Observations de la division de Cassini

Bac 2022 Asie Jour 1 · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

1 Expliquer pourquoi la division de Cassini ne peut pas être distinguée à l'œil nu.

Données utiles $\theta_s = 3{,}0 \times 10^{-4}$ rad ; $\theta_{cas} = 3{,}39 \times 10^{-6}$ rad

L'œil ne sépare deux points que si l'angle sous lequel il les voit est au moins égal à son pouvoir de résolution θ_s.

Ici $\theta_{cas} = 3{,}39 \times 10^{-6}$ rad est très inférieur à $\theta_s = 3{,}0 \times 10^{-4}$ rad.

$\theta_{cas} < \theta_s$: les deux bords de la division sont confondus pour l'œil nu, elle n'est pas distinguée.

PIÈGE
Comparer θ_{sat} à θ_s : c'est le diamètre apparent de la division, et non celui de Saturne, qui compte ici. Les exposants sont négatifs : 10^{-6} est plus petit que 10^{-4}.

2 Montrer que le grossissement minimal nécessaire pour observer la division de Cassini est d'environ 89.

Données utiles $\theta_s = 3{,}0 \times 10^{-4}$ rad ; $\theta_{cas} = 3{,}39 \times 10^{-6}$ rad ; $G = \dfrac{\theta'}{\theta}$

À travers la lunette, la division est vue sous l'angle $\theta' = G\,\theta_{cas}$. Elle est distinguée si $\theta' \geqslant \theta_s$, soit $G \geqslant \dfrac{\theta_s}{\theta_{cas}}$.

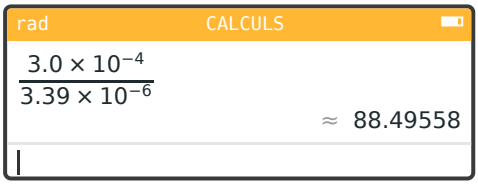
$$G_{min} = \frac{\theta_s}{\theta_{cas}} = \frac{3{,}0 \times 10^{-4}}{3{,}39 \times 10^{-6}} = 88{,}5$$

$G_{min} = 88{,}5 \approx 89$: on retrouve la valeur annoncée.

COMPRENDRE
Un grossissement est un rapport de deux angles : il n'a pas d'unité. Comme c'est un minimum, on arrondit par excès : avec $G = 88$, l'angle θ' resterait légèrement inférieur à θ_s.

MÉTHODE
Pour un seuil de visibilité : écrire la condition sur l'angle de sortie ($\theta' \geqslant \theta_s$), remplacer θ' par $G\,\theta$, puis isoler G.

À LA CALCULATRICE



3 Sur le schéma en annexe, identifier l'objectif et l'oculaire de la lunette en écrivant ces termes au-dessus des lentilles concernées.

L'objectif est la lentille placée du côté de l'objet, qui reçoit la lumière en premier : c'est (L_1).

L'oculaire est la lentille derrière laquelle l'observateur place son œil : c'est (L_2).

(L_1) : objectif ; (L_2) : oculaire (voir l'annexe complétée à la question 4).

COMPRENDRE
Dans une lunette, l'objectif a toujours la plus grande distance focale : ici 650 mm, contre 20 mm au plus pour l'oculaire.

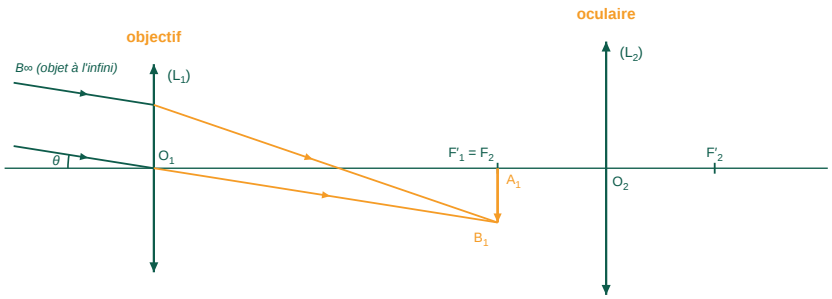
4 Sur le schéma en annexe, construire l'image A_1B_1 de AB donnée par la lentille (L_1).

L'objet AB est à l'infini : son image A_1B_1 se forme dans le plan focal image de (L_1).

- A est sur l'axe optique, donc A_1 est confondu avec F_1'.
- Le rayon issu de B passant par O_1 n'est pas dévié : on le prolonge jusqu'au plan focal image, où il donne B_1.
- Le second rayon issu de B émerge de (L_1) en passant aussi par B_1.

A_1B_1 est le segment perpendiculaire à l'axe, de $A_1 = F_1'$ à B_1, tracé en orange sur l'annexe.

PIÈGE
Faire converger les deux rayons sur l'axe en F_1' : ils sont parallèles entre eux mais inclinés par rapport à l'axe, donc ils se coupent dans le plan focal image, hors de l'axe.



4 · Annexe complétée : objectif, oculaire et image intermédiaire A₁B₁ (questions 3 et 4)

5 Sur le schéma en annexe, représenter le faisceau émergent délimité par les deux rayons issus de B et traversant la lunette.

On prolonge les deux rayons au-delà de B_1 jusqu'à la lentille (L_2).

B_1 est dans le plan focal objet de (L_2) : les rayons qui en sont issus émergent de (L_2) parallèles entre eux.

