# Corrigé complet — Bac 2023 Nouvelle-Calédonie Jour 1

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**


| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Ex 1 | **Un polymère biodégradable, le PLA**<br>Titrage suivi par pH-métrie · Incertitude-type et écart normalisé · Indicateur coloré · Spectroscopie infrarouge · Facteurs cinétiques et catalyse · Temps de demi-réaction | 9 pts | 1 h 35 | 13 questions | p. 2 |
| Ex 2 | **L'observation de Saturne**<br>Lunette astronomique afocale · Diffraction et critère de Rayleigh · Pouvoir séparateur de l'œil · Image intermédiaire et faisceau émergent · Grossissement | 5 pts | 53 min | 10 questions | p. 8 |
| Ex 3 | **Capteur d'arrosage capacitif**<br>Capacité d'un condensateur plan · Loi des mailles · Intensité et charge électrique · Équation différentielle du circuit RC · Constante de temps · Capteur et microcontrôleur | 6 pts | 1 h 03 | 12 questions | p. 13 |


**Comment s'en servir.** Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

# Un polymère biodégradable, le PLA

Bac 2023 Nouvelle-Calédonie Jour 1 · Exercice 1 **9 points** **Durée conseillée 1 h 35**

**A.1** Représenter la formule topologique de l'acide lactique, entourer les groupes caractéristiques et nommer les familles fonctionnelles de cette molécule.

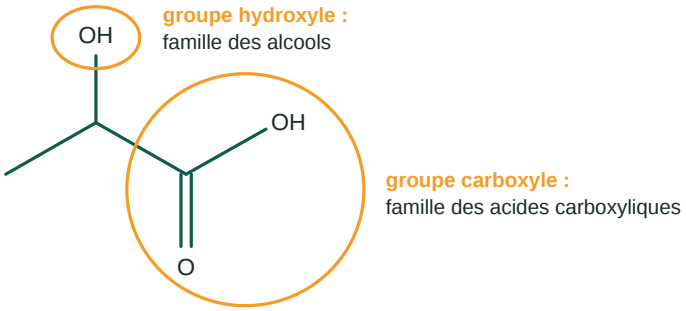
La chaîne carbonée compte trois atomes de carbone : un groupe $CH_3$, un carbone portant un groupe $-OH$, et un carbone lié par une double liaison à un atome O et par une liaison simple à un groupe $-OH$ (voir la figure).

- Groupe hydroxyle $-OH$ : famille des alcools.
- Groupe carboxyle $-COOH$ : famille des acides carboxyliques.

L'acide lactique appartient à la famille des **alcools** et à celle des **acides carboxyliques**.

**PIÈGE**
Entourer séparément $C{=}O$ et $-OH$ sur le carbone de droite, puis annoncer une cétone et deux alcools. Ces deux éléments portés par le même carbone forment un seul groupe, le groupe carboxyle.

**MÉTHODE**
En formule topologique, on ne dessine ni les atomes de carbone ni les atomes d'hydrogène qu'ils portent. Les hétéroatomes (ici O) et leurs atomes d'hydrogène restent écrits.




**A.1** · Formule topologique de l'acide lactique et groupes caractéristiques

**A.2** Schématiser et légender le dispositif expérimental utilisé pour réaliser le titrage.

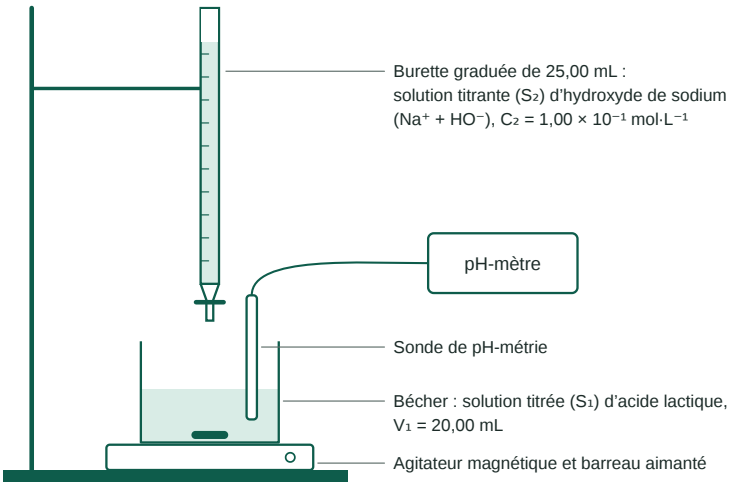
Le schéma légendé (voir la figure) comporte :

- la burette graduée de 25,00 mL, contenant la solution titrante ($S_2$) d'hydroxyde de sodium, $C_2 = 1{,}00 \times 10^{-1}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ ;
- le bécher, contenant la solution titrée : $V_1 = 20{,}00$ mL de solution ($S_1$) d'acide lactique ;
- l'agitateur magnétique et le barreau aimanté ;
- la sonde de pH plongeant dans la solution, reliée au pH-mètre.

Montage de titrage avec suivi pH-métrique : burette ($S_2$), bécher ($S_1$), agitateur magnétique, sonde et pH-mètre.

**PIÈGE**
Une légende incomplète coûte des points : chaque solution doit être nommée, avec son rôle (titrante ou titrée), et la sonde de pH ne doit pas être oubliée.

**COMPRENDRE**
Le protocole du sujet parle d'un bécher, puis d'un « erlenmeyer » dans sa dernière ligne : c'est une coquille. La solution ($S_1$) est dans le bécher, dont l'ouverture large laisse passer la sonde.




**A.2** · Montage du titrage suivi par pH-métrie

**A.3** Écrire l'équation de la réaction support du titrage.

L'acide lactique AH réagit avec la base $\mathrm{HO^-}$ apportée par la solution d'hydroxyde de sodium. Cette réaction acide-base est totale :

$$\mathrm{AH\,(aq) + HO^-\,(aq) \longrightarrow A^-\,(aq) + H_2O\,(l)}$$

**COMPRENDRE**
Les ions $\mathrm{Na^+}$ sont spectateurs : ils ne figurent pas dans l'équation. Une réaction support de titrage est totale et rapide, d'où la flèche simple.

**A.4.1** À partir de la courbe de l'annexe, déterminer, en justifiant, le volume $V_{eq}$ de solution titrante versé à l'équivalence.

