Corrigé complet — Bac 2023 Métropole Septembre Jour 2

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Juste une impression gustative ?** Groupes caractéristiques · Titrage pH-métrique · Diagramme de prédominance · Loi de Beer-Lambert · Dosage par étalonnage · Titre massique	9 pts	1 h 35	14 questions	p. 2
Ex 2	**Mars vue sous l'œil de Kepler** Lois de Kepler · Troisième loi de Kepler · Programme Python · Lunette astronomique afocale · Grossissement · Diamètre apparent	6 pts	1 h 03	10 questions	p. 9
Ex 3	**Imprimante à jet d'encre continu** Champ électrique uniforme · Force électrique · Deuxième loi de Newton · Équations horaires · Condensateur plan · Mouvement rectiligne uniforme	5 pts	53 min	8 questions	p. 14

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Juste une impression gustative ?

Bac 2023 Métropole Septembre Jour 2 · Exercice 1 **9 points** **Durée conseillée 1 h 35**

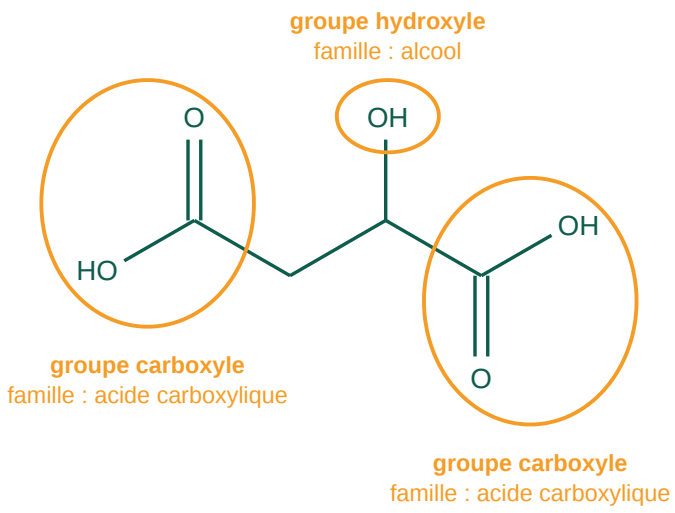
Q1 Représenter la formule topologique de l'acide malique, entourer les groupes caractéristiques et nommer les familles fonctionnelles correspondantes.

La chaîne compte quatre atomes de carbone : chaque sommet ou extrémité de la ligne brisée en représente un, et les atomes d'hydrogène liés aux carbones ne sont pas écrits.

La molécule porte deux groupes carboxyle $-\mathrm{COOH}$ et un groupe hydroxyle $-\mathrm{OH}$.

Deux groupes carboxyle : famille des **acides carboxyliques** ; un groupe hydroxyle : famille des **alcools**.

PIÈGE
Entourer seulement $\mathrm{C{=}O}$ ou seulement OH dans un groupe carboxyle : le groupe est l'ensemble $-\mathrm{COOH}$. Les H portés par O restent écrits en formule topologique.



Q1 · Formule topologique de l'acide malique, groupes caractéristiques entourés

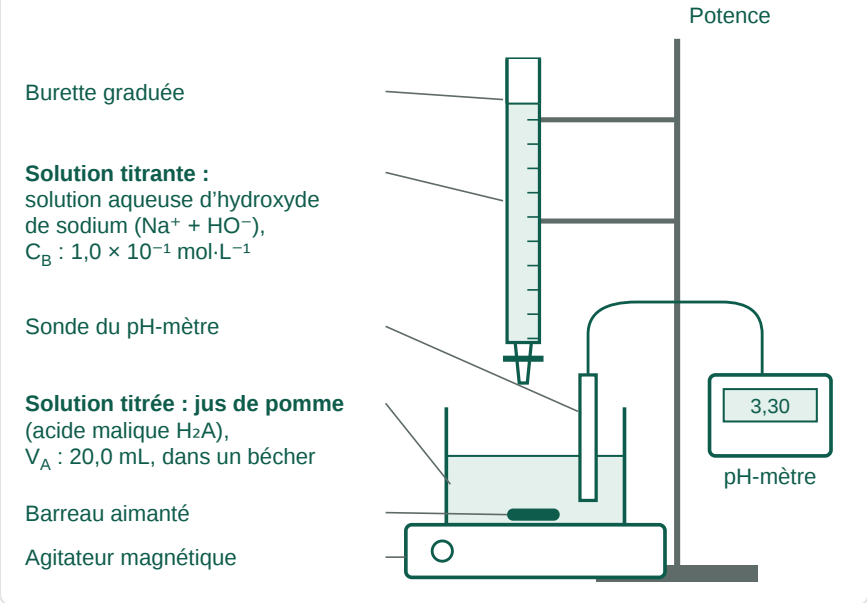
Q2 Schématiser et légender le montage du titrage, en indiquant le nom et la position des espèces titrante et titrée.

L'espèce titrante est l'ion hydroxyde $\mathrm{HO^-}$ de la solution d'hydroxyde de sodium, placée dans la burette graduée.

L'espèce titrée est l'acide malique $\mathrm{H_2A}$ du jus de pomme ($V_A = 20{,}0$ mL prélevés à la pipette jaugée), placé dans le bécher avec la sonde du pH-mètre, sous agitation.

Titrant : $\mathrm{HO^-}$ dans la burette ; titré : $\mathrm{H_2A}$ dans le bécher (voir schéma).

PIÈGE
Un schéma sans légende complète perd des points : burette, bécher, agitateur magnétique, barreau aimanté, pH-mètre, et le nom des deux solutions à leur place.



Q2 · Montage du titrage avec suivi pH-métrique

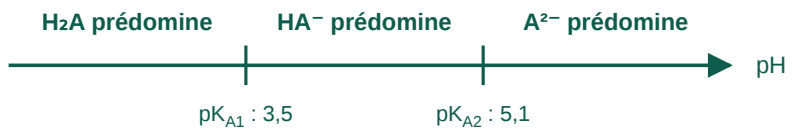
Q3 Établir le diagramme de prédominance des différentes formes acide-base associées à l'acide malique.

Données utiles H_2A/HA^- : $pK_{A1} = 3{,}5$; HA^-/A^{2-} : $pK_{A2} = 5{,}1$

Pour un couple acide-base, l'acide prédomine si $pH < pK_A$ et la base si $pH > pK_A$.

H_2A prédomine pour $pH < 3{,}5$; HA^- pour $3{,}5 < pH < 5{,}1$; A^{2-} pour $pH > 5{,}1$.

COMPRENDRE
L'espèce HA^- est amphotère : base du premier couple et acide du second. Elle occupe donc la zone centrale, entre les deux pK_A.



Q3 · Diagramme de prédominance de l'acide malique

Q4 Déterminer graphiquement le pH de la solution à la fin du titrage, puis identifier parmi les équations (1) et (2) la réaction support du titrage.

Données utiles figure 1 ; diagramme de prédominance (Q3)

Sur la figure 1, pour les derniers volumes versés ($V \approx 24$ mL), on lit $pH \approx 10{,}4$.

