Formule 1 : Freinage en ligne droite

Bac 2022 Asie Jour 1 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

1 En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que les coordonnées du vecteur accélération sont $a_x(t) = -\dfrac{f}{m}$ et $a_y(t) = 0$.

Système {voiture + pilote}, de masse m constante ; référentiel terrestre supposé galiléen.

Forces extérieures : le poids $\vec{P}$, la réaction normale $\overrightarrow{R_N}$ et la force de frottement $\vec{f}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \overrightarrow{F_{\text{ext}}} = m\,\vec{a}$, soit $\vec{P} + \overrightarrow{R_N} + \vec{f} = m\,\vec{a}$.

Or $\overrightarrow{R_N}$ compense le poids : $\vec{P} + \overrightarrow{R_N} = \vec{0}$. Il reste $\vec{f} = m\,\vec{a}$.

La force $\vec{f}$ est horizontale, de sens opposé à l'axe (Ox) : ses coordonnées sont $(-f\ ;\ 0)$.

Sur (Ox) : $-f = m\,a_x$. Sur (Oy) : $0 = m\,a_y$.

$a_x(t) = -\dfrac{f}{m}$ et $a_y(t) = 0$

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ » : f désigne une valeur positive, c'est le sens de $\vec{f}$, opposé à l'axe, qui donne $-f$ en projection.

MÉTHODE
Toujours dans cet ordre : système, référentiel galiléen, bilan des forces, deuxième loi écrite en vecteurs, puis projection sur chaque axe en regardant le sens de chaque force.

2 Justifier que, dans le cadre de cette étude, on peut écrire $\Delta v = a_x\,\Delta t$.

Par définition, $a_x = \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}$.

D'après la question 1, $a_x = -\dfrac{f}{m}$; or f et m sont constantes, donc a_x est constante.

Une dérivée constante est égale au taux de variation sur n'importe quelle durée : $a_x = \dfrac{\Delta v_x}{\Delta t}$.

Le mouvement se fait le long de (Ox), dans le sens de l'axe : $v_x = v$, donc $\Delta v_x = v_B - v_A = \Delta v$.

a_x est constante, donc $a_x = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$, soit $\Delta v = a_x\,\Delta t$

COMPRENDRE
Si l'accélération variait, $\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ ne donnerait qu'une accélération moyenne. C'est l'hypothèse « $\vec{f}$ constante » qui autorise à remplacer la dérivée par un simple quotient.

3 Calculer la valeur de l'accélération en $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$, puis la comparer à la valeur de 6 G citée dans l'introduction.

Données utiles $v_A = 321\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$; $v_B = 84\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$; $\Delta t = 1{,}50\ \mathrm{s}$; $1\ \mathrm{G} = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

D'après la question 2 : $a_x = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{v_B - v_A}{\Delta t}$, avec les vitesses en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ (division par 3,6).

$$a_x = \frac{\dfrac{84 - 321}{3{,}6}}{1{,}50} = -43{,}9\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

Comme $a_y = 0$, la valeur de l'accélération est $a = |a_x| = 43{,}9\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

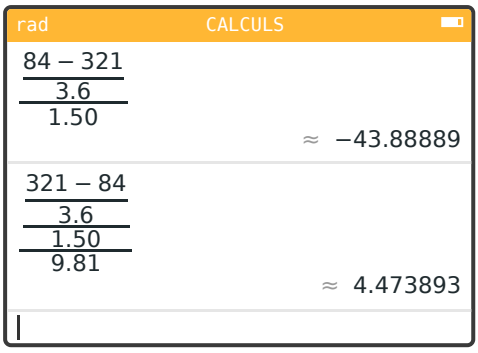
En G, en gardant la valeur non arrondie : $a = \dfrac{43{,}89}{9{,}81} = 4{,}47\ \mathrm{G}$.

$a = 43{,}9\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} = 4{,}47\ \mathrm{G}$: valeur élevée, mais inférieure aux 6 G annoncés.

PIÈGE
Laisser les vitesses en $\mathrm{km \cdot h^{-1}}$: on obtient -158, sans signification en $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Autre erreur : annoncer une « valeur » négative, alors qu'une valeur (norme) est positive.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme Δt et comme l'écart de vitesse ($237\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$). Le signe négatif de a_x traduit le freinage : l'accélération est opposée au mouvement.

À LA CALCULATRICE



4 Indiquer si le pilote prend un risque pour sa santé lors du freinage.

Données utiles $a = 4{,}47$ G (Q3) ; $\Delta t = 1{,}50$ s ; figure 4

Sur la figure 4, pour une durée de 1,5 s, la courbe limite entre les deux zones se situe vers 18 G.

Le point de coordonnées (1,5 s ; 4,47 G) est très en dessous de cette courbe : il appartient à la zone de risque faible.

$4{,}47\ \text{G} < 18\ \text{G}$: le pilote ne prend pas de risque notable pour sa santé pendant ce freinage.

