L'expérience des trous de Young

Bac 2022 Asie Jour 1 · Exercice 4 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

1 Justifier que la différence de marche δ peut être assimilée à $(S_2M - S_1M)$ lorsque le milieu traversé est l'air.

Données utiles $\delta = n_{\text{milieu}} \cdot (S_2M - S_1M)$; $n_{\text{milieu}} = \dfrac{c}{v_{\text{milieu}}}$; $v_{\text{air}} = c$

Dans l'air, la lumière se propage à la vitesse $v_{\text{air}} = c$, donc $n_{\text{air}} = \dfrac{c}{v_{\text{air}}} = \dfrac{c}{c} = 1$.

$$\boxed{\delta = n_{\text{air}} \cdot (S_2M - S_1M) = S_2M - S_1M}$$

COMPRENDRE
Dans un milieu d'indice $n > 1$ (eau, verre), la lumière est ralentie : la différence de marche est alors multipliée par n.

2 À l'aide du théorème de Pythagore dans les triangles S_1O_1M et S_2O_2M, exprimer $(S_1M)^2$ et $(S_2M)^2$ en fonction de D, x et $\dfrac{b}{2}$.

Le triangle S_1O_1M est rectangle en O_1, avec $S_1O_1 = D$ et $O_1M = x - \dfrac{b}{2}$:

$$(S_1M)^2 = (S_1O_1)^2 + (O_1M)^2 = D^2 + \left(x - \frac{b}{2}\right)^2$$

Le triangle S_2O_2M est rectangle en O_2, avec $S_2O_2 = D$ et $O_2M = x + \dfrac{b}{2}$:

$$\boxed{(S_1M)^2 = D^2 + \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 \text{ et } (S_2M)^2 = D^2 + \left(x + \frac{b}{2}\right)^2}$$

PIÈGE
Inverser les signes. Sur la figure 1, O_1 est du même côté que M, à la distance $\dfrac{b}{2}$ de O : O_1M est plus court que x, O_2M plus long.

3 Sachant que $(S_2M)^2 - (S_1M)^2 = 2\,D\,\delta$, déduire de la question précédente que $\delta = \dfrac{x \cdot b}{D}$.

Données utiles expressions de $(S_1M)^2$ et $(S_2M)^2$ (Q2)

$$(S_2M)^2 - (S_1M)^2 = D^2 + \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 - D^2 - \left(x - \frac{b}{2}\right)^2$$

$$= \left(x^2 + x\,b + \frac{b^2}{4}\right) - \left(x^2 - x\,b + \frac{b^2}{4}\right) = 2\,x\,b$$

Or $(S_2M)^2 - (S_1M)^2 = 2\,D\,\delta$, donc $2\,D\,\delta = 2\,x\,b$.

$$\boxed{\delta = \frac{x \cdot b}{D}}$$

COMPRENDRE
La relation admise vient de $(S_2M)^2 - (S_1M)^2 = (S_2M - S_1M)(S_2M + S_1M)$: le premier facteur vaut δ et, comme $D \gg b$, le second est proche de $2D$.

MÉTHODE
Pour aller plus vite : $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$ avec $A = x + \dfrac{b}{2}$ et $B = x - \dfrac{b}{2}$ donne directement $b \times 2x$.

4 En admettant que $\delta = \dfrac{x \cdot b}{D}$, montrer que $x = \dfrac{k \cdot \lambda \cdot D}{b}$ pour un point M situé au maximum d'intensité d'une frange brillante.

Données utiles interférences constructives : $\delta = k \cdot \lambda$, avec k entier relatif

Au centre d'une frange brillante, l'intensité est maximale : les interférences y sont constructives, donc $\delta = k \cdot \lambda$ avec k entier relatif.

