Télémètre à ultrasons

Bac 2022 Asie Jour 2 · Exercice 1 **10 points** **Durée conseillée 1 h 45**

1 Montrer que la distance x et la durée Δt de l'aller-retour de la salve vérifient $x = v_s \cdot \dfrac{\Delta t}{2}$.

Données utiles $EP = PR = x$

Pendant la durée Δt, la salve va de E à P puis revient de P à R : elle parcourt la distance $EP + PR = 2x$ à la vitesse v_s.

$$v_s = \frac{2x}{\Delta t}$$

$$x = v_s \cdot \frac{\Delta t}{2}$$

PIÈGE
Oublier le retour et écrire $x = v_s \cdot \Delta t$: la distance trouvée serait deux fois trop grande.

2 Identifier la ligne du programme qui calcule la distance x à partir de la durée mesurée et préciser l'unité de x.

C'est la ligne 12 : `x.append(v*t_telemetre[i]*1e-6 / 2)`. Elle applique la relation (1).

La vitesse `v` est en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ et la durée `t_telemetre[i]`, en microseconde, est convertie en seconde par le facteur `1e-6`.

Ligne 12 ; x est calculée en mètre.

COMPRENDRE
Dans le document, la ligne 12 n'est pas décalée comme la ligne 10. Pour être répétée à chaque mesure, elle doit être indentée dans la boucle `for` : c'est une coquille de mise en page du sujet.

3 Proposer un protocole permettant de déterminer la vitesse des ultrasons dans l'air à l'aide du télémètre.

- Placer un obstacle plan face au télémètre, perpendiculairement à l'axe (Ox).
- Mesurer à la règle la distance x entre le télémètre et l'obstacle, choisie grande devant la distance ER.
- Déclencher une salve et relever la durée Δt de l'aller-retour donnée par le microcontrôleur.
- Calculer la vitesse à partir de la relation (1).

$$v_s = \frac{2x}{\Delta t}$$

MÉTHODE
Un protocole se rédige en étapes : ce que l'on installe, ce que l'on mesure et avec quel instrument, puis la relation qui donne la grandeur cherchée.

4 Calculer la valeur moyenne de la série de mesures et montrer que le résultat s'écrit $v_s = 349{,}4 \pm 0{,}9\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Données utiles mesures : 349 ; 352 ; 348 ; 347 ; 351 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $\sigma = 2{,}07\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $n = 5$

Valeur moyenne :

$$\overline{v_s} = \frac{349 + 352 + 348 + 347 + 351}{5} = 349{,}4\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

Incertitude-type sur la moyenne (type A, document 2) :

$$u(\overline{v_s}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{2{,}07}{\sqrt{5}} = 0{,}93\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} \approx 0{,}9\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

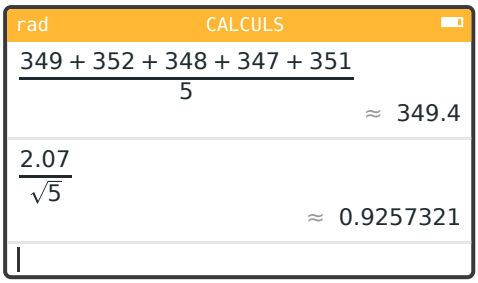
L'incertitude, écrite avec un chiffre significatif, porte sur les dixièmes : la moyenne est donnée au dixième.

$v_s = 349{,}4 \pm 0{,}9\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, ce qui est bien le résultat (2).

PIÈGE
Prendre l'écart-type σ pour l'incertitude. σ mesure la dispersion des mesures ; l'incertitude sur la moyenne est $\sqrt{n}$ fois plus petite.

COMPRENDRE
L'incertitude s'écrit avec un chiffre significatif (deux au plus) et la valeur mesurée s'arrête au même rang décimal qu'elle. Ici le sujet arrondit $0{,}93$ à $0{,}9$; un arrondi par excès donnerait $349 \pm 1\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

À LA CALCULATRICE



5 Indiquer la ligne du programme à modifier, et la modification, pour tenir compte de la valeur moyenne de v_s.

Données utiles $v_s = 349{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (Q4)

La vitesse des ultrasons est définie à la ligne 6 : `v=340`. On y remplace 340 par la valeur issue du calibrage.