Leur direction est celle de la droite (B_1O_2), car un rayon passant par le centre optique O_2 n'est pas dévié. On la trace en pointillés, puis on trace les deux rayons émergents parallèlement à elle.

Le faisceau émergent est un faisceau de rayons parallèles à (B_1O_2) (voir l'annexe complétée à la question 7).

MÉTHODE
Pour un point objet dans le plan focal objet d'une lentille : tracer le rayon fictif passant par le centre optique, il donne la direction de tous les rayons émergents.

6 Indiquer la position de l'image définitive B' du point B à travers la lunette et justifier que cette lunette est bien afocale.

Comme F_1' et F_2 sont confondus, l'image intermédiaire B_1, située dans le plan focal image de (L_1), est aussi dans le plan focal objet de (L_2).

Les rayons issus de B_1 sortent donc de (L_2) parallèles entre eux : l'image B' est à l'infini, dans la direction (B_1O_2).

B' est à l'infini : la lunette donne d'un objet à l'infini une image à l'infini, elle est afocale.

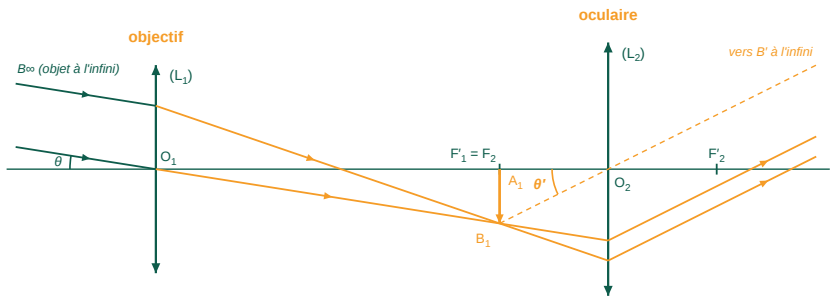
COMPRENDRE
Une image à l'infini est observée sans accommodation par un œil normal : l'observation est sans fatigue. C'est l'intérêt du réglage afocal.

7 Indiquer sur le schéma en annexe le diamètre apparent θ' de l'image à travers la lunette.

A' est à l'infini sur l'axe optique et B' à l'infini dans la direction du faisceau émergent.

θ' est l'angle entre l'axe optique et les rayons émergents ; on le retrouve en O_2, entre l'axe et la droite (B_1O_2).

PIÈGE
Marquer θ' entre les deux rayons émergents : ils sont parallèles, l'angle entre eux est nul. L'angle se repère toujours par rapport à l'axe optique.



7 · Annexe complétée : faisceau émergent et angle θ′ (questions 5 et 7)

8 Établir, en précisant les étapes, la relation liant le grossissement G aux distances focales f_1' et f_2'.

Données utiles $G = \dfrac{\theta'}{\theta}$; pour un petit angle en radians, $\tan\alpha \simeq \alpha$

Dans le triangle $O_1A_1B_1$, rectangle en A_1, avec $O_1A_1 = O_1F_1' = f_1'$:

$$\tan\theta = \frac{A_1B_1}{f_1'} \quad \text{donc} \quad \theta \simeq \frac{A_1B_1}{f_1'}$$

Dans le triangle $O_2A_1B_1$, rectangle en A_1, avec $O_2A_1 = O_2F_2 = f_2'$:

$$\tan\theta' = \frac{A_1B_1}{f_2'} \quad \text{donc} \quad \theta' \simeq \frac{A_1B_1}{f_2'}$$

On en déduit : $G = \dfrac{\theta'}{\theta} = \dfrac{A_1B_1}{f_2'} \times \dfrac{f_1'}{A_1B_1}$

$$\boxed{G = \frac{f_1'}{f_2'}}$$

PIÈGE
Inverser le rapport. Vérification rapide : G doit être supérieur à 1, donc la grande focale (celle de l'objectif) est au numérateur.

COMPRENDRE
L'approximation $\tan\alpha \simeq \alpha$ n'est valable que pour de petits angles exprimés en radians, ce qui est le cas en astronomie.

9 Déterminer, en justifiant, l'oculaire que doit choisir l'utilisateur parmi les trois proposés pour pouvoir observer la division de Cassini.

Données utiles $f'_1 = 650$ mm ; f'_2 : 6 mm, 12,5 mm ou 20 mm ; $G_{min} \approx 89$ (Q2) ; $G = \dfrac{f'_1}{f'_2}$ (Q8)

On calcule le grossissement obtenu avec chaque oculaire, les deux focales étant en millimètres :

- $f'_2 = 6$ mm : $G = \dfrac{650}{6} \approx 108$
- $f'_2 = 12{,}5$ mm : $G = \dfrac{650}{12{,}5} = 52{,}0$
- $f'_2 = 20$ mm : $G = \dfrac{650}{20} \approx 33$

Seul le premier grossissement dépasse $G_{min} \approx 89$.

Il faut choisir l'oculaire de focale 6 mm ($G \approx 108 > 89$).

COMPRENDRE

Plus la focale de l'oculaire est courte, plus le grossissement est grand. Autre voie : $f'_2 \leqslant \dfrac{f'_1}{G_{min}} = 7{,}3$ mm, seul l'oculaire de 6 mm convient.

À LA CALCULATRICE