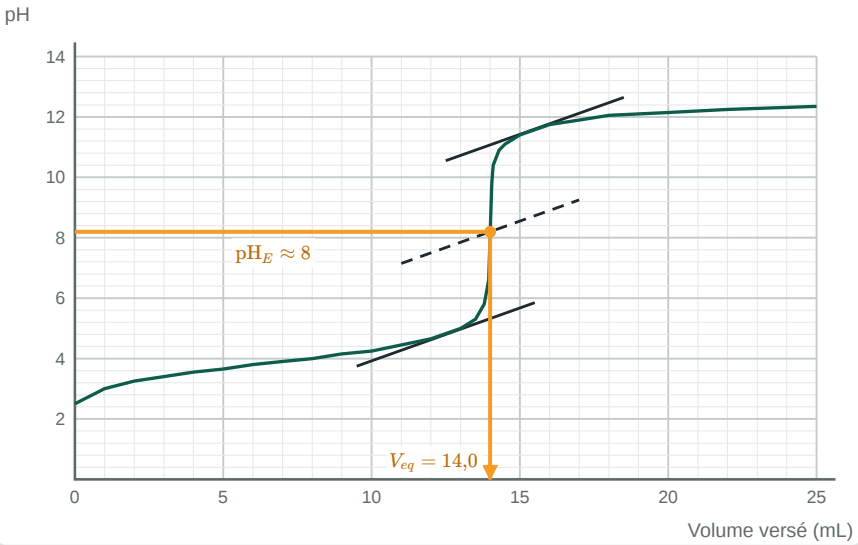
On utilise la méthode des tangentes parallèles sur la courbe de l'annexe : on trace deux tangentes parallèles de part et d'autre du saut de pH, puis la droite parallèle et équidistante de ces deux tangentes. Cette droite coupe la courbe au point d'équivalence E.

On lit l'abscisse de E (le saut de pH est quasi vertical à cette abscisse) :

$$V_{eq} = 14{,}0\ \mathrm{mL}$$

**COMPRENDRE**
L'ordonnée de E, $\mathrm{pH}_E \approx 8$, servira à choisir l'indicateur coloré (A.5). Elle est supérieure à 7 : à l'équivalence, la solution contient la base $\mathrm{A^-}$.

**MÉTHODE**
Sans logiciel pour tracer la dérivée, la méthode des tangentes parallèles est la justification attendue. Les traits de construction doivent rester visibles sur l'annexe rendue avec la copie.




**A.4.1** · Annexe complétée : méthode des tangentes parallèles

**A.4.2** En déduire la concentration en quantité de matière $C_0$ en acide lactique dans la solution ($S_0$).

**Données utiles** $C_2 = 1{,}00 \times 10^{-1}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ ; $V_1 = 20{,}00$ mL ; $V_{eq} = 14{,}0$ mL (A.4.1) ; ($S_0$) diluée dix fois

À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de l'équation du titrage :

$n(\text{AH})_{\text{initial}} = n(\text{HO}^-)_{\text{versé}}$, soit $C_1 \times V_1 = C_2 \times V_{eq}$.

$$C_1 = \frac{C_2 \times V_{eq}}{V_1} = \frac{1{,}00 \times 10^{-1} \times 14{,}0}{20{,}00} = 7{,}00 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

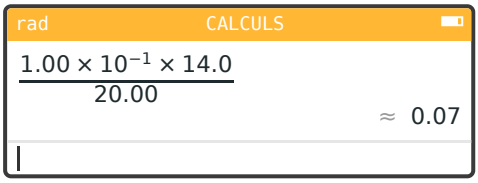
La solution ($S_0$) a été diluée dix fois : $C_0 = 10 \times C_1$.

$$\boxed{C_0 = 7{,}00 \times 10^{-1}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}}$$

**PIÈGE**
S'arrêter à $C_1$ : le titrage porte sur la solution diluée ($S_1$), il faut multiplier par 10 pour revenir à ($S_0$).

**COMPRENDRE**
Trois chiffres significatifs, comme $C_2$ et $V_{eq}$. Les deux volumes peuvent rester en mL car leurs unités se simplifient dans le rapport. Le sujet écrit ici « D 0 » pour $C_0$ : simple coquille.

**À LA CALCULATRICE**




**A.4.3** Calculer l'incertitude-type $u(C_0)$ associée à la mesure de la concentration en acide lactique dans la solution ($S_0$).

**Données utiles** $u(C_2) = 0{,}02 \times 10^{-1}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ ; $u(V_{eq}) = 0{,}25$ mL ; pipette jaugée de 20,00 mL : $u(V_1) = 0{,}03$ mL ; $C_0 = 7{,}00 \times 10^{-1}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (A.4.2)

$$u(C_0) = C_0 \times \sqrt{\left(\frac{u(C_2)}{C_2}\right)^2 + \left(\frac{u(V_{eq})}{V_{eq}}\right)^2 + \left(\frac{u(V_1)}{V_1}\right)^2}$$

Avec $\frac{u(C_2)}{C_2} = \frac{0{,}02 \times 10^{-1}}{1{,}00 \times 10^{-1}} = 0{,}020$ :

$$u(C_0) = 0{,}700 \times \sqrt{0{,}020^2 + \left(\frac{0{,}25}{14{,}0}\right)^2 + \left(\frac{0{,}03}{20{,}00}\right)^2}$$

$$u(C_0) = 1{,}9 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

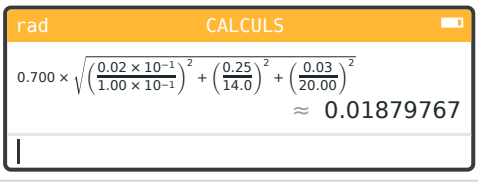
En arrondissant l'incertitude par excès à un chiffre significatif : $u(C_0) = 0{,}02\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

$$\boxed{u(C_0) \approx 0{,}02\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}\text{, soit } C_0 = (0{,}70 \pm 0{,}02)\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}}$$

**PIÈGE**
Prendre la mauvaise ligne du tableau de verrerie : $V_1$ est prélevé à la pipette jaugée de 20,00 mL, donc $u(V_1) = 0{,}03$ mL. La burette intervient déjà par $u(V_{eq})$, qui est donnée.

**COMPRENDRE**
Chaque rapport est sans unité, il suffit que numérateur et dénominateur aient la même. Une incertitude s'écrit avec un ou deux chiffres significatifs, et le résultat s'arrête au même rang décimal qu'elle.

**À LA CALCULATRICE**



**A.4.4** Comparer le résultat de la mesure de la concentration $C_0$ à la valeur de référence en calculant l'écart normalisé $z$. Conclure.

**Données utiles** $C_{0,\text{réf}} = 65\ \text{g}\cdot\text{L}^{-1}$ ; $M = 90{,}1\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ ; $C_0 = 0{,}700\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ (A.4.2) ; $u(C_0) = 0{,}019\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ (A.4.3)

La valeur de référence est une concentration en masse. On la convertit en concentration en quantité de matière :

$$C_{0,\text{réf}} = \frac{65}{90{,}1} = 0{,}721\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

Écart normalisé :

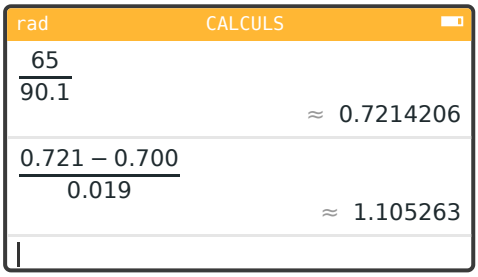
$$z = \frac{|C_0 - C_{0,\text{réf}}|}{u(C_0)} = \frac{|0{,}700 - 0{,}721|}{0{,}019} = 1{,}1$$

$z \approx 1{,}1 \leq 2$ : la concentration mesurée est compatible avec la valeur de référence annoncée.