Avec $\delta = \dfrac{x \cdot b}{D}$: $\dfrac{x \cdot b}{D} = k \cdot \lambda$

$$\boxed{x = \frac{k \cdot \lambda \cdot D}{b}}$$

COMPRENDRE
Chaque valeur de k repère une frange brillante : $k = 0$ pour la frange centrale ($x = 0$), $k = \pm 1$ pour ses deux voisines, et ainsi de suite.

5 Établir l'expression de l'interfrange i en fonction de λ, b et D.

Données utiles $x = \dfrac{k \cdot \lambda \cdot D}{b}$ (Q4)

L'interfrange est la distance entre les centres de deux franges brillantes voisines, d'ordres k et $k+1$:

$$i = x_{k+1} - x_k = \frac{(k+1) \cdot \lambda \cdot D}{b} - \frac{k \cdot \lambda \cdot D}{b}$$

$$\boxed{i = \frac{\lambda \cdot D}{b}}$$

COMPRENDRE
Le résultat ne dépend pas de k : les franges sont régulièrement espacées. Rapprocher les trous (b plus petit) ou reculer l'écran (D plus grand) élargit les franges.

6 À l'aide de la figure 3, déterminer précisément la valeur de l'interfrange i.

Données utiles figure 3 : minima d'intensité en $x = -9{,}8$ mm et $x = +9{,}8$ mm

Pour réduire l'erreur de lecture, on mesure plusieurs interfranges à la fois.

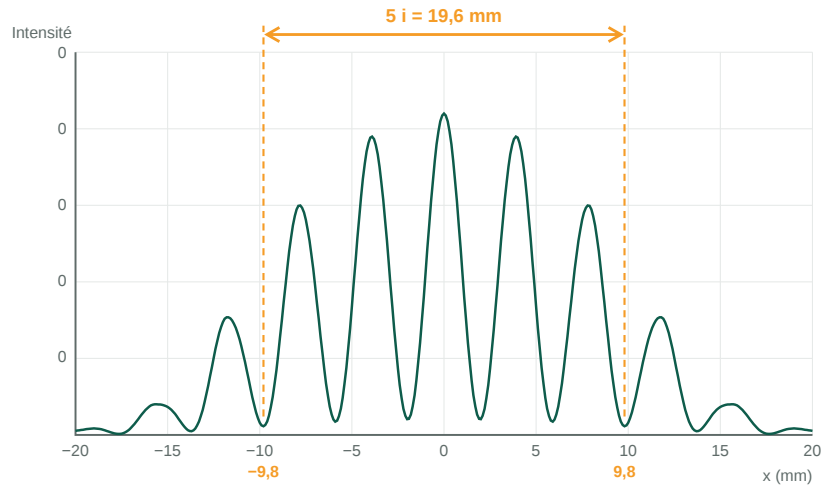
Sur la figure 3, les minima d'intensité situés en $x = -9{,}8$ mm et $x = +9{,}8$ mm sont séparés par 5 franges brillantes, soit 5 interfranges :

$$5\,i = 9{,}8 - (-9{,}8) = 19{,}6 \text{ mm}$$

$$\boxed{i = \frac{19{,}6}{5} = 3{,}92 \text{ mm}}$$

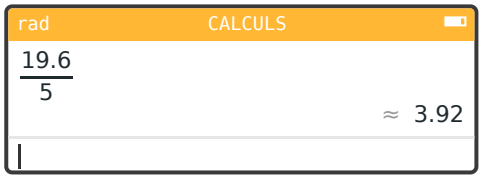
PIÈGE
Compter les franges au lieu des intervalles : entre le premier et le dernier de 6 minima consécutifs, il y a 5 interfranges, pas 6.

MÉTHODE
Mesurer N interfranges puis diviser par N : l'erreur de lecture sur la distance totale est elle aussi divisée par N. Les minima, plus étroits que les maxima, se repèrent mieux.