Ce pH est supérieur à $pK_{A2} = 5{,}1$: d'après le diagramme de prédominance, l'espèce présente en fin de titrage est A^{2-}. Au début, $pH \approx 3{,}3 < pK_{A1}$: l'espèce titrée est bien H_2A.

La réaction support transforme donc H_2A en A^{2-}.

$pH_{final} \approx 10{,}4$; réaction support : (2)
$H_2A\,(aq) + 2\,HO^-\,(aq) \longrightarrow A^{2-}\,(aq) + 2\,H_2O\,(l)$

PIÈGE
L'équation (1) du sujet comporte une coquille : avec un seul ion HO^-, il se forme une seule molécule d'eau, $H_2A + HO^- \longrightarrow HA^- + H_2O$. Cela ne change pas le choix.

COMPRENDRE
La courbe ne présente qu'un seul saut de pH : les deux pK_A sont trop proches pour séparer les deux acidités, qui sont titrées ensemble.

Q5 Montrer que la concentration en masse d'acide malique dans le jus de pomme étudié est de $6{,}4\ \text{g}\cdot\text{L}^{-1}$.

Données utiles $V_A = 20{,}0$ mL ; $C_B = 1{,}0\times10^{-1}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$; $M(\text{H}_2\text{A}) = 134{,}0\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; réaction (2) (Q4)

Le volume à l'équivalence est l'abscisse du maximum de la courbe $\frac{\text{dpH}}{\text{d}V}$: $V_E = 19{,}0$ mL.

À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de la réaction (2) :

$$n(\text{H}_2\text{A})_{\text{titré}} = \frac{n(\text{HO}^-)_{\text{versé}}}{2} \quad \text{soit} \quad C_A\,V_A = \frac{C_B\,V_E}{2}$$

La concentration en masse est $C_m = C_A \times M(\text{H}_2\text{A})$, donc :

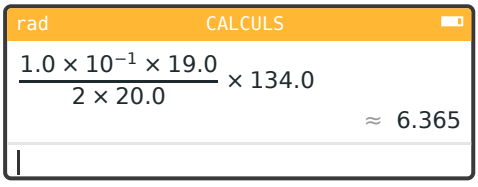
$$C_m = \frac{C_B\,V_E}{2\,V_A}\,M(\text{H}_2\text{A}) = \frac{1{,}0\times10^{-1}\times19{,}0}{2\times20{,}0}\times134{,}0$$

$C_m = 6{,}4\ \text{g}\cdot\text{L}^{-1}$: c'est la valeur attendue.

PIÈGE
Oublier le facteur 2 : il faut deux ions HO^- par molécule de H_2A. Sans lui, on trouve $12{,}7\ \text{g}\cdot\text{L}^{-1}$, le double de la valeur annoncée.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme C_B, la donnée la moins précise. Les deux volumes peuvent rester en mL : leurs unités se simplifient dans le rapport V_E/V_A.

À LA CALCULATRICE



Q6 Montrer que la quantité de matière de diiode $n_0(\text{I}_2)$ initialement présente dans la solution S_1 est proche de $1{,}0\times10^{-3}$ mol.

Données utiles solution de diiode : $V = 20{,}0$ mL ; $[\text{I}_2] = 5{,}0\times10^{-2}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$

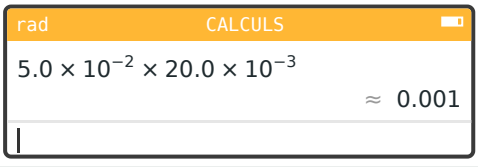
Tout le diiode de S_1 provient des 20,0 mL de solution de diiode introduits :

$$n_0(\text{I}_2) = [\text{I}_2]\times V = 5{,}0\times10^{-2}\times20{,}0\times10^{-3}$$

$n_0(\text{I}_2) = 1{,}0\times10^{-3}$ mol : c'est la valeur attendue.

PIÈGE
Utiliser $V_1 = 75{,}0$ mL : c'est le volume total de S_1, pas celui de la solution de diiode à $5{,}0\times10^{-2}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

À LA CALCULATRICE



Q7 Le glucose étant le réactif limitant, montrer que $n_0(\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6) = n_0(\text{I}_2) - n_f(\text{I}_2)$.

D'après l'équation, une mole de diiode réagit avec une mole de glucose. Pour un avancement x :

$$n(\text{I}_2) = n_0(\text{I}_2) - x \qquad n(\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6) = n_0(\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6) - x$$

La transformation est totale et le glucose est limitant : il est entièrement consommé à l'état final, donc $x_{\max} = n_0(\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6)$.

Il reste alors $n_f(\text{I}_2) = n_0(\text{I}_2) - x_{\max} = n_0(\text{I}_2) - n_0(\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6)$.

$n_0(\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6) = n_0(\text{I}_2) - n_f(\text{I}_2)$

MÉTHODE
Dosage indirect : on introduit un excès connu de réactif, on dose ce qu'il en reste, et la différence donne la quantité de l'espèce cherchée.

Q8 Justifier la couleur de la solution aqueuse de diiode.

Données utiles spectre d'absorbance du diiode ; cercle chromatique

Le spectre montre un maximum d'absorbance vers $\lambda_{max} \approx 450$ nm : la solution absorbe surtout dans le violet-bleu.

La couleur perçue est la couleur complémentaire de la couleur absorbée, diamétralement opposée sur le cercle chromatique : en face de la limite violet-bleu se trouve la zone jaune-orangé.

Absorption maximale vers 450 nm (violet-bleu) : la solution paraît jaune-orangé, en accord avec la teinte jaune-brun observée.

PIÈGE
Dire que la solution « émet » ou « absorbe » du jaune. Elle absorbe le violet-bleu et laisse passer le reste de la lumière blanche.

Q9 En utilisant et en complétant la figure A1 de l'annexe, montrer que $n_f(I_2)$ dans la solution S_1 est de l'ordre de 7×10^{-4} mol.

Données utiles $A = 0{,}619$ pour S_2 ; S_2 : S_1 diluée 10 fois ; $V_1 = 75{,}0$ mL

Les points de la figure A1 sont alignés avec l'origine, conformément à la loi de Beer-Lambert $A = k\,[I_2]$. On trace la droite passant par l'origine et au plus près des points.