**PIÈGE**
Soustraire directement 0,700 et 65 : les deux concentrations doivent être dans la même unité, ainsi que l'incertitude, avant de calculer $z$.

**MÉTHODE**
Vérification en $\text{g}\cdot\text{L}^{-1}$ : $C_0 \times M = 63{,}1\ \text{g}\cdot\text{L}^{-1}$ et $u = 1{,}7\ \text{g}\cdot\text{L}^{-1}$, d'où $z = |63{,}1 - 65|/1{,}7 \approx 1{,}1$. Même conclusion.

**À LA CALCULATRICE**




**A.5** Proposer, en justifiant, le nom d'un indicateur coloré permettant de repérer l'équivalence du titrage de l'acide lactique.

**Données utiles** $\text{pH}_E \approx 8$ (annexe, A.4.1) ; rouge de crésol : zone de virage 7,2 − 8,8

Un indicateur coloré convient si sa zone de virage contient le pH à l'équivalence.

Sur l'annexe, $\text{pH}_E \approx 8$ et le saut de pH s'étend environ de 6 à 10. Seule la zone de virage du rouge de crésol (7,2 − 8,8) contient $\text{pH}_E$ ; elle est de plus entièrement comprise dans le saut de pH.

Le **rouge de crésol** convient : la solution passe du jaune au rouge à l'équivalence.

**PIÈGE**
Choisir l'hélianthine ou le vert de bromocrésol : ils virent vers pH 4, bien avant l'équivalence, pour un volume versé très inférieur à $V_{eq}$.

**B.1** Attribuer chacun des deux spectres infrarouge A et B à une espèce chimique (acide lactique ou PLA). Justifier la réponse.

**Données utiles** liaison O–H d'un alcool en liaison hydrogène : bande large, 3200 − 3550 $\text{cm}^{-1}$ ; liaison C=O : bande intense, 1715 − 1760 $\text{cm}^{-1}$

Les deux spectres présentent une bande intense vers 1700 − 1760 $\text{cm}^{-1}$ (liaison C=O) : elle ne permet pas de les distinguer.

Le spectre B présente en plus une bande large et intense au-delà de 3000 $\text{cm}^{-1}$, caractéristique d'une liaison O–H. Le spectre A n'en présente pas.

Chaque molécule d'acide lactique possède deux liaisons O–H (groupes hydroxyle et carboxyle). Dans le PLA, les motifs sont liés par des groupes ester : il ne reste des liaisons O–H qu'aux deux extrémités de la longue chaîne, en proportion négligeable.

Spectre **B** : acide lactique. Spectre **A** : PLA.

**PIÈGE**
Lire l'axe trop vite : le nombre d'onde décroît de gauche à droite, et les deux spectres n'ont pas la même échelle horizontale.

**MÉTHODE**
Pour départager deux spectres, chercher la liaison présente dans une seule des deux espèces, puis la bande correspondante dans la table. Citer le nombre d'onde et l'allure de la bande (large, fine, intense).

**B.2.1** Identifier, à partir de données expérimentales, un ou plusieurs facteurs cinétiques.

**Données utiles** figure 4, à $t = 50$ min : $C_{PLA}/C_{PLA,0} \approx 0{,}98$ à 140 °C ; 0,90 à 160 °C ; 0,20 à 180 °C

Les trois expériences ont la même composition initiale (10 % de PLA en masse) : seule la température change.

À une même date, par exemple $t = 50$ min, il reste environ 98 % du PLA à 140 °C, 90 % à 160 °C et seulement 20 % à 180 °C. Plus la température est élevée, plus le PLA est consommé rapidement.

La **température** est un facteur cinétique : la transformation est d'autant plus rapide que la température est élevée.

**COMPRENDRE**
La concentration d'un réactif est aussi un facteur cinétique en général, mais la figure 4 ne permet pas de le montrer : la proportion initiale de PLA est la même dans les trois expériences.

**B.2.2** La vitesse de cette transformation augmente en milieu acide. En déduire le rôle joué par l'ion oxonium.

En milieu acide, les ions oxonium $H_3O^+$ sont plus nombreux et la transformation est plus rapide. Or l'ion oxonium ne figure pas dans l'équation de la réaction $A + H_2O \longrightarrow B + \text{acide lactique}$ : il n'est ni consommé ni formé au bilan.

L'ion oxonium $H_3O^+$ joue le rôle de **catalyseur**.

**COMPRENDRE**
Un catalyseur augmente la vitesse d'une transformation sans modifier son état final. Il est consommé puis régénéré au cours du mécanisme, ce qui explique son absence dans l'équation.

**B.3.1** Évaluer le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ de cette transformation pour la température $\theta = 160$ °C.

Le temps de demi-réaction est la durée au bout de laquelle l'avancement atteint la moitié de sa valeur finale.

À 160 °C, le rapport $\dfrac{C_{PLA}}{C_{PLA,0}}$ finit par s'annuler : tout le PLA est consommé. À $t_{1/2}$, la moitié du PLA a donc été consommée :

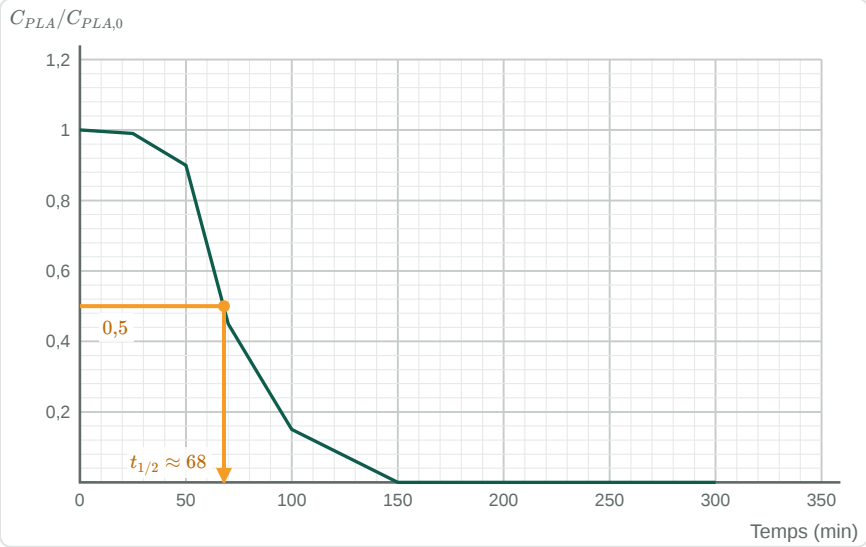
$$\frac{C_{PLA}}{C_{PLA,0}} = 0{,}5$$

Sur la courbe à 160 °C de la figure 4, l'ordonnée 0,5 est atteinte entre les points d'abscisses 50 min et 70 min, un peu avant 70 min.

