L'observation de Saturne

Bac 2023 Nouvelle-Calédonie Jour 1 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

A.1 Déterminer s'il est possible ou non de profiter à l'œil nu du « spectacle exceptionnel » qu'offre l'observation de Saturne avec ses anneaux.

Données utiles $\alpha = 8 \times 10^{-5}$ rad (angle apparent du système d'anneaux, Saturne au plus près) ; pouvoir séparateur de l'œil : $2{,}9 \times 10^{-4}$ rad

Un œil normal ne distingue deux points que si l'angle apparent qui les sépare est au moins égal à $2{,}9 \times 10^{-4}$ rad.

Or, même lorsque Saturne est au plus près de la Terre, le système d'anneaux est vu sous l'angle $\alpha = 8 \times 10^{-5}$ rad, et

$$8 \times 10^{-5}\ \text{rad} < 2{,}9 \times 10^{-4}\ \text{rad}$$

α est inférieur au pouvoir séparateur de l'œil : à l'œil nu, on ne distingue pas les anneaux de la planète. Saturne apparaît comme un simple point lumineux.

PIÈGE
Répondre « oui » ou « non » sans comparaison chiffrée. Il faut écrire les deux angles, dans la même unité, et l'inégalité entre eux.

COMPRENDRE
La valeur de α se retrouve avec les données : $\tan\alpha \approx \alpha = \dfrac{A_\infty B_\infty}{d} = \dfrac{1{,}1 \times 10^{8}}{1{,}36 \times 10^{12}} \approx 8 \times 10^{-5}$ rad, avec d la distance Terre-Saturne.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{1.1 \times 10^{8}}{1.36 \times 10^{12}} \approx 8.088235 \times 10^{-5}$$

A.2 À partir du critère de Rayleigh, déterminer la limite de résolution angulaire α_{lim} de cette lunette commerciale.

Données utiles $\lambda = 705$ nm ; diamètre de l'objectif $D = 70$ mm (figure 3)

Critère de Rayleigh : $\alpha_{lim} = 1{,}22 \times \dfrac{\lambda}{D}$, avec λ et D dans la même unité.

$\lambda = 705\ \text{nm} = 705 \times 10^{-9}$ m et $D = 70\ \text{mm} = 70 \times 10^{-3}$ m.

$$\alpha_{lim} = 1{,}22 \times \frac{705 \times 10^{-9}}{70 \times 10^{-3}}$$

$\alpha_{lim} = 1{,}2 \times 10^{-5}$ rad

PIÈGE
Laisser λ en nanomètres et D en millimètres : le résultat est alors faux d'un facteur 10^6. Ne pas confondre non plus le diamètre de l'objectif (70 mm) avec sa distance focale (900 mm).

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme $D = 70$ mm, la donnée la moins précise. Le rapport de deux longueurs n'a pas d'unité : la formule donne un angle en radians.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{1.22 \times 705 \times 10^{-9}}{70 \times 10^{-3}} \approx 1.228714 \times 10^{-5}$$

A.3 Indiquer si le phénomène ondulatoire limitant la résolution empêche ou non l'observation de Saturne avec la lunette proposée.

Données utiles $\alpha = 8 \times 10^{-5}$ rad ; $\alpha_{lim} = 1{,}2 \times 10^{-5}$ rad (A.2)

Le phénomène ondulatoire qui limite la résolution est la **diffraction** de la lumière par l'ouverture circulaire de l'objectif : l'image d'un point n'est pas un point mais une petite tache.

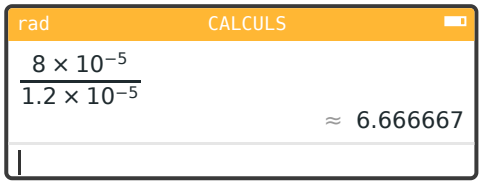
D'après le critère de Rayleigh, le centre de Saturne et le bord de l'anneau sont séparés par la lunette si $\alpha > \alpha_{lim}$. Or

$$\alpha = 8 \times 10^{-5} \text{ rad} > \alpha_{lim} = 1{,}2 \times 10^{-5} \text{ rad}$$

La diffraction n'empêche pas l'observation : la lunette donne des images distinctes de la planète et de son anneau (α vaut plus de 6 fois α_{lim}).

COMPRENDRE
Plus le diamètre D de l'objectif est grand, plus α_{lim} est petit et plus l'instrument sépare des détails fins. C'est pourquoi on construit des instruments de grand diamètre.

À LA CALCULATRICE



B.1.1 Identifier sur le schéma de l'annexe l'objectif L_1 et l'oculaire L_2.

L'objectif est la lentille tournée vers l'objet : elle reçoit en premier la lumière venant de Saturne. C'est donc la lentille atteinte par le rayon issu de B_∞.

L'oculaire est la lentille placée du côté de l'œil, à la sortie de la lunette ; le foyer F'_2 déjà placé sur l'annexe est tout près d'elle.

L_1 (objectif) : lentille de gauche sur le schéma de la question B.1.2, celle où arrive le rayon issu de B_∞. L_2 (oculaire) : l'autre lentille, près de F'_2.