Pour $A = 0{,}619$, on lit sur la droite : $[I_2]_{S_2} = 0{,}97\ \text{mmol} \cdot \text{L}^{-1} = 9{,}7 \times 10^{-4}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

S_2 est obtenue en diluant S_1 dix fois : $[I_2]_{S_1} = 10 \times [I_2]_{S_2} = 9{,}7 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

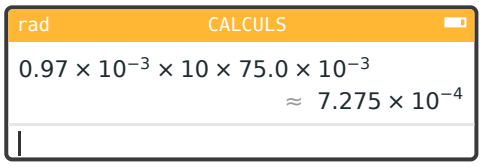
Dans le volume V_1 de S_1 :

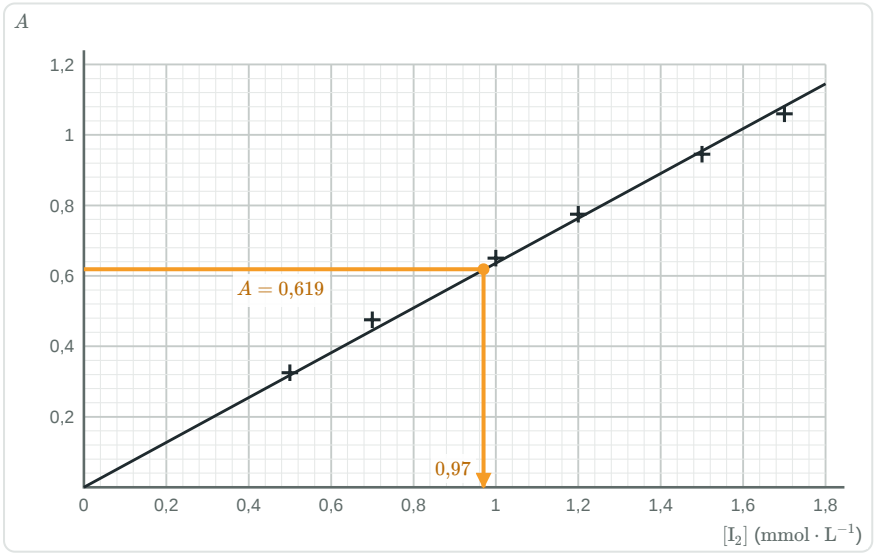
$$n_f(I_2) = [I_2]_{S_1} \times V_1 = 9{,}7 \times 10^{-3} \times 75{,}0 \times 10^{-3}$$

$n_f(I_2) = 7{,}3 \times 10^{-4}$ mol, bien de l'ordre de 7×10^{-4} mol.

PIÈGE
Oublier la dilution au dixième, ou lire l'abscisse en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ alors que l'axe est gradué en $\text{mmol} \cdot \text{L}^{-1}$.

À LA CALCULATRICE





Q9 · Figure A1 complétée : droite d'étalonnage et lecture pour $A = 0{,}619$

Q10 Déterminer alors la concentration en masse de glucose contenu dans le jus de pomme étudié.

Données utiles $n_0(I_2) = 1{,}0 \times 10^{-3}$ mol (Q6) ; $n_f(I_2) = 7{,}3 \times 10^{-4}$ mol (Q9) ; $M(C_6H_{12}O_6) = 180{,}2\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; 10,0 mL de jus dans 50 mL de S_0 ; prise d'essai : 10,0 mL de S_0

Quantité de glucose dans les $V = 10{,}0$ mL de S_0 prélevés (relation de Q7) :

$n_0(C_6H_{12}O_6) = 1{,}0 \times 10^{-3} - 7{,}3 \times 10^{-4} = 2{,}7 \times 10^{-4}$ mol.

Concentration en quantité de matière de S_0 : $c(S_0) = \dfrac{n_0(C_6H_{12}O_6)}{V} = \dfrac{2{,}7 \times 10^{-4}}{10{,}0 \times 10^{-3}} = 2{,}7 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

S_0 est le jus dilué d'un facteur $F = \dfrac{50}{10{,}0} = 5$: le jus est cinq fois plus concentré.

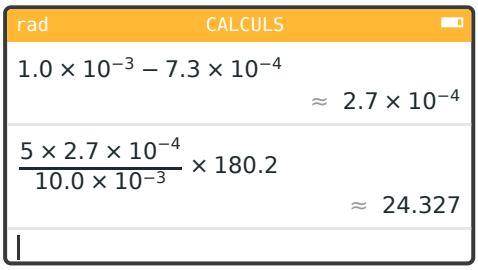
$$C_m(\text{glucose}) = 5 \times c(S_0) \times M(C_6H_{12}O_6) = 5 \times 2{,}7 \times 10^{-2} \times 180{,}2$$

$\boxed{C_m(\text{glucose}) \approx 24\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}}$

COMPRENDRE
Le résultat repose sur la différence de deux valeurs proches : il est peu précis. Avec la valeur arrondie 7×10^{-4} mol de l'énoncé, on obtient $27\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$; toute valeur entre 24 et 27 est cohérente.

MÉTHODE
Remonter la chaîne à l'envers : quantité dans la prise d'essai, concentration de S_0, facteur de dilution, puis passage à la concentration en masse avec M.

À LA CALCULATRICE



Q11 Déterminer, en pourcentage, le titre massique t_m d'acide malique dans le jus de pomme Granny Smith, puis vérifier que le rapport R de ce jus est inférieur à 25.

Données utiles $C_m = 6{,}4\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$ (Q5) ; $\rho = 1{,}04 \times 10^3\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$; degré Brix : 12,0 ; $R = \dfrac{^\circ B}{t_m}$

Un litre de jus a une masse de $1{,}04 \times 10^3$ g et contient 6,4 g d'acide malique :

$$t_m = \frac{m(H_2A)}{m_{\text{jus}}} = \frac{C_m}{\rho} = \frac{6{,}4}{1{,}04 \times 10^3} = 6{,}2 \times 10^{-3} \quad \text{soit} \quad t_m = 0{,}62\ \%$$

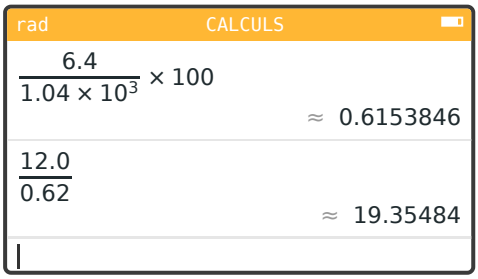
Rapport, avec t_m exprimé en pourcentage : $R = \dfrac{^\circ B}{t_m} = \dfrac{12{,}0}{0{,}62} \approx 19$.

$\boxed{t_m = 0{,}62\ \%\ \text{et}\ R \approx 19 < 25.}$

PIÈGE
Diviser par $6{,}2 \times 10^{-3}$ au lieu de $0{,}62$: l'énoncé précise que t_m s'exprime en pourcentage dans R.

COMPRENDRE
R est en dessous de l'intervalle 30 à 40 : pour la majorité des consommateurs, ce jus n'est pas équilibré, l'acidité domine.

À LA CALCULATRICE



Q12 Choisir en justifiant, parmi les représentations A, B et C de $^\circ B = f(C_m)$, celle(s) qui pourrai(en)t traduire l'affirmation du début de l'exercice.

Une pomme plus acide a une concentration C_m en acide malique plus grande. Une sensation moins sucrée correspondrait à une teneur en sucre, donc à un degré Brix, plus faible.

L'affirmation se traduit par un degré Brix qui diminue lorsque C_m augmente : il faut une courbe décroissante. C'est le cas de A (droite décroissante) et de B (courbe décroissante), pas de C, qui est croissante.