$t_{1/2} \approx 70$ min à 160 °C (lecture graphique : entre 65 et 70 min)

**PIÈGE**
Lire la date à laquelle la courbe atteint zéro et la diviser par deux (75 min) : $t_{1/2}$ n'est pas la moitié de la durée de la transformation.

**COMPRENDRE**
La courbe n'est connue que par quelques points de mesure reliés par des segments : la lecture ne justifie pas plus de un ou deux chiffres significatifs. Le verbe « évaluer » demande un ordre de grandeur justifié.




**B.3.1** · Figure 4, courbe à 160 °C : lecture du temps de demi-réaction

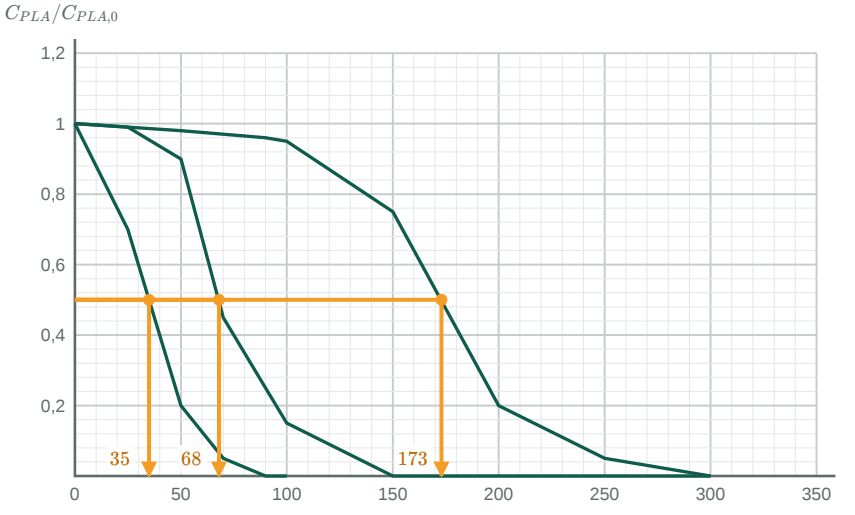
**B.3.2** Indiquer qualitativement comment évolue le temps de demi-réaction pour $\theta_1 = 140$ °C et $\theta_2 = 180$ °C.

La température est un facteur cinétique (B.2.1) : plus elle est élevée, plus la transformation est rapide, donc plus le temps de demi-réaction est court.

La figure 4 le confirme : l'ordonnée 0,5 est atteinte vers 35 min à 180 °C et vers 170 min à 140 °C, contre environ 70 min à 160 °C.

$t_{1/2}(180\ ^\circ\mathrm{C}) < t_{1/2}(160\ ^\circ\mathrm{C}) < t_{1/2}(140\ ^\circ\mathrm{C})$ : le temps de demi-réaction augmente à 140 °C et diminue à 180 °C.

**COMPRENDRE**
« Qualitativement » : le sens de variation et sa justification suffisent. Les deux lectures graphiques ne sont là que pour appuyer la réponse.




**B.3.2** · Figure 4 : de gauche à droite, courbes à 180 °C, 160 °C et 140 °C

# L'observation de Saturne

Bac 2023 Nouvelle-Calédonie Jour 1 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

**A.1** Déterminer s'il est possible ou non de profiter à l'œil nu du « spectacle exceptionnel » qu'offre l'observation de Saturne avec ses anneaux.

**Données utiles** $\alpha = 8 \times 10^{-5}$ rad (angle apparent du système d'anneaux, Saturne au plus près) ; pouvoir séparateur de l'œil : $2{,}9 \times 10^{-4}$ rad

Un œil normal ne distingue deux points que si l'angle apparent qui les sépare est au moins égal à $2{,}9 \times 10^{-4}$ rad.

Or, même lorsque Saturne est au plus près de la Terre, le système d'anneaux est vu sous l'angle $\alpha = 8 \times 10^{-5}$ rad, et

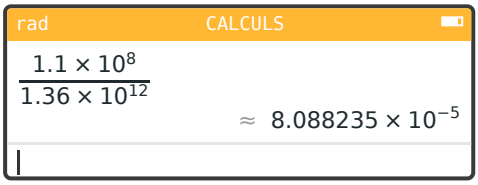
$$8 \times 10^{-5}\ \text{rad} < 2{,}9 \times 10^{-4}\ \text{rad}$$

$\alpha$ est inférieur au pouvoir séparateur de l'œil : à l'œil nu, on ne distingue pas les anneaux de la planète. Saturne apparaît comme un simple point lumineux.

**PIÈGE**
Répondre « oui » ou « non » sans comparaison chiffrée. Il faut écrire les deux angles, dans la même unité, et l'inégalité entre eux.

**COMPRENDRE**
La valeur de $\alpha$ se retrouve avec les données : $\tan\alpha \approx \alpha = \dfrac{A_\infty B_\infty}{d} = \dfrac{1{,}1 \times 10^{8}}{1{,}36 \times 10^{12}} \approx 8 \times 10^{-5}$ rad, avec $d$ la distance Terre-Saturne.

**À LA CALCULATRICE**




**A.2** À partir du critère de Rayleigh, déterminer la limite de résolution angulaire $\alpha_{lim}$ de cette lunette commerciale.

**Données utiles** $\lambda = 705$ nm ; diamètre de l'objectif $D = 70$ mm (figure 3)

Critère de Rayleigh : $\alpha_{lim} = 1{,}22 \times \dfrac{\lambda}{D}$, avec $\lambda$ et $D$ dans la même unité.

$\lambda = 705\ \text{nm} = 705 \times 10^{-9}$ m et $D = 70\ \text{mm} = 70 \times 10^{-3}$ m.

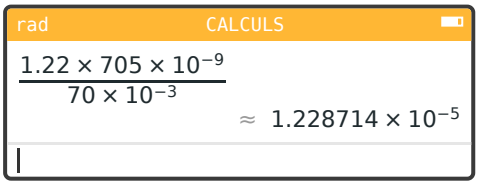
$$\alpha_{lim} = 1{,}22 \times \frac{705 \times 10^{-9}}{70 \times 10^{-3}}$$

$\alpha_{lim} = 1{,}2 \times 10^{-5}$ rad

**PIÈGE**
Laisser $\lambda$ en nanomètres et $D$ en millimètres : le résultat est alors faux d'un facteur $10^6$. Ne pas confondre non plus le diamètre de l'objectif (70 mm) avec sa distance focale (900 mm).