Ligne 6 : `v=349.4`

PIÈGE
En Python, le séparateur décimal est le point : `349,4` serait lu comme un couple de deux nombres.

6 Calculer la valeur de x donnée par le télémètre après calibrage, estimer l'incertitude $u(x)$ et écrire le résultat de la mesure.

Données utiles $v_s = 349{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $u(v_s) = 0{,}9\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (Q4) ; $\Delta t = 3438\ \mu\text{s}$; $u(\Delta t) = 10\ \mu\text{s}$

Relation (1), avec $\Delta t = 3438 \times 10^{-6}$ s :

$$x = v_s \cdot \frac{\Delta t}{2} = 349{,}4 \times \frac{3438 \times 10^{-6}}{2} = 0{,}6006\ \text{m}$$

x est un produit de v_s et de Δt (le facteur $\frac{1}{2}$ est exact) ; d'après le document 2 :

$$u(x) = x\sqrt{\left(\frac{u(v_s)}{v_s}\right)^2 + \left(\frac{u(\Delta t)}{\Delta t}\right)^2}$$

$$u(x) = 0{,}6006 \times \sqrt{\left(\frac{0{,}9}{349{,}4}\right)^2 + \left(\frac{10}{3438}\right)^2} = 2{,}3 \times 10^{-3}\ \text{m}$$

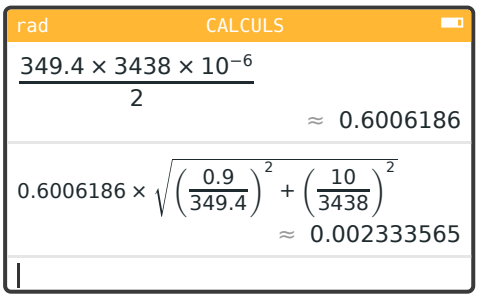
Avec un chiffre significatif, $u(x) = 0{,}002$ m : x est donnée au millimètre.

$x = 0{,}601 \pm 0{,}002$ m

PIÈGE
Laisser Δt en microseconde dans le calcul de x, ou reprendre $v = 340\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ au lieu de la valeur du calibrage.

COMPRENDRE
Dans le rapport $\frac{u(\Delta t)}{\Delta t}$, les deux durées sont dans la même unité : inutile de convertir les microsecondes. Avec un arrondi par excès de l'incertitude, on écrit $x = 0{,}601 \pm 0{,}003$ m, également recevable.