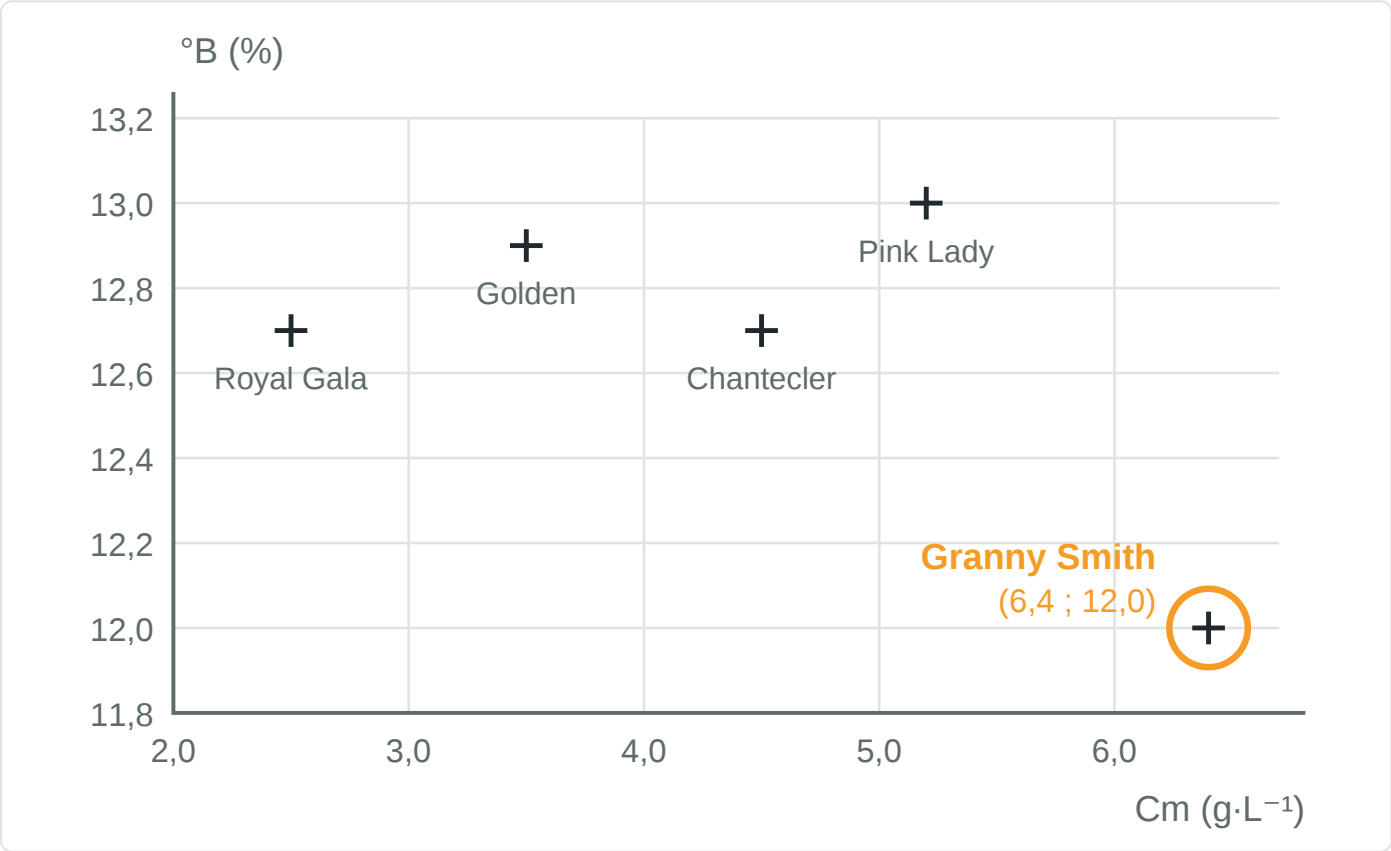
Les représentations A et B conviennent ; la représentation C ne convient pas.

Q13 Entourer sur le graphe de la figure A2 de l'annexe la mesure correspondant à la variété « Granny Smith ».

Données utiles tableau : Granny Smith, $C_m = 6{,}4\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$ et degré Brix $12{,}0$

On repère le point d'abscisse $C_m = 6{,}4\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$ et d'ordonnée $12{,}0$: c'est le point le plus à droite et le plus bas du graphe.

Point entouré : $(6{,}4\ ;\ 12{,}0)$, en bas à droite de la figure A2.



Q13 · Figure A2 complétée : la mesure « Granny Smith » est entourée

Q14 Commenter ce graphique au regard de l'existence potentielle d'un lien entre les teneurs $^\circ B$ et C_m et l'impression gustative laissée en bouche.

Les points ne dessinent ni une droite ni une courbe décroissante : le nuage ne ressemble à aucune des représentations A ou B. Pour quatre variétés, le degré Brix reste compris entre $12{,}7$ et $13{,}0$ alors que C_m double, de $2{,}5$ à $5{,}2$ $\text{g} \cdot \text{L}^{-1}$. Seule la Granny Smith est à la fois la plus acide et la moins sucrée.

Ces cinq mesures ne montrent donc pas de lien net entre la teneur en sucre et la teneur en acide.

Une pomme plus acide ne contient pas nettement moins de sucre : la sensation moins sucrée est une impression gustative, due à l'acidité plus forte (rapport R plus faible).

COMPRENDRE
Le tableau le confirme : R passe de 51 à 25 pour un degré Brix presque constant. C'est t_m, donc l'acidité, qui fait varier R.

Mars vue sous l'œil de Kepler

Bac 2023 Métropole Septembre Jour 2 · Exercice 2 **6 points** **Durée conseillée 1 h 03**

Q1 Énoncer les deux premières lois de Kepler, puis justifier avec la deuxième loi et la figure 1 que le mouvement de Mars n'est pas uniforme.

Première loi (loi des orbites) : dans le référentiel héliocentrique, la trajectoire d'une planète est une ellipse dont le centre du Soleil est l'un des foyers.

Deuxième loi (loi des aires) : le segment qui relie le centre du Soleil à celui de la planète balaie des aires égales pendant des durées égales.

Sur la figure 1, les aires A_1 et A_2 sont égales et balayées pendant la même durée Δt. Près du Soleil, le segment Soleil-Mars est court : l'arc d'ellipse parcouru, de longueur ℓ_1, est plus long que l'arc ℓ_2 parcouru loin du Soleil.

Comme $v = \dfrac{\ell}{\Delta t}$ avec la même durée, $\ell_1 > \ell_2$ donne $v_1 > v_2$.

La valeur de la vitesse de Mars change au cours de la révolution : le mouvement n'est **pas uniforme**.

PIÈGE
Écrire que le Soleil est « au centre » de l'ellipse : il occupe un foyer. Et comparer les aires ne suffit pas, il faut comparer les longueurs des arcs parcourus pendant la même durée.

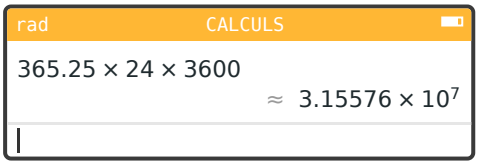
COMPRENDRE
Mars est la plus rapide au point le plus proche du Soleil (périhélie) et la plus lente au point le plus éloigné (aphélie).

Q2 Recopier la ligne 8 du programme et la compléter.

La variable `an` contient la durée d'une année en secondes : $1\ \text{an} = 365{,}25\ \text{j} = 365{,}25 \times 24 \times 3600\ \text{s}$.

```
an = 365.25*24*3600
```

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
En Python, le séparateur décimal est le point et la multiplication s'écrit `*`. Une virgule ou le signe × provoquent une erreur.