**COMPRENDRE**
Deux chiffres significatifs, comme $D = 70$ mm, la donnée la moins précise. Le rapport de deux longueurs n'a pas d'unité : la formule donne un angle en radians.

**À LA CALCULATRICE**



**A.3** Indiquer si le phénomène ondulatoire limitant la résolution empêche ou non l'observation de Saturne avec la lunette proposée.

**Données utiles** $\alpha = 8 \times 10^{-5}$ rad ; $\alpha_{lim} = 1{,}2 \times 10^{-5}$ rad (A.2)

Le phénomène ondulatoire qui limite la résolution est la **diffraction** de la lumière par l'ouverture circulaire de l'objectif : l'image d'un point n'est pas un point mais une petite tache.

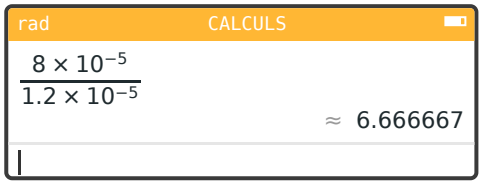
D'après le critère de Rayleigh, le centre de Saturne et le bord de l'anneau sont séparés par la lunette si $\alpha > \alpha_{lim}$. Or

$$\alpha = 8 \times 10^{-5} \text{ rad} > \alpha_{lim} = 1{,}2 \times 10^{-5} \text{ rad}$$

La diffraction n'empêche pas l'observation : la lunette donne des images distinctes de la planète et de son anneau ($\alpha$ vaut plus de 6 fois $\alpha_{lim}$).

**COMPRENDRE**
Plus le diamètre $D$ de l'objectif est grand, plus $\alpha_{lim}$ est petit et plus l'instrument sépare des détails fins. C'est pourquoi on construit des instruments de grand diamètre.

**À LA CALCULATRICE**




**B.1.1** Identifier sur le schéma de l'annexe l'objectif $L_1$ et l'oculaire $L_2$.

L'objectif est la lentille tournée vers l'objet : elle reçoit en premier la lumière venant de Saturne. C'est donc la lentille atteinte par le rayon issu de $B_\infty$.

L'oculaire est la lentille placée du côté de l'œil, à la sortie de la lunette ; le foyer $F'_2$ déjà placé sur l'annexe est tout près d'elle.

$L_1$ (objectif) : lentille de gauche sur le schéma de la question B.1.2, celle où arrive le rayon issu de $B_\infty$. $L_2$ (oculaire) : l'autre lentille, près de $F'_2$.

**COMPRENDRE**
L'annexe du sujet est imprimée tournée d'un quart de tour : l'objectif y est la lentille du bas, l'oculaire celle du haut. Tourner la feuille pour que la lumière aille de gauche à droite.

**B.1.2** Positionner sur le schéma de l'annexe les centres optiques $O_1$ et $O_2$, le foyer image $F'_1$ de $L_1$ et le foyer objet $F_2$ de $L_2$, sans souci d'échelle mais de façon cohérente.

$O_1$ et $O_2$ sont les points d'intersection de l'axe optique $\Delta$ avec les lentilles $L_1$ et $L_2$.

$F_2$ est le symétrique de $F'_2$ par rapport à $O_2$ : $O_2F_2 = O_2F'_2$, et $F_2$ se trouve entre les deux lentilles.

La lunette est afocale : le foyer image de l'objectif est confondu avec le foyer objet de l'oculaire.

$F'_1$ et $F_2$ sont confondus, entre $L_1$ et $L_2$, à la distance $O_2F'_2$ de l'oculaire (voir le schéma).

**PIÈGE**
Placer $F'_1$ et $F_2$ en deux points différents, ou placer $F_2$ sans respecter $O_2F_2 = O_2F'_2$ : le schéma n'est alors plus cohérent avec le foyer $F'_2$ imposé par le sujet.

**COMPRENDRE**
Sur l'annexe du sujet, $F'_2$ est très proche de $L_2$, donc $F_2$ aussi. Le schéma de ce corrigé écarte un peu ces points pour rester lisible ; la construction est la même.




**B.1.2** · Annexe : lentilles, centres optiques et foyers (ajouts en orange)

**B.2** Représenter sur le schéma de l'annexe l'image intermédiaire $A_1B_1$ de l'objet $A_\infty B_\infty$ donnée par l'objectif, puis le faisceau émergent de la lunette issu de $B_\infty$ et passant par les bords de l'objectif.

**Image intermédiaire.** L'objet est à l'infini : son image par $L_1$ se forme dans le plan focal image de l'objectif. $A_\infty$ est sur l'axe, donc $A_1$ est en $F_1'$. Le rayon issu de $B_\infty$ qui passe par $O_1$ n'est pas dévié : on le prolonge, et $B_1$ est son intersection avec la perpendiculaire à l'axe passant par $F_1'$.

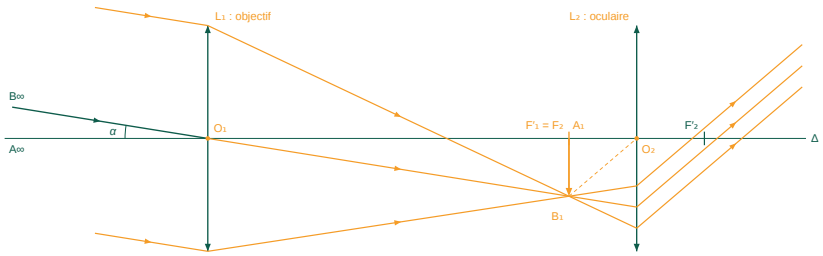
**Faisceau.** Les rayons issus de $B_\infty$ sont parallèles entre eux : on trace les deux rayons parallèles au rayon donné qui arrivent sur les bords de $L_1$. Après l'objectif, ils passent tous les deux par $B_1$ et continuent jusqu'à $L_2$.

**Sortie de la lunette.** $B_1$ est dans le plan focal objet de $L_2$ : son image est à l'infini et les rayons émergents sont parallèles entre eux. Leur direction est celle de la droite $(B_1O_2)$, car un rayon passant par $O_2$ n'est pas dévié.

$A_1B_1$ est dans le plan focal commun, renversée ($A_1$ en $F_1'$) ; le faisceau émergent est un faisceau de rayons parallèles à $(B_1O_2)$.

**PIÈGE**
Faire converger les rayons émergents, ou arrêter les rayons en $B_1$. L'image intermédiaire n'est pas un écran : la lumière poursuit son trajet jusqu'à l'oculaire.

**MÉTHODE**
Pour le faisceau émergent, tracer en pointillés la droite $(B_1O_2)$, puis, à partir des points où les rayons atteignent $L_2$, des parallèles à cette droite.