À LA CALCULATRICE

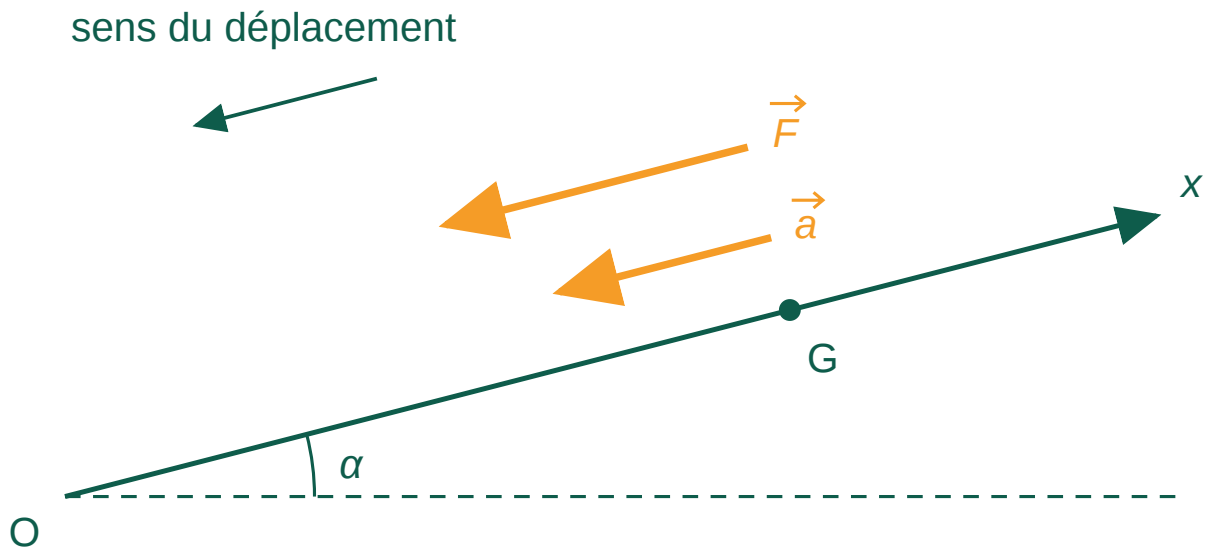


7 À l'aide de la description du mouvement, déterminer la direction et le sens du vecteur accélération $\vec{a}(t)$ du centre de masse.

Le mouvement est rectiligne le long de (Ox) : le vecteur vitesse garde la direction de (Ox), donc $\vec{a}$ aussi.

Le mouvement est accéléré : $\vec{a}$ a le même sens que le vecteur vitesse, c'est-à-dire le sens du déplacement.

$\vec{a}$: direction de l'axe (Ox), sens du déplacement (vers O, sens des x décroissants).



7 · Accélération et résultante des forces : même direction, même sens

8 Énoncer la deuxième loi de Newton.

Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un système de masse m constante est égale au produit de sa masse par le vecteur accélération de son centre de masse.

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$$

PIÈGE
Oublier de préciser « référentiel galiléen » ou écrire la relation sans les flèches des vecteurs.

9 En déduire la direction et le sens de la résultante des forces $\vec{F}$.

Ici $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{F}$, donc $\vec{F} = m\,\vec{a}$. Comme $m > 0$, les vecteurs $\vec{F}$ et $\vec{a}$ sont colinéaires et de même sens.

$\vec{F}$: direction de l'axe (Ox), sens du déplacement (vers les x décroissants).

COMPRENDRE
$F = mg\sin(\alpha) - f$ est donc positive : la composante du poids le long de la pente l'emporte sur les frottements.

10 Montrer que l'équation horaire du mouvement du centre de masse s'écrit $x(t) = -\frac{1}{2}\frac{F}{m}t^2 + x_0$.

Données utiles vitesse initiale nulle ; $x(0) = x_0$; F constante ; sens de $\vec{F}$ (Q9)

Deuxième loi de Newton : $\vec{F} = m\,\vec{a}$. Le vecteur $\vec{F}$, de valeur F, est dirigé vers les x décroissants : sa coordonnée sur (Ox) est $-F$.

Projection sur (Ox) : $-F = m\,a_x$, soit $a_x = -\frac{F}{m}$, constante.

Comme $a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}$, on obtient par primitive : $v_x(t) = -\frac{F}{m}t + C_1$. La voiture est lâchée sans vitesse initiale : $v_x(0) = 0$ donc $C_1 = 0$.

Comme $v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$, une nouvelle primitive donne : $x(t) = -\frac{1}{2}\frac{F}{m}t^2 + C_2$.
À $t = 0$, $x(0) = x_0$ donc $C_2 = x_0$.

$$x(t) = -\frac{1}{2}\frac{F}{m}t^2 + x_0$$

PIÈGE
Écrire $a_x = +\frac{F}{m}$. F est une valeur positive, mais le vecteur $\vec{F}$ est orienté à l'opposé de l'axe : le signe « $-$ » vient de la projection.

MÉTHODE
Deuxième loi de Newton, projection sur l'axe, puis deux primitives successives. Chaque constante se détermine avec une condition initiale : vitesse à $t = 0$, puis position à $t = 0$.

11 Indiquer si la valeur du coefficient c de la modélisation est cohérente avec les données du problème.

Données utiles $c = 0{,}558$ m ; $x_0 = 56{,}0$ cm

En comparant $x(t) = k\,t^2 + c$ à l'équation (4), on identifie $c = x_0$: c est l'abscisse à $t = 0$.

Or $c = 0{,}558$ m $= 55{,}8$ cm et $x_0 = 56{,}0$ cm : l'écart est de 0,2 cm, soit 2 mm.

La valeur de c est cohérente avec la position initiale x_0.

COMPRENDRE
Un écart de 2 mm est du même ordre que l'incertitude $u(x)$ d'une mesure du télémètre (Q6) : il n'est pas significatif.