COMPRENDRE
L'annexe du sujet est imprimée tournée d'un quart de tour : l'objectif y est la lentille du bas, l'oculaire celle du haut. Tourner la feuille pour que la lumière aille de gauche à droite.

B.1.2 Positionner sur le schéma de l'annexe les centres optiques O_1 et O_2, le foyer image F'_1 de L_1 et le foyer objet F_2 de L_2, sans souci d'échelle mais de façon cohérente.

O_1 et O_2 sont les points d'intersection de l'axe optique Δ avec les lentilles L_1 et L_2.

F_2 est le symétrique de F'_2 par rapport à O_2 : $O_2F_2 = O_2F'_2$, et F_2 se trouve entre les deux lentilles.

La lunette est afocale : le foyer image de l'objectif est confondu avec le foyer objet de l'oculaire.

F'_1 et F_2 sont confondus, entre L_1 et L_2, à la distance $O_2F'_2$ de l'oculaire (voir le schéma).

PIÈGE
Placer F'_1 et F_2 en deux points différents, ou placer F_2 sans respecter $O_2F_2 = O_2F'_2$: le schéma n'est alors plus cohérent avec le foyer F'_2 imposé par le sujet.

COMPRENDRE
Sur l'annexe du sujet, F'_2 est très proche de L_2, donc F_2 aussi. Le schéma de ce corrigé écarte un peu ces points pour rester lisible ; la construction est la même.



B.1.2 · Annexe : lentilles, centres optiques et foyers (ajouts en orange)

B.2 Représenter sur le schéma de l'annexe l'image intermédiaire A_1B_1 de l'objet $A_\infty B_\infty$ donnée par l'objectif, puis le faisceau émergent de la lunette issu de B_∞ et passant par les bords de l'objectif.

Image intermédiaire. L'objet est à l'infini : son image par L_1 se forme dans le plan focal image de l'objectif. A_∞ est sur l'axe, donc A_1 est en F_1'. Le rayon issu de B_∞ qui passe par O_1 n'est pas dévié : on le prolonge, et B_1 est son intersection avec la perpendiculaire à l'axe passant par F_1'.

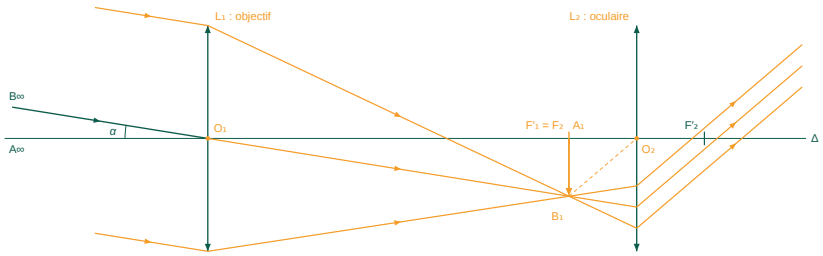
Faisceau. Les rayons issus de B_∞ sont parallèles entre eux : on trace les deux rayons parallèles au rayon donné qui arrivent sur les bords de L_1. Après l'objectif, ils passent tous les deux par B_1 et continuent jusqu'à L_2.

Sortie de la lunette. B_1 est dans le plan focal objet de L_2 : son image est à l'infini et les rayons émergents sont parallèles entre eux. Leur direction est celle de la droite (B_1O_2), car un rayon passant par O_2 n'est pas dévié.

A_1B_1 est dans le plan focal commun, renversée (A_1 en F_1') ; le faisceau émergent est un faisceau de rayons parallèles à (B_1O_2).

PIÈGE
Faire converger les rayons émergents, ou arrêter les rayons en B_1. L'image intermédiaire n'est pas un écran : la lumière poursuit son trajet jusqu'à l'oculaire.

MÉTHODE
Pour le faisceau émergent, tracer en pointillés la droite (B_1O_2), puis, à partir des points où les rayons atteignent L_2, des parallèles à cette droite.



B.2 · Annexe complétée : image intermédiaire A_1B_1 et faisceau émergent

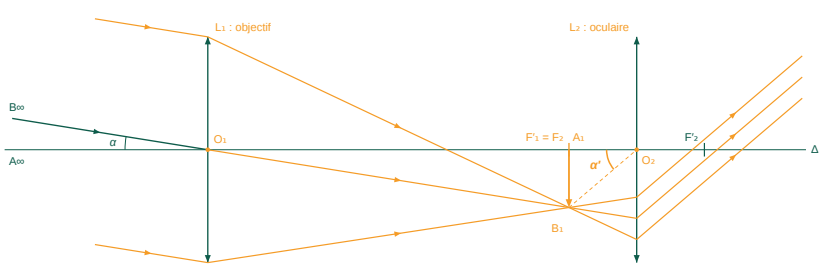
C.1 Repérer l'angle α' sur le schéma de l'annexe.

α' est l'angle sous lequel l'œil voit l'image finale, rejetée à l'infini : c'est l'angle entre l'axe optique Δ et la direction des rayons émergents issus de B_∞.

Ces rayons sont parallèles à (B_1O_2).