COMPRENDRE
On obtient $3{,}16 \times 10^7$ s, en accord avec la période de la Terre du tableau 1 ($3{,}2 \times 10^7$ s). Écrire `365*24*3600` est accepté aussi.

Q3 Proposer un commentaire pour les lignes 16 et 17 du programme, en précisant leur finalité et les unités des grandeurs calculées.

Ligne 13 : `am = a*au` est le demi-grand axe converti en mètres.
Ligne 14 : `Ts = T*an` est la période convertie en secondes.

Ligne 16 : `acube = am**3 # cube du demi-grand axe, en m^3`

Ligne 17 : `Tcarre = Ts**2 # carré de la période de révolution, en s^2`

Ces deux lignes calculent a^3 (en m^3) et T^2 (en s^2), les deux grandeurs portées sur les axes de la figure 3.

MÉTHODE
Pour l'unité d'une variable calculée, remonter les lignes du programme : `a` est en au, `am` en m, donc `am**3` en m^3.

Q4 Commenter la figure 3 au regard des lois de Kepler.

Les points $(a^3\ ;\ T^2)$ des planètes sont alignés sur une droite qui passe par l'origine : T^2 est proportionnel à a^3.

$$T^2 = k \times a^3 \quad \text{soit} \quad \frac{T^2}{a^3} = k$$

La figure 3 vérifie la **troisième loi de Kepler** (loi des périodes) : le rapport $\dfrac{T^2}{a^3}$ a la même valeur pour toutes les planètes qui tournent autour du Soleil.

PIÈGE
Dire seulement « c'est une droite » ne suffit pas. C'est le passage par l'origine qui prouve la proportionnalité.

Q5 Déterminer la valeur du demi-grand axe a_{Mars} de l'orbite de Mars et justifier que Mars est la quatrième planète en partant du Soleil.

Données utiles $T_{\text{Mars}} = 687$ j ; figure 3 ; tableau 1 : $a_{\text{Terre}} = 1{,}5 \times 10^{11}$ m, $a_{\text{Jupiter}} = 7{,}8 \times 10^{11}$ m

Coefficient directeur de la droite de la figure 3, qui passe par l'origine et par le point $(1{,}00 \times 10^{34}\ \text{m}^3\ ;\ 3{,}0 \times 10^{15}\ \text{s}^2)$:

$$k = \frac{3{,}0 \times 10^{15}}{1{,}00 \times 10^{34}} = 3{,}0 \times 10^{-19}\ \text{s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$$

Période en secondes : $T_{\text{Mars}} = 687 \times 24 \times 3600 = 5{,}94 \times 10^7$ s.

Troisième loi de Kepler : $T_{\text{Mars}}^2 = k \times a_{\text{Mars}}^3$, donc

$$a_{\text{Mars}} = \sqrt[3]{\frac{T_{\text{Mars}}^2}{k}} = \sqrt[3]{\frac{(5{,}94 \times 10^7)^2}{3{,}0 \times 10^{-19}}}$$

$a_{\text{Mars}} = 2{,}3 \times 10^{11}$ m

Dans le tableau 1, trois planètes ont un demi-grand axe plus petit (Mercure, Vénus, Terre) et $a_{\text{Terre}} < a_{\text{Mars}} < a_{\text{Jupiter}}$: Mars est bien la quatrième planète en partant du Soleil.

PIÈGE
Laisser la période en jours alors que k est en $\text{s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$. Et ne pas confondre racine cubique et racine carrée : à la calculatrice, puissance $1/3$.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme la lecture graphique de k. Vérification : $a_{\text{Mars}} \approx 1{,}5$ au, valeur connue pour Mars.

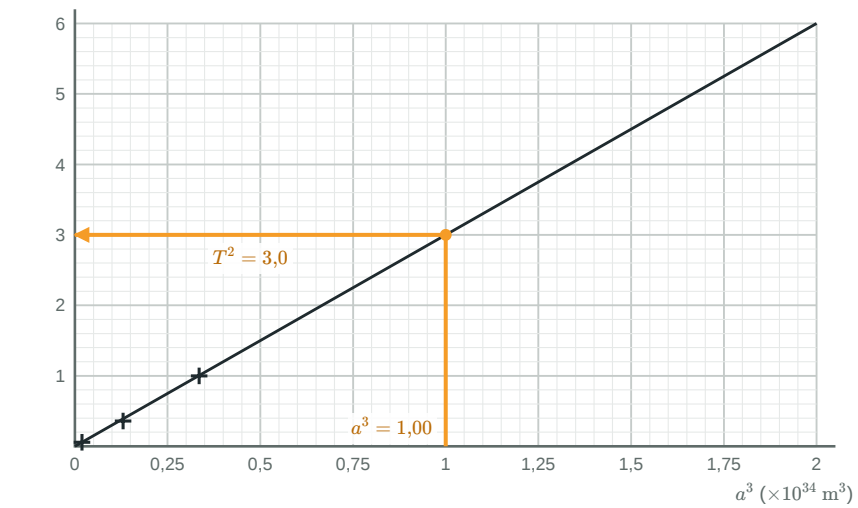
À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$687 \times 24 \times 3600$ → $59\,356\,800$

$\dfrac{3.0 \times 10^{15}}{1.00 \times 10^{34}}$ → $\approx 3 \times 10^{-19}$

$\sqrt[3]{\dfrac{59\,356\,800^2}{3.0 \times 10^{-19}}}$ → $\approx 2.273037 \times 10^{11}$



Q5 · Figure 3 du sujet : lecture d'un point de la droite modèle

Q6 Préciser quelle lentille, L_1 ou L_2, correspond à l'objectif et laquelle correspond à l'oculaire.

La lumière venant de l'astre traverse d'abord L_1, placée du côté de l'objet. L'œil se place derrière L_2.

L_1 est l'**objectif** ; L_2 est l'**oculaire**.

COMPRENDRE
Sur le schéma, l'objectif est aussi la lentille de plus grande distance focale : $O_1F_1' > O_2F_2'$.

Q7 Tracer sur la figure A1 la marche des rayons issus de B_∞ à travers L_1 puis L_2, en faisant apparaître l'image intermédiaire A_1B_1.

À travers L_1 : le rayon qui passe par le centre optique O_1 n'est pas dévié ; le rayon qui passe par le foyer objet F_1 ressort parallèle à l'axe optique.

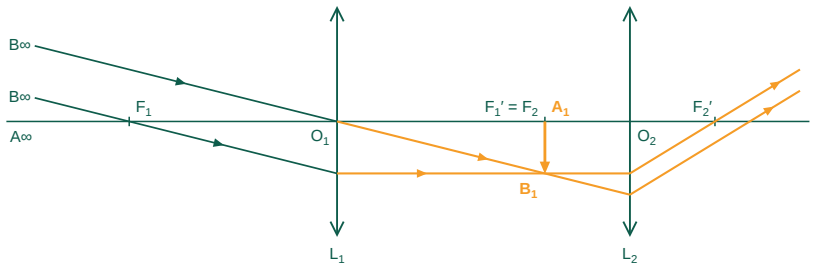
Ces deux rayons se coupent en B_1, dans le plan focal image de L_1. A_1 est sur l'axe, confondu avec $F_1' = F_2$.