6 · Allure de la figure 3 : cinq interfranges entre deux minima symétriques

À LA CALCULATRICE



7 En déduire la valeur de la longueur d'onde de la lumière utilisée dans cette expérience.

Données utiles $i = 3{,}92$ mm (Q6) ; $b = 2{,}0 \times 10^{-4}$ m ; $D = 119{,}0$ cm

D'après la question 5, $i = \dfrac{\lambda \cdot D}{b}$, donc $\lambda = \dfrac{i \cdot b}{D}$.

Avec $i = 3{,}92 \times 10^{-3}$ m et $D = 1{,}190$ m :

$$\lambda = \frac{3{,}92 \times 10^{-3} \times 2{,}0 \times 10^{-4}}{1{,}190} = 6{,}59 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\boxed{\lambda \approx 6{,}6 \times 10^{-7} \text{ m, soit environ } 659 \text{ nm}}$$

PIÈGE
Laisser i en mm ou D en cm : toutes les longueurs se convertissent en mètres avant le calcul.

COMPRENDRE
b n'a que deux chiffres significatifs : le résultat s'écrit $6{,}6 \times 10^{-7}$ m. On garde 659 nm pour la suite, afin de ne pas cumuler les arrondis.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{3.92 \times 10^{-3} \times 2.0 \times 10^{-4}}{1.190} \approx 6.588235 \times 10^{-7}$$

8 Parmi les lasers cités, identifier le (ou les) laser(s) qui ont pu être utilisé(s) pour réaliser l'expérience.

Données utiles $\lambda = 659$ nm (Q7) ; $b = (2{,}0 \pm 0{,}1) \times 10^{-4}$ m ; $D = 119{,}0 \pm 0{,}5$ cm ; $i = 3{,}92$ mm, $u(i) = 0{,}1$ mm ; lasers : 473 nm, 532 nm, 632 nm, 650 nm, 694 nm

Incertitude-type sur la longueur d'onde mesurée :

$$u(\lambda) = \lambda \times \sqrt{\left(\frac{u(b)}{b}\right)^2 + \left(\frac{u(i)}{i}\right)^2 + \left(\frac{u(D)}{D}\right)^2}$$

$$u(\lambda) = 659 \times \sqrt{\left(\frac{0{,}1}{2{,}0}\right)^2 + \left(\frac{0{,}1}{3{,}92}\right)^2 + \left(\frac{0{,}5}{119{,}0}\right)^2} = 37 \text{ nm}$$

La mesure donne $\lambda = 659 \pm 37$ nm, soit une longueur d'onde comprise entre 622 nm et 696 nm.

- Rouge A (632 nm), rouge B (650 nm) et rouge C (694 nm) sont dans cet intervalle : ils sont compatibles avec la mesure.
- Vert (532 nm) et bleu (473 nm) en sont très éloignés : écarts de 127 nm et 186 nm, soit plus de $3\,u(\lambda)$.

$u(\lambda) = 37$ nm : le laser utilisé peut être le rouge A, le rouge B ou le rouge C.

PIÈGE

Ne retenir que le rouge B, le plus proche de 659 nm. La précision de la mesure ne permet pas de départager les trois lasers rouges.

COMPRENDRE

Chaque rapport est sans unité : b et $u(b)$ en 10^{-4} m, i et $u(i)$ en mm, D et $u(D)$ en cm.
L'incertitude sur b (5 %) domine largement les deux autres.

MÉTHODE

Comparer une mesure à une valeur de référence : calculer $\frac{|\lambda - \lambda_{\text{réf}}|}{u(\lambda)}$. Un rapport inférieur à 2 indique un accord ; ici 0,7 (rouge A), 0,2 (rouge B) et 0,9 (rouge C).

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$659 \times \sqrt{\left(\frac{0.1}{2.0}\right)^2 + \left(\frac{0.1}{3.92}\right)^2 + \left(\frac{0.5}{119.0}\right)^2} \approx 37.09429$$

$$\frac{659 - 532}{37} \approx 3.432432$$