α' est l'angle $\widehat{A_1O_2B_1}$, entre l'axe optique et la droite (O_2B_1), de sommet O_2 (voir le schéma).

COMPRENDRE
On retrouve le même angle α' entre chaque rayon émergent et l'axe optique. De même, α est l'angle $\widehat{A_1O_1B_1}$.



C.1 · Annexe complétée : angle α'

C.2 Établir l'expression du grossissement G en fonction des distances focales f_1' de l'objectif et f_2' de l'oculaire.

Dans le triangle $O_1A_1B_1$, rectangle en A_1, avec $O_1A_1 = O_1F_1' = f_1'$:

$$\tan\alpha = \frac{A_1B_1}{O_1A_1} = \frac{A_1B_1}{f_1'}$$

Dans le triangle $O_2A_1B_1$, rectangle en A_1, avec $O_2A_1 = O_2F_2 = f_2'$:

$$\tan\alpha' = \frac{A_1B_1}{O_2A_1} = \frac{A_1B_1}{f_2'}$$

Les angles sont petits : $\tan\alpha \approx \alpha$ et $\tan\alpha' \approx \alpha'$ (en radians). Donc

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{A_1B_1}{f_2'} \times \frac{f_1'}{A_1B_1}$$

$$\boxed{G = \frac{f_1'}{f_2'}}$$

PIÈGE
Donner la formule sans démonstration : « établir » demande les deux triangles et l'approximation des petits angles. Attention aussi à ne pas inverser le rapport : $G > 1$ exige $f_1' > f_2'$.

MÉTHODE
Chercher les deux triangles rectangles qui ont le côté A_1B_1 en commun : l'un contient α (sommet O_1), l'autre α' (sommet O_2). A_1B_1 se simplifie dans le rapport.

C.3 Valider la valeur du grossissement « 45 X » de la lunette commerciale décrite en figure 3, l'observateur utilisant l'oculaire de distance focale 20 mm.

Données utiles $f_1' = 900$ mm ; $f_2' = 20$ mm (figure 3) ; $G = \frac{f_1'}{f_2'}$ (C.2)

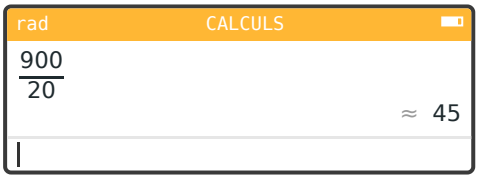
$$G = \frac{f_1'}{f_2'} = \frac{900}{20} = 45$$

Les deux distances focales sont dans la même unité (mm) : G est sans unité.

$G = 45$: la valeur « 45 X » de la notice est validée.

COMPRENDRE
Avec l'autre oculaire, $G = \frac{900}{10} = 90$: on retrouve aussi le « 90 X » de la notice. Plus la distance focale de l'oculaire est courte, plus le grossissement est grand.

À LA CALCULATRICE



C.4 Déterminer si l'œil peut théoriquement discerner les anneaux de Saturne avec l'aide de cette lunette.

Données utiles $\alpha = 8 \times 10^{-5}$ rad ; $G = 45$ (C.3) ; pouvoir séparateur de l'œil : $2{,}9 \times 10^{-4}$ rad

Démarche. L'œil placé derrière l'oculaire voit l'image sous l'angle α'. Il discerne les anneaux si α' dépasse son pouvoir séparateur.

Par définition du grossissement, $G = \dfrac{\alpha'}{\alpha}$, donc $\alpha' = G \times \alpha$.

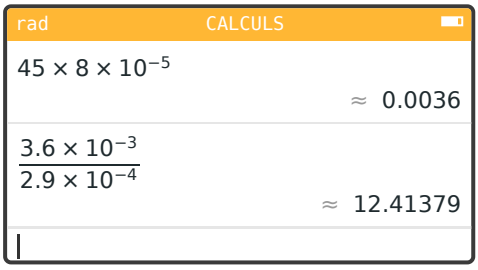
$$\alpha' = 45 \times 8 \times 10^{-5} = 3{,}6 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

Comparaison. $\alpha' = 3{,}6 \times 10^{-3}$ rad $> 2{,}9 \times 10^{-4}$ rad : l'angle est environ 12 fois plus grand que le pouvoir séparateur de l'œil.

De plus, la diffraction par l'objectif ne brouille pas ce détail (A.3 : $\alpha > \alpha_{lim}$).

$\alpha' \approx 3{,}6 \times 10^{-3}$ rad $> 2{,}9 \times 10^{-4}$ rad : avec la lunette et l'oculaire de 20 mm, l'œil peut théoriquement discerner les anneaux de Saturne.

À LA CALCULATRICE



PIÈGE

Comparer α (et non α') au pouvoir séparateur de l'œil : on retrouverait la conclusion de la question A.1. C'est l'angle en sortie de lunette que l'œil reçoit.

COMPRENDRE

Deux conditions sont nécessaires : la lunette doit séparer les deux points (diffraction, A.3) et l'image doit être vue sous un angle suffisant pour l'œil (grossissement). α n'ayant qu'un chiffre significatif, le résultat s'arrondit à 4×10^{-3} rad.