À travers L_2 : le rayon parallèle à l'axe ressort en passant par le foyer image F_2'. Comme B_1 est dans le plan focal objet de L_2, l'autre rayon ressort parallèle au premier.

L'image intermédiaire A_1B_1 est dans le plan focal commun, renversée ; les rayons sortent de L_2 parallèles entre eux (image finale à l'infini).

PIÈGE
Faire converger les rayons après l'oculaire. La lunette est afocale : le faisceau issu de B_∞ sort parallèle.

MÉTHODE
Objet à l'infini : image dans le plan focal image. Objet dans le plan focal objet : image à l'infini. Ces deux règles suffisent pour toute lunette afocale.



Q7 · Figure A1 complétée : en orange, les rayons issus de B_∞ et l'image intermédiaire A_1B_1

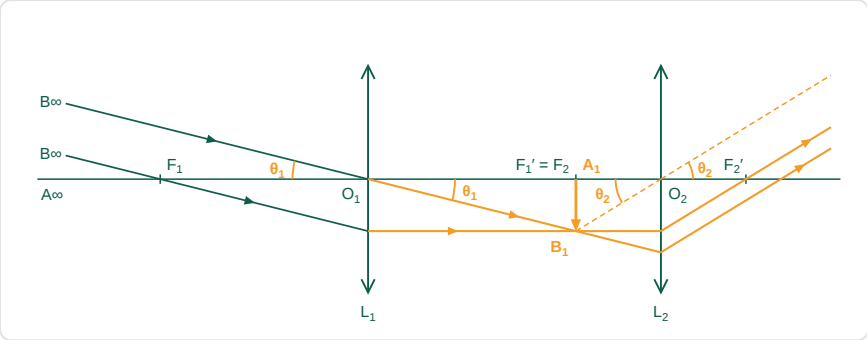
Q8 Représenter sur la figure A1 les angles θ_1 (Mars vue à l'œil nu) et θ_2 (Mars vue à travers la lunette).

θ_1 est l'angle entre l'axe optique et les rayons incidents venant de B_∞ : on le marque en O_1. On le retrouve dans le triangle $O_1A_1B_1$ (angles opposés par le sommet).

θ_2 est l'angle entre l'axe optique et les rayons qui sortent de l'oculaire. Ces rayons sont parallèles à la droite (B_1O_2) : on retrouve θ_2 en O_2, dans le triangle $O_2A_1B_1$.

θ_1 : angle $\widehat{A_1O_1B_1}$; θ_2 : angle $\widehat{A_1O_2B_1}$ (voir la figure).

COMPRENDRE
Le rayon (B_1O_2), en pointillés, n'existe pas forcément dans le faisceau réel. C'est un rayon de construction : il donne la direction de sortie.



Q8 · Figure A1 complétée : angles θ_1 (avant l'objectif) et θ_2 (après l'oculaire)

Q9 À partir de $G = \dfrac{\theta_2}{\theta_1}$, établir que $G = \dfrac{f'_{\text{obj}}}{f'_{\text{ocu}}}$.

Dans le triangle $O_1A_1B_1$, rectangle en A_1 : $\tan\theta_1 = \dfrac{A_1B_1}{O_1A_1} = \dfrac{A_1B_1}{f'_{\text{obj}}}$.

Dans le triangle $O_2A_1B_1$, rectangle en A_1 : $\tan\theta_2 = \dfrac{A_1B_1}{O_2A_1} = \dfrac{A_1B_1}{f'_{\text{ocu}}}$.

Les angles sont petits : $\tan\theta \approx \theta$ (en radian), donc $\theta_1 = \dfrac{A_1B_1}{f'_{\text{obj}}}$ et $\theta_2 = \dfrac{A_1B_1}{f'_{\text{ocu}}}$.

$$G = \frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{A_1B_1}{f'_{\text{ocu}}} \times \frac{f'_{\text{obj}}}{A_1B_1}$$

$$\boxed{G = \frac{f'_{\text{obj}}}{f'_{\text{ocu}}}}$$

PIÈGE
Inverser le rapport. L'objectif (grande focale) est au numérateur : G est supérieur à 1.

MÉTHODE
L'image intermédiaire A_1B_1 est le côté commun aux deux triangles : l'exprimer deux fois, puis la simplifier dans le rapport.

Q10 Mars étant au plus près de la Terre, déterminer l'oculaire qui permet de voir Mars au moins aussi grosse que la Lune vue à l'œil nu.

Données utiles diamètre de Mars $h = 6\,794$ km ; distance $d = 62{,}07 \times 10^6$ km ; $\theta_{\text{Lune}} = 9{,}0 \times 10^{-3}$ rad ; $f'_{\text{obj}} = 900$ mm ; oculaires : 10 mm, 25 mm, 40 mm

Angle sous lequel Mars est vue à l'œil nu ($h \ll d$, angle petit) :

$$\theta_1 = \frac{h}{d} = \frac{6\,794}{62{,}07 \times 10^6} = 1{,}095 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

Il faut $\theta_2 \geqslant \theta_{\text{Lune}}$, c'est-à-dire $G \times \theta_1 \geqslant \theta_{\text{Lune}}$:

$$G \geqslant \frac{\theta_{\text{Lune}}}{\theta_1} = \frac{9{,}0 \times 10^{-3}}{1{,}095 \times 10^{-4}} = 82$$

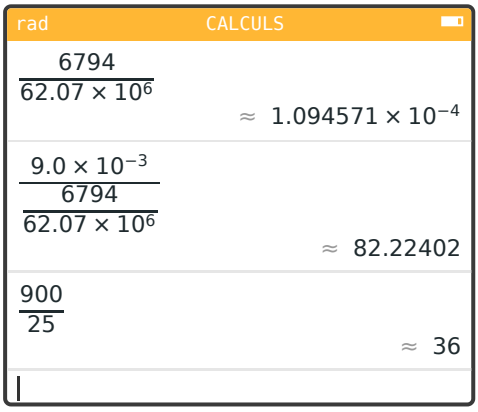
Grossissements disponibles, $G = \frac{f'_{\text{obj}}}{f'_{\text{ocu}}}$: $\frac{900}{10} = 90$; $\frac{900}{25} = 36$; $\frac{900}{40} = 22{,}5$.

Seul l'oculaire de distance focale **10 mm** convient : $G = 90 \geqslant 82$.

PIÈGE
Convertir une seule des deux longueurs. Ici h et d sont toutes les deux en km et les focales toutes les deux en mm : les rapports se calculent directement.

COMPRENDRE
Plus la focale de l'oculaire est courte, plus le grossissement est grand. Autre rédaction possible : $f'_{\text{ocu}} \leqslant \frac{f'_{\text{obj}}}{82} \approx 11$ mm.

À LA CALCULATRICE



Imprimante à jet d'encre continu

Bac 2023 Métropole Septembre Jour 2 · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

Q1 Indiquer les signes des charges portées par les plaques P_1 et P_2, puis justifier que le champ $\vec{E}$ est orienté de P_1 vers P_2.