**B.2** · Annexe complétée : image intermédiaire $A_1B_1$ et faisceau émergent

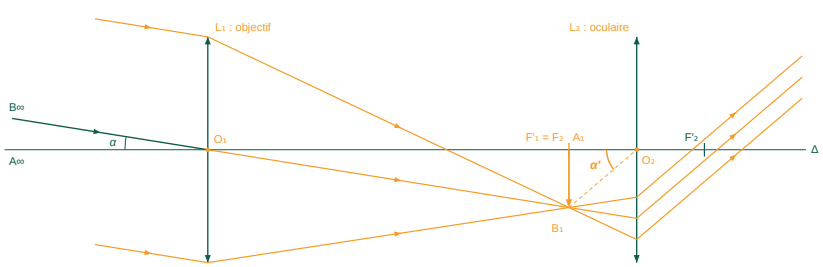
**C.1** Repérer l'angle $\alpha'$ sur le schéma de l'annexe.

$\alpha'$ est l'angle sous lequel l'œil voit l'image finale, rejetée à l'infini : c'est l'angle entre l'axe optique $\Delta$ et la direction des rayons émergents issus de $B_\infty$.

Ces rayons sont parallèles à $(B_1O_2)$.

$\alpha'$ est l'angle $\widehat{A_1O_2B_1}$, entre l'axe optique et la droite $(O_2B_1)$, de sommet $O_2$ (voir le schéma).

**COMPRENDRE**
On retrouve le même angle $\alpha'$ entre chaque rayon émergent et l'axe optique. De même, $\alpha$ est l'angle $\widehat{A_1O_1B_1}$.




**C.1** · Annexe complétée : angle $\alpha'$

**C.2** Établir l'expression du grossissement $G$ en fonction des distances focales $f_1'$ de l'objectif et $f_2'$ de l'oculaire.

Dans le triangle $O_1A_1B_1$, rectangle en $A_1$, avec $O_1A_1 = O_1F_1' = f_1'$ :

$$\tan\alpha = \frac{A_1B_1}{O_1A_1} = \frac{A_1B_1}{f_1'}$$

Dans le triangle $O_2A_1B_1$, rectangle en $A_1$, avec $O_2A_1 = O_2F_2 = f_2'$ :

$$\tan\alpha' = \frac{A_1B_1}{O_2A_1} = \frac{A_1B_1}{f_2'}$$

Les angles sont petits : $\tan\alpha \approx \alpha$ et $\tan\alpha' \approx \alpha'$ (en radians). Donc

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{A_1B_1}{f_2'} \times \frac{f_1'}{A_1B_1}$$

$$\boxed{G = \frac{f_1'}{f_2'}}$$

**PIÈGE**
Donner la formule sans démonstration : « établir » demande les deux triangles et l'approximation des petits angles. Attention aussi à ne pas inverser le rapport : $G > 1$ exige $f_1' > f_2'$.

**MÉTHODE**
Chercher les deux triangles rectangles qui ont le côté $A_1B_1$ en commun : l'un contient $\alpha$ (sommet $O_1$), l'autre $\alpha'$ (sommet $O_2$). $A_1B_1$ se simplifie dans le rapport.

**C.3** Valider la valeur du grossissement « 45 X » de la lunette commerciale décrite en figure 3, l'observateur utilisant l'oculaire de distance focale 20 mm.

**Données utiles** $f_1' = 900$ mm ; $f_2' = 20$ mm (figure 3) ; $G = \frac{f_1'}{f_2'}$ (C.2)

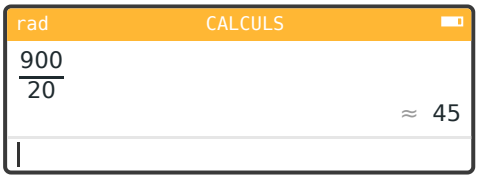
$$G = \frac{f_1'}{f_2'} = \frac{900}{20} = 45$$

Les deux distances focales sont dans la même unité (mm) : $G$ est sans unité.

$G = 45$ : la valeur « 45 X » de la notice est validée.

**COMPRENDRE**
Avec l'autre oculaire, $G = \frac{900}{10} = 90$ : on retrouve aussi le « 90 X » de la notice. Plus la distance focale de l'oculaire est courte, plus le grossissement est grand.

**À LA CALCULATRICE**



**C.4** Déterminer si l'œil peut théoriquement discerner les anneaux de Saturne avec l'aide de cette lunette.

**Données utiles** $\alpha = 8 \times 10^{-5}$ rad ; $G = 45$ (C.3) ; pouvoir séparateur de l'œil : $2{,}9 \times 10^{-4}$ rad

**Démarche.** L'œil placé derrière l'oculaire voit l'image sous l'angle $\alpha'$. Il discerne les anneaux si $\alpha'$ dépasse son pouvoir séparateur.

Par définition du grossissement, $G = \dfrac{\alpha'}{\alpha}$, donc $\alpha' = G \times \alpha$.

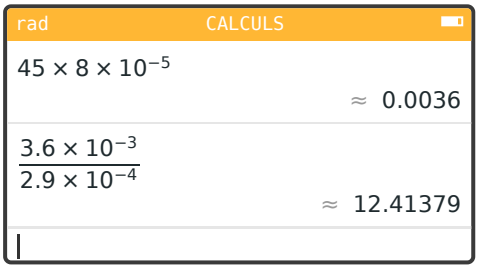
$$\alpha' = 45 \times 8 \times 10^{-5} = 3{,}6 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

**Comparaison.** $\alpha' = 3{,}6 \times 10^{-3}$ rad $> 2{,}9 \times 10^{-4}$ rad : l'angle est environ 12 fois plus grand que le pouvoir séparateur de l'œil.

De plus, la diffraction par l'objectif ne brouille pas ce détail (A.3 : $\alpha > \alpha_{lim}$).

$\alpha' \approx 3{,}6 \times 10^{-3}$ rad $> 2{,}9 \times 10^{-4}$ rad : avec la lunette et l'oculaire de 20 mm, l'œil peut théoriquement discerner les anneaux de Saturne.

**À LA CALCULATRICE**




**PIÈGE**

Comparer $\alpha$ (et non $\alpha'$) au pouvoir séparateur de l'œil : on retrouverait la conclusion de la question A.1. C'est l'angle en sortie de lunette que l'œil reçoit.

**COMPRENDRE**

Deux conditions sont nécessaires : la lunette doit séparer les deux points (diffraction, A.3) et l'image doit être vue sous un angle suffisant pour l'œil (grossissement). $\alpha$ n'ayant qu'un chiffre significatif, le résultat s'arrondit à $4 \times 10^{-3}$ rad.