12 À partir de la modélisation des points expérimentaux, montrer que la valeur f de la force de frottement est voisine de 0,27 N.

Données utiles $k = -1{,}84$ m · s^{-2} ; $m = 103$ g $= 0{,}103$ kg ; $g = 9{,}81$ m · s^{-2} ; $\alpha = 40^\circ$

Par identification avec l'équation (4) : $k = -\dfrac{1}{2}\dfrac{F}{m}$, donc $F = -2\,k\,m$.

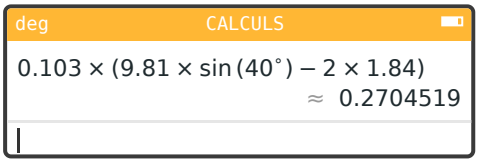
D'après la relation (3) : $f = m\,g\sin(\alpha) - F = m\,g\sin(\alpha) + 2\,k\,m$

$f = m\,(g\sin(\alpha) + 2k) = 0{,}103 \times (9{,}81 \times \sin(40^\circ) - 2 \times 1{,}84) = 0{,}27$ N

$f = 0{,}27$ N : on retrouve bien la valeur annoncée.

PIÈGE
Laisser la masse en gramme, ou la calculatrice en radian. Attention aussi au signe : k est négatif, donc $F = -2km$ est bien positive (0,379 N).

À LA CALCULATRICE



13 Énoncer le théorème de l'énergie cinétique entre les positions A et B.

Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique du système entre A et B est égale à la somme des travaux, entre A et B, des forces qui lui sont appliquées.

Cette somme est ici le travail de la résultante $\vec{F}$.

$$\frac{1}{2}\,m\,v_B^2 - \frac{1}{2}\,m\,v_A^2 = W_{AB}(\vec{F})$$

14 Exprimer le travail $W_{AB}(\vec{F})$ de la résultante des forces entre A et B en fonction de m, g, f, α et $d = x_A - x_B$.

$\vec{F}$ est constante, de même direction et de même sens que le déplacement $\overrightarrow{AB}$, de longueur $AB = d$:

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = F \times d \times \cos(0^\circ) = F\,d$$

Avec la relation (3) :

$$W_{AB}(\vec{F}) = (m\,g\sin(\alpha) - f)\,d$$

COMPRENDRE
Ce travail est positif (moteur) : la résultante est dans le sens du mouvement et l'énergie cinétique augmente. On retrouve la somme du travail du poids $m\,g\,d\sin(\alpha)$ et de celui des frottements $-f\,d$.

15 Proposer une nouvelle estimation de la valeur de f à partir de la vitesse au point B.

Données utiles $v_A = 0$; $V_B = 1{,}21\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $d = 56{,}0 - 35{,}0 = 21{,}0\ \text{cm} = 0{,}210\ \text{m}$; $m = 0{,}103\ \text{kg}$; $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $\alpha = 40^\circ$

Théorème de l'énergie cinétique entre A et B, avec $v_A = 0$:

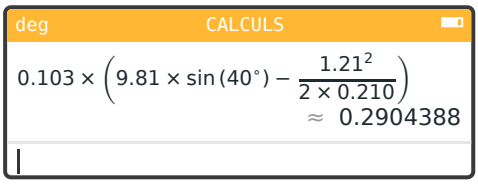
$$\frac{1}{2} m V_B^2 = (m\,g\sin(\alpha) - f)\,d$$

On isole f : $f = m\left(g\sin(\alpha) - \dfrac{V_B^2}{2d}\right)$

$$f = 0{,}103 \times \left(9{,}81 \times \sin(40^\circ) - \frac{1{,}21^2}{2 \times 0{,}210}\right) = 0{,}29\ \text{N}$$

$f \approx 0{,}29$ N, valeur proche de celle de l'étude mécanique (0,27 N).

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Laisser d en centimètre, ou calculer $d = x_B - x_A$: la distance parcourue est positive, $d = 0{,}210$ m.

COMPRENDRE
Les deux méthodes donnent le même ordre de grandeur (écart de 0,02 N, environ 7 %). f est la différence de deux termes voisins : une petite erreur sur V_B ou sur α la modifie sensiblement.