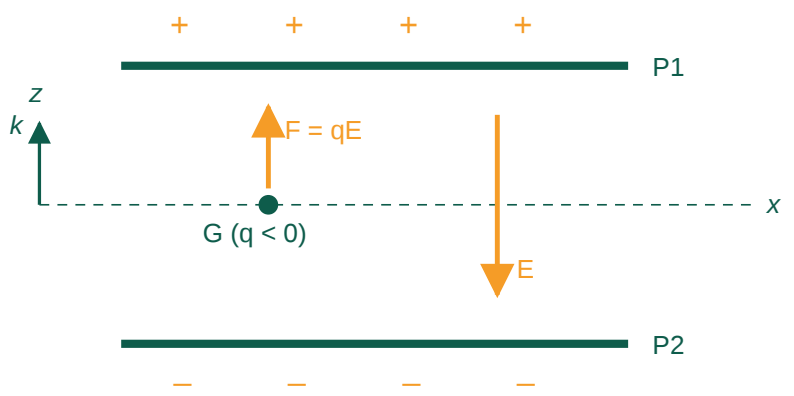
Données utiles $q < 0$; goutte déviée vers le haut ; $\vec{E} = -E\,\vec{k}$

La goutte, de charge négative, est déviée vers P_1 (en haut) : elle est attirée par P_1 et repoussée par P_2. Donc P_1 porte des charges positives et P_2 des charges négatives.

La force électrique s'écrit $\vec{F} = q\,\vec{E}$. Comme $q < 0$, $\vec{E}$ est de sens opposé à $\vec{F}$. Or $\vec{F}$ est dirigée vers le haut, de P_2 vers P_1.

P_1 est chargée positivement, P_2 négativement ; $\vec{E}$ est dirigé vers le bas, de P_1 vers P_2.

COMPRENDRE
Dans un condensateur plan, le champ va toujours de la plaque positive vers la plaque négative. C'est cohérent avec la donnée $\vec{E} = -E\,\vec{k}$: le champ est opposé à $\vec{k}$.



Q1 · Déflecteur : signes des plaques, champ et force sur la goutte

Q2 Établir l'expression du vecteur accélération $\vec{a}_G$ de la goutte en fonction de m, q et $\vec{E}$.

Système {goutte G}, de masse m constante ; référentiel terrestre supposé galiléen.

Force prise en compte : la force électrique $\vec{F} = q\,\vec{E}$ (poids et action de l'air négligés).

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}_G$, soit $q\,\vec{E} = m\,\vec{a}_G$.

$$\vec{a}_G = \frac{q}{m}\,\vec{E}$$

PIÈGE
Oublier de nommer le système, le référentiel galiléen et la loi utilisée : ces trois éléments sont attendus avant toute relation vectorielle.

COMPRENDRE
Comme $q < 0$, l'accélération est opposée au champ : elle est dirigée vers le haut, comme la force. Elle est constante car le champ est uniforme.

Q3 Montrer que les équations horaires du mouvement de G dans le déflecteur sont $x_G(t) = v_0\,t$ et $z_G(t) = -\dfrac{1}{2}\dfrac{q\,E}{m}\,t^2$.

Données utiles $\vec{a}_G = \dfrac{q}{m}\vec{E}$ (Q2) ; $\vec{E} = -E\,\vec{k}$; à $t = 0$: G en O, $\vec{v}_0 = v_0\,\vec{i}$

Avec $\vec{E} = -E\,\vec{k}$, on a $\vec{a}_G = -\dfrac{q\,E}{m}\,\vec{k}$, donc :

$$a_x = 0 \qquad a_z = -\frac{q\,E}{m}$$

Comme $\vec{a}_G = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}_G}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives : $v_x = C_1$ et $v_z = -\dfrac{q\,E}{m}\,t + C_2$.

À $t = 0$, $\vec{v}_G = v_0\,\vec{i}$: $C_1 = v_0$ et $C_2 = 0$. Donc $v_x = v_0$ et $v_z = -\dfrac{q\,E}{m}\,t$.

Comme $\vec{v}_G = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{OG}}{\mathrm{d}t}$, on intègre encore : $x_G = v_0\,t + C_3$ et $z_G = -\dfrac{1}{2}\dfrac{q\,E}{m}\,t^2 + C_4$.

À $t = 0$, G est en O : $C_3 = 0$ et $C_4 = 0$.

$$\boxed{x_G(t) = v_0\,t \text{ et } z_G(t) = -\frac{1}{2}\frac{q\,E}{m}\,t^2}$$

PIÈGE
Le signe « $-$ » ne signifie pas que la goutte descend : q est négatif, donc $-\dfrac{q\,E}{m}$ est positif et z_G augmente.

MÉTHODE
Accélération, puis vitesse, puis position : deux intégrations successives, et à chaque étape les constantes se déterminent avec les conditions initiales, écrites explicitement.

Q4 Exprimer la date t_S à laquelle la goutte sort du déflecteur, puis montrer que la déviation HS vaut environ 0,9 mm.

Données utiles $L = 2 \times 10^{-2}$ m ; $v_0 = 20\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $q = -4 \times 10^{-13}$ C ; $E = 9 \times 10^5\ \mathrm{V \cdot m^{-1}}$; $m = 2 \times 10^{-10}$ kg

La goutte sort du déflecteur quand $x_G(t_S) = L$, soit $v_0\,t_S = L$:

$$t_S = \frac{L}{v_0} = \frac{2 \times 10^{-2}}{20} = 1 \times 10^{-3}\ \mathrm{s}$$

La déviation est l'ordonnée de G à cette date : $HS = z_G(t_S) = -\dfrac{1}{2}\dfrac{q\,E}{m}\left(\dfrac{L}{v_0}\right)^2$

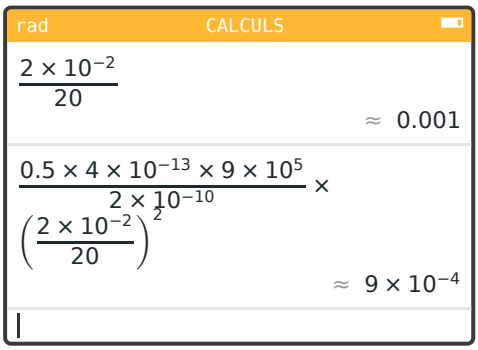
$$HS = -\frac{1}{2} \times \frac{(-4 \times 10^{-13}) \times 9 \times 10^5}{2 \times 10^{-10}} \times \left(\frac{2 \times 10^{-2}}{20}\right)^2 = 9 \times 10^{-4}\ \mathrm{m}$$

$$\boxed{t_S = \frac{L}{v_0} \text{ et } HS = 9 \times 10^{-4}\ \mathrm{m} = 0{,}9\ \mathrm{mm}\text{, valeur attendue.}}$$

PIÈGE
Laisser L en centimètres, ou perdre le signe de q : avec $q = -4 \times 10^{-13}$ C, les deux signes « $-$ » se compensent et HS est positive.

COMPRENDRE
Les données n'ont qu'un chiffre significatif : le résultat s'écrit avec un seul chiffre, 9×10^{-4} m.

À LA CALCULATRICE



Q5 Exprimer les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}_S$ de la goutte à la date t_S.