# Capteur d'arrosage capacitif

Bac 2023 Nouvelle-Calédonie Jour 1 · Exercice 3 **6 points** **Durée conseillée 1 h 03**

**A.1** Déduire des permittivités relatives de l'air et de l'eau le milieu pour lequel la capacité du condensateur est la plus grande.

**Données utiles** $C = \dfrac{\varepsilon_0\,\varepsilon_r\,S}{\ell}$ ; $\varepsilon_{r,\text{air}} = 1{,}0$ ; $\varepsilon_{r,\text{eau}} = 80$

$\varepsilon_0$, $S$ et $\ell$ ne dépendent pas du milieu : la capacité $C$ est proportionnelle à $\varepsilon_r$.

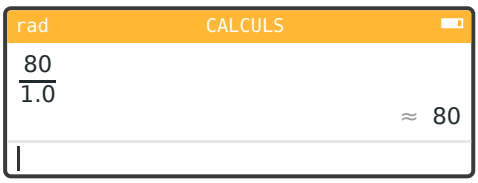
Or $\varepsilon_{r,\text{eau}} > \varepsilon_{r,\text{air}}$, donc $\dfrac{C_{\text{eau}}}{C_{\text{air}}} = \dfrac{\varepsilon_{r,\text{eau}}}{\varepsilon_{r,\text{air}}} = \dfrac{80}{1{,}0} = 80$.

La capacité est la plus grande dans l'**eau** : $C_{\text{eau}} = 80\,C_{\text{air}}$.

**MÉTHODE**

Pour comparer deux situations, repérer ce qui ne change pas ($\varepsilon_0$, $S$, $\ell$) puis former le rapport des deux grandeurs : les constantes se simplifient, aucune valeur de $S$ ou de $\ell$ n'est nécessaire.

**À LA CALCULATRICE**




**A.2** Justifier que, pour une même charge $q$ portée par une armature, la tension aux bornes du condensateur est plus faible dans l'eau que dans l'air.

**Données utiles** $C_{\text{eau}} > C_{\text{air}}$ (A.1)

La charge portée par une armature et la tension aux bornes du condensateur sont liées par $q = C \times u$, soit $u = \dfrac{q}{C}$.

À charge $q$ identique, la tension est inversement proportionnelle à la capacité. Comme $C_{\text{eau}} > C_{\text{air}}$ :

$u_{\text{eau}} = \dfrac{q}{C_{\text{eau}}} < u_{\text{air}} = \dfrac{q}{C_{\text{air}}}$ : la tension est plus faible dans l'eau.

**COMPRENDRE**

C'est le principe du capteur : le sol humide augmente la capacité, ce qui modifie une tension, seule grandeur que le microcontrôleur sait lire. D'après A.1, la tension serait ici 80 fois plus faible dans l'eau.

**B.1** Établir, pour le circuit de la figure 3, la relation entre $E$, $u_R(t)$ et $u_C(t)$.

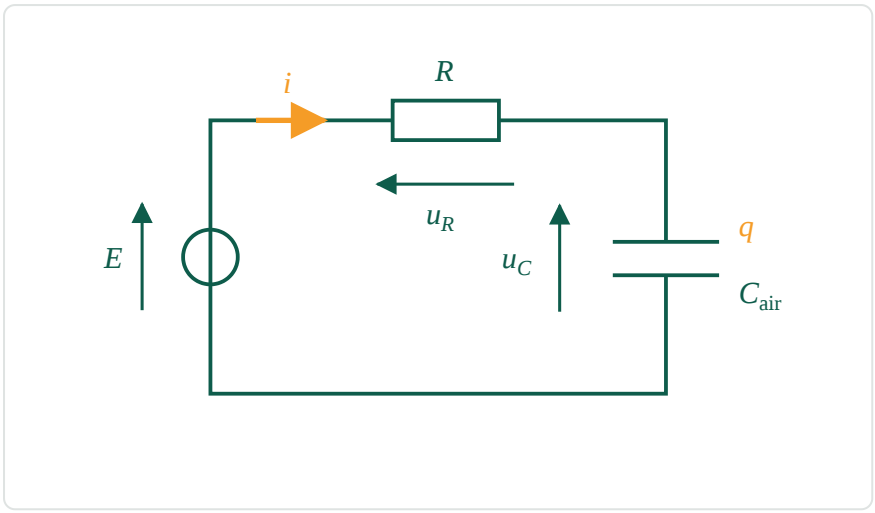
Loi des mailles dans l'unique maille du circuit, avec les flèches de tension de la figure 3 :

$E - u_R(t) - u_C(t) = 0$

$E = u_R(t) + u_C(t)$

**PIÈGE**

Les signes dépendent du sens des flèches. Ici $u_R$ et $u_C$ s'opposent à $E$ quand on parcourt la maille : elles s'ajoutent donc dans le même membre.




**B.1** · Figure 3 du sujet, avec le sens choisi pour $i$ et l'armature qui porte la charge $q$

**B.2** Donner la relation entre l'intensité du courant $i(t)$ et la charge électrique $q(t)$ qui traverse une portion de circuit. Préciser les unités.

L'intensité est le débit de charge électrique : c'est la dérivée de la charge par rapport au temps.

$i(t) = \dfrac{\mathrm{d}q(t)}{\mathrm{d}t}$, avec $i$ en ampères (A), $q$ en coulombs (C) et $t$ en secondes (s).

**COMPRENDRE**
Un ampère correspond à un coulomb par seconde : $1\ \mathrm{A} = 1\ \mathrm{C} \cdot \mathrm{s}^{-1}$. La même relation donne la charge de l'armature du condensateur reliée à la résistance (convention récepteur).

**B.3** Montrer que l'équation différentielle vérifiée par $u_C$ est $\dfrac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t} + \dfrac{1}{R \times C_{\text{air}}} u_C(t) = \dfrac{E}{R \times C_{\text{air}}}$.

**Données utiles** $E = u_R(t) + u_C(t)$ (B.1) ; $i(t) = \dfrac{\mathrm{d}q(t)}{\mathrm{d}t}$ (B.2)

Loi d'Ohm pour la résistance (convention récepteur) : $u_R(t) = R \times i(t)$ .

Pour le condensateur : $q(t) = C_{\text{air}} \times u_C(t)$. Comme $C_{\text{air}}$ est constante :

$$i(t) = \frac{\mathrm{d}q(t)}{\mathrm{d}t} = C_{\text{air}} \frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t} \quad \text{donc} \quad u_R(t) = R \times C_{\text{air}} \frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}$$

La loi des mailles devient : $R \times C_{\text{air}} \dfrac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t} + u_C(t) = E$.

En divisant chaque terme par $R \times C_{\text{air}}$ :

$$\frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{R \times C_{\text{air}}} u_C(t) = \frac{E}{R \times C_{\text{air}}}$$

**PIÈGE**
Passer directement de la loi des mailles au résultat. Dans un « montrer que », chaque relation utilisée doit être écrite, sinon les points de la démarche sont perdus.

