dfrac{A_1B_1}{O_2A_1} = \dfrac{A_1B_1}{f_2'}$.

Les angles sont petits : $\tan\alpha \approx \alpha$ et $\tan\alpha' \approx \alpha'$ (en radians), d'où

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{A_1B_1}{f_2'} \times \frac{f_1'}{A_1B_1} = \frac{f_1'}{f_2'}$$

$G = 6$ impose $f_1' = 6\,f_2'$: seul le couple $f_1' = 30{,}0$ cm (pour L_1) et $f_2' = 5{,}0$ cm (pour L_2) convient.

La lunette est afocale (F_1' et F_2 confondus) : $O_1O_2 = f_1' + f_2' = 30{,}0 + 5{,}0 = 35{,}0$ cm. Chaque tube est gradué à partir de sa lentille : les deux graduations en regard doivent avoir pour somme 35 cm.

L_1 : 30,0 cm ; L_2 : 5,0 cm ; la graduation 15 du tube 1 coïncide avec la graduation 20 du tube 2 (ou 20 avec 15).

PIÈGE

Inverser le rapport : $G = f_2'/f_1'$ donnerait une lunette qui rapetisse. L'objectif a toujours la plus grande distance focale.

MÉTHODE

Lunette afocale : l'image intermédiaire se forme dans le plan focal commun, donc $O_1A_1 = f_1'$ et $O_2A_1 = f_2'$. La longueur de la lunette est toujours $f_1' + f_2'$.

À LA CALCULATRICE