PIÈGE
L'axe des durées est logarithmique : 1,5 s se place entre 1 et 3, plus près de 1 que du milieu de l'intervalle. Une réponse sans lecture chiffrée de la limite n'est pas justifiée.

5 Montrer que, dans le modèle simplifié, $v_x(t) = -\dfrac{f}{m}t + v_A$ avec $v_A = 89\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Données utiles $v_A = 321\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ à $t = 0$

$a_x = \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{f}{m}$, constante. On cherche une primitive :

$$v_x(t) = -\frac{f}{m}t + C$$

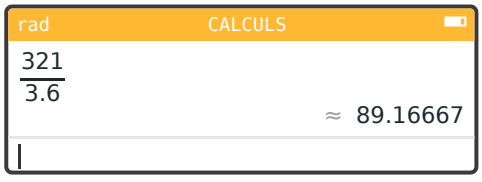
Condition initiale : à $t = 0$, le système est en A et $v_x(0) = v_A$, donc $C = v_A$.

Conversion : $v_A = \dfrac{321}{3{,}6} = 89\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

$v_x(t) = -\dfrac{f}{m}t + v_A$ avec $v_A = 89\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (valeur attendue : $89\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)

PIÈGE
Oublier la constante d'intégration, ou l'écrire sans la justifier. C'est la condition initiale $v_x(0) = v_A$ qui la fixe : elle doit apparaître sur la copie.

À LA CALCULATRICE



6 Comparer l'allure du graphique de la figure 5 avec l'allure prédite par la modélisation de la question 5.

Données utiles $a_x = -43{,}9\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ (Q3) ; $v_A = 89\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

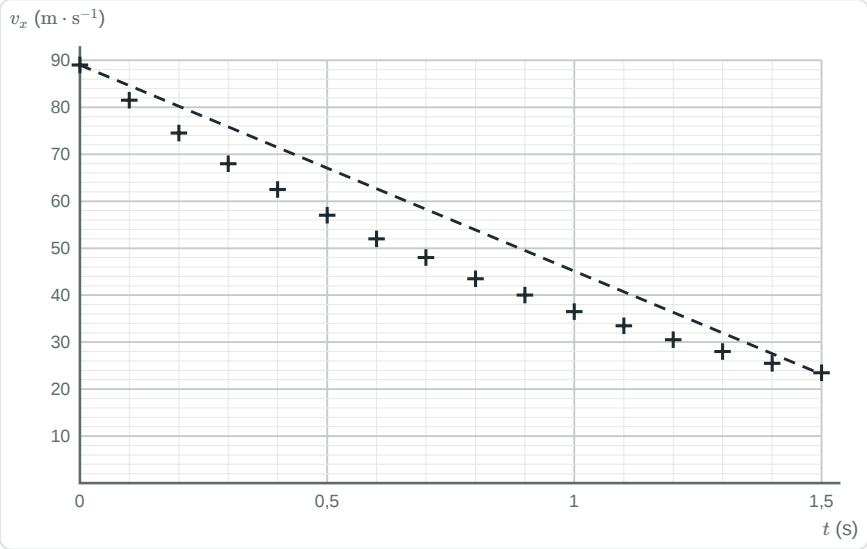
Le modèle prévoit une fonction affine du temps : une droite décroissante, d'ordonnée à l'origine v_A et de coefficient directeur $-\dfrac{f}{m}$.

Sur la figure 5, la vitesse décroît bien à partir de $89\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, mais les points ne sont pas alignés : la vitesse chute d'environ $7\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ par dixième de seconde au début, puis seulement d'environ $2\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ à la fin.

La courbe s'incurve : sa pente diminue en valeur absolue au cours du freinage.

L'allure réelle n'est pas une droite : le modèle affine ne convient qu'au tout début (jusqu'à 0,3 s ou 0,4 s environ), pas sur tout le freinage.

COMPRENDRE
La pente de la courbe est a_x. Au début elle vaut environ $-75\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, soit plus de 7 G : les 4,47 G de la question 3 ne sont qu'une moyenne, et l'introduction a raison d'annoncer plus de 6 G.



6 · Figure 5 du sujet (croix) et droite du modèle, de pente $-43{,}9\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ (tirets)

7 Indiquer quelle hypothèse de la modélisation doit être remise en question si on considère l'intégralité du freinage.

La pente de la courbe $v_x(t)$ est $a_x = -\dfrac{f}{m}$. Cette pente varie au cours du freinage alors que m est constante : c'est donc f qui varie.

L'hypothèse à remettre en question est « la force $\vec{f}$ reste constante durant le freinage » : en réalité, sa valeur diminue quand la vitesse diminue.

COMPRENDRE
À très grande vitesse, les frottements de l'air sont importants et s'ajoutent à l'action des freins. Ils faiblissent quand la voiture ralentit : la force totale f diminue, et la décélération avec elle.