**MÉTHODE**
Toujours les mêmes quatre étapes : loi des mailles, loi d'Ohm, $q = C\,u_C$, $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$. On remplace ensuite pour ne garder que $u_C$ et sa dérivée.

**B.4.1** Montrer que $u_C(t) = E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ est solution de l'équation différentielle à condition que $\tau = R \times C_{\text{air}}$.

On dérive la fonction proposée : $\dfrac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t} = \dfrac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$.

On remplace dans le membre de gauche de l'équation différentielle :

$$\frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R \times C_{\text{air}}} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = E \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{R \times C_{\text{air}}}\right) e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R \times C_{\text{air}}}$$

Ce membre est égal à $\dfrac{E}{R \times C_{\text{air}}}$ à tout instant $t$ si, et seulement si, $\dfrac{1}{\tau} - \dfrac{1}{R \times C_{\text{air}}} = 0$.

De plus $u_C(0) = E \times (1 - e^0) = 0$ : le condensateur est bien initialement déchargé.

La fonction proposée est solution à condition que $\tau = R \times C_{\text{air}}$.

**PIÈGE**
Oublier le facteur $\dfrac{1}{\tau}$ en dérivant : la dérivée de $e^{-\frac{t}{\tau}}$ est $-\dfrac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$. Le signe « $-$ » se combine avec celui de la parenthèse et donne une dérivée positive.

**MÉTHODE**
Vérifier une solution : dériver, remplacer dans l'équation, regrouper les termes en exponentielle. L'égalité doit être vraie à chaque instant, donc le coefficient de l'exponentielle doit être nul.

**B.4.2** Nommer le produit des grandeurs $R$ et $C_{\text{air}}$.

Le produit $\tau = R \times C_{\text{air}}$ est la **constante de temps** (ou temps caractéristique) du circuit RC ; elle s'exprime en secondes.

**COMPRENDRE**
Elle fixe la rapidité de la charge : à $t = \tau$, $u_C$ atteint 63 % de $E$ ; au bout de $5\tau$, la charge est terminée à moins de 1 % près.

**B.5** Montrer qu'au bout d'un temps suffisamment long, la charge du condensateur vaut $Q_{\text{chargé}} = C_{\text{air}} \times E$.

**Données utiles** $u_C(t) = E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ (B.4.1)

Quand $t$ devient très grand devant $\tau$, $e^{-\frac{t}{\tau}}$ tend vers 0, donc $u_C(t)$ tend vers $E \times (1 - 0) = E$.

Or la charge du condensateur est $q(t) = C_{\text{air}} \times u_C(t)$. Une fois le condensateur chargé :

$$Q_{\text{chargé}} = C_{\text{air}} \times E$$

**MÉTHODE**
Autre raisonnement possible : en fin de charge, $u_C$ ne varie plus, donc $i = C_{\text{air}} \dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 0$ et $u_R = R\,i = 0$. La loi des mailles donne alors $u_C = E$.

**C.1** Recopier puis compléter la ligne 6 du script pour y faire figurer la valeur mesurée lorsque le capteur est uniquement dans l'eau.

**Données utiles** valeur lue dans l'eau : 217

```
const int eau = 217;
```

**PIÈGE**
Ne pas oublier le point-virgule qui termine l'instruction, ni confondre les deux valeurs : 595 est la valeur dans l'air (ligne 5), 217 celle dans l'eau.

**C.2** Expliquer pourquoi la valeur mesurée par le capteur planté dans le pot est forcément comprise entre 217 et 595.

La terre du pot contient plus ou moins d'eau : sa permittivité relative est intermédiaire entre celle du milieu sans eau (l'air, capteur « sec ») et celle de l'eau seule.

La capacité étant proportionnelle à $\varepsilon_r$ (A.1) : $C_{\text{air}} < C_{\text{terre}} < C_{\text{eau}}$.

La valeur lue dépend de la tension aux bornes du condensateur, d'autant plus faible que la capacité est grande (A.2) : elle diminue quand l'humidité augmente.

La valeur lue dans la terre est comprise entre celle de l'eau (217, valeur minimale) et celle de l'air (595, valeur maximale).

**COMPRENDRE**
Les deux mesures préalables sont un étalonnage : elles fixent les bornes 0 % d'humidité (air, 595) et 100 % (eau, 217). La valeur la plus grande correspond au milieu le plus sec.

**C.3** Proposer une expression littérale du pourcentage d'humidité relative en fonction des variables « valeur_exp », « sec » et « eau ».

On suppose que le pourcentage varie linéairement avec la valeur lue, de 0 % pour `valeur_exp = sec` (air) à 100 % pour `valeur_exp = eau` (eau) :

$$\text{pourcentage} = \frac{\text{sec} - \text{valeur_exp}}{\text{sec} - \text{eau}} \times 100$$

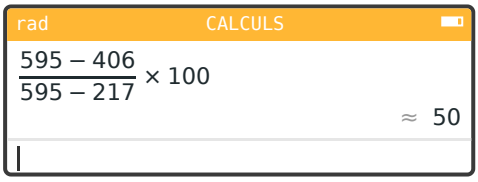
Vérification : pour `valeur_exp = sec` on obtient 0 ; pour `valeur_exp = eau` on obtient 100.

$$\text{pourcentage} = \frac{\text{sec} - \text{valeur_exp}}{\text{sec} - \text{eau}} \times 100$$

**PIÈGE**
Écrire $\frac{\text{valeur_exp}}{\text{sec}} \times 100$ : cette expression donne 100 % dans l'air et 36 % dans l'eau. La valeur lue diminue quand l'humidité augmente et ne descend pas jusqu'à zéro.

**MÉTHODE**
Tester l'expression aux deux bornes de l'étalonnage, puis sur une valeur intermédiaire : pour une valeur lue de 406, à mi-chemin entre 217 et 595, on doit trouver 50 %.

**À LA CALCULATRICE**




**C.4** Donner le code à écrire à la ligne 17 pour calculer la valeur de la variable « pourcentage_humidite ».

**Données utiles** expression du pourcentage (C.3)

On traduit l'expression de la question C.3 avec les noms de variables du script :

```
int pourcentage_humidite = 100.0 * (sec - valeur_exp) / (sec - eau);
```

**PIÈGE**
Diviser d'abord deux entiers : `(sec - valeur_exp) / (sec - eau)` vaut 0 tant que le capteur n'est pas dans l'eau, car la division entre entiers est tronquée. Écrire `100.0` impose un calcul décimal.

**COMPRENDRE**
La variable étant déclarée `int`, le résultat décimal est tronqué à l'entier inférieur à l'affectation : 49,7 s'affiche 49. Toute écriture équivalente à l'expression de C.3 est acceptée.