Données utiles $v_x = v_0$ et $v_z = -\dfrac{q\,E}{m}\,t$ (Q3) ; $t_S = \dfrac{L}{v_0}$ (Q4)

On reprend les coordonnées de la vitesse établies à la question 3, à la date $t = t_S = \dfrac{L}{v_0}$.

$$v_{Sx} = v_0 \text{ et } v_{Sz} = -\frac{q\,E}{m}\,t_S = -\frac{q\,E\,L}{m\,v_0}$$

COMPRENDRE
La vitesse horizontale n'a pas changé : aucune force n'agit selon l'axe (Ox). Seule la composante verticale a augmenté pendant la traversée.

Q6 Montrer que l'angle α entre l'axe (Ox) et le vecteur vitesse $\vec{v}_S$ vérifie $\tan\alpha = -\dfrac{q\,E\,L}{m\,v_0^2}$.

Données utiles $v_{Sx} = v_0$ et $v_{Sz} = -\dfrac{q\,E\,L}{m\,v_0}$ (Q5)

Le vecteur $\vec{v}_S$ et ses deux composantes forment un triangle rectangle : v_{Sx} est le côté adjacent à α, v_{Sz} le côté opposé.

$$\tan\alpha = \frac{v_{Sz}}{v_{Sx}} = \frac{-\dfrac{q\,E\,L}{m\,v_0}}{v_0}$$

$$\tan\alpha = -\frac{q\,E\,L}{m\,v_0^2}$$

MÉTHODE
La direction d'un vecteur vitesse se lit toujours sur ses coordonnées : la tangente de l'angle avec l'horizontale est le rapport de la composante verticale sur la composante horizontale.

Q7 En déduire la valeur de la hauteur $H'I$ du point d'impact I de la goutte sur le support d'impression. Commenter.

Données utiles $HS = 9 \times 10^{-4}$ m (Q4) ; $\tan\alpha = -\dfrac{q\,E\,L}{m\,v_0^2}$ (Q6) ; $D = 3 \times 10^{-2}$ m ; $h = 3$ mm

Après S, le mouvement est rectiligne uniforme : la goutte suit la droite portée par $\vec{v}_S$, inclinée de α sur l'horizontale.

$$\tan\alpha = -\frac{(-4\times10^{-13})\times 9\times10^{5}\times 2\times10^{-2}}{2\times10^{-10}\times 20^{2}} = 0{,}09$$

Dans le triangle $SS'I$ rectangle en S', avec $SS' = D$: $\tan\alpha = \dfrac{S'I}{D}$, donc $S'I = D\,\tan\alpha$.

Comme $H'S' = HS$: $\quad H'I = HS + D\,\tan\alpha$

$$H'I = 9\times10^{-4} + 3\times10^{-2}\times 0{,}09 = 3{,}6\times10^{-3}\text{ m}$$

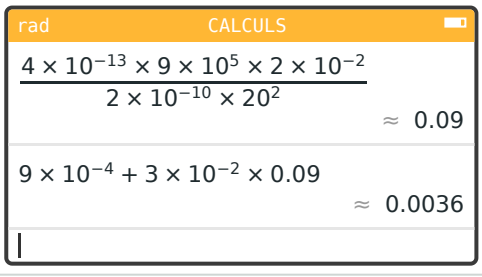
Commentaire : cette hauteur est du même ordre de grandeur que la hauteur moyenne d'un caractère, $h = 3$ mm. Le modèle est cohérent avec l'usage de l'imprimante.

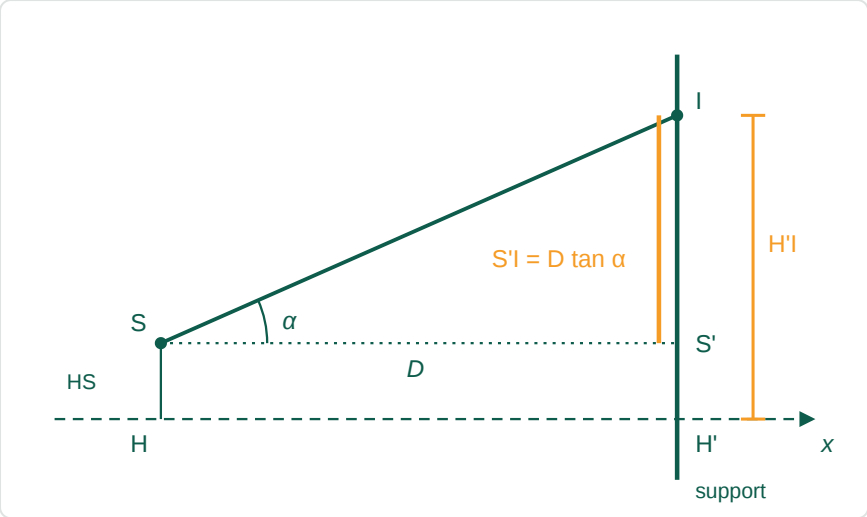
$H'I = 3{,}6\times10^{-3}$ m $= 3{,}6$ mm, soit environ 4 mm, proche de $h = 3$ mm.

PIÈGE
Répondre $D\,\tan\alpha = 2{,}7$ mm en oubliant la déviation HS déjà acquise dans le déflecteur : le point S n'est pas sur l'axe (Ox).

COMPRENDRE
L'essentiel de la déviation (2,7 mm sur 3,6 mm) se fait après le déflecteur, en ligne droite. Avec des données à un chiffre significatif, on ne peut garantir que « environ 4 mm ».

À LA CALCULATRICE





Q7 · Trajet de la goutte après le déflecteur : triangle SS'I

Q8 Proposer, en justifiant, plusieurs moyens permettant d'augmenter la taille du caractère imprimé sur le support d'impression.

Données utiles $H'I = HS + D\tan\alpha$ (Q7) ; $HS = -\frac{1}{2}\frac{qE}{m}\left(\frac{L}{v_0}\right)^2$ (Q4) ; $\tan\alpha = -\frac{qEL}{mv_0^2}$ (Q6)

Un caractère plus grand demande une hauteur d'impact $H'I$ plus grande. En regroupant les expressions précédentes :

$$H'I = -\frac{qEL}{mv_0^2}\left(\frac{L}{2}+D\right) = \frac{|q|EL}{mv_0^2}\left(\frac{L}{2}+D\right)$$

$H'I$ augmente si l'on :

- augmente la valeur E du champ, donc la tension entre les plaques ;
- augmente la valeur absolue de la charge q des gouttes ;
- éloigne le support d'impression (augmenter D) ;
- allonge les plaques (augmenter L) ;
- diminue la vitesse d'éjection v_0 : la goutte reste plus longtemps dans le champ.

Augmenter E, $|q|$, D ou L, ou diminuer v_0 : dans chaque cas $H'I = \frac{|q|EL}{mv_0^2}\left(\frac{L}{2}+D\right)$ augmente.

COMPRENDRE
Augmenter E, $|q|$ ou L, ou réduire v_0, accroît aussi HS : la goutte risque de toucher la plaque P_1. Éloigner le support est le seul moyen qui ne modifie pas la trajectoire dans le déflecteur.

MÉTHODE
Pour discuter l'influence de paramètres, écrire d'abord l'expression littérale complète de la grandeur, puis regarder chaque paramètre : au numérateur il la fait croître, au dénominateur décroître.