Observation de la planète Mars

Bac 2022 Métropole Jour 2 · Exercice 1 **10 points** **Durée conseillée 1 h 45**

Q1 Indiquer sur le schéma de l'annexe, au-dessus de la lentille correspondante, laquelle joue le rôle d'objectif et laquelle joue le rôle d'oculaire.

La lentille L_1 reçoit en premier la lumière venant de Mars : c'est l'**objectif**.

La lentille L_2 est celle derrière laquelle on place l'œil : c'est l'**oculaire**.

L_1 : objectif ; L_2 : oculaire (annexe complétée en Q3).

COMPRENDRE
L'objectif a toujours la plus grande distance focale (ici 900 mm contre 20 mm) : c'est un second moyen de reconnaître les deux lentilles.

Q2 Citer la propriété caractéristique d'une lunette afocale. Donner la position du foyer objet F_2 de L_2 par rapport au foyer image F_1' de L_1, puis placer ces deux points sur l'annexe.

Une lunette afocale donne d'un objet situé à l'infini une image elle aussi à l'infini : l'œil l'observe sans accommoder.

Pour cela, l'image intermédiaire, formée dans le plan focal image de L_1, doit se trouver dans le plan focal objet de L_2.

Sur l'annexe, F_2 est le symétrique de F_2' par rapport à O_2 : c'est le point déjà marqué sur l'axe, dans le plan en pointillés.

F_1' et F_2 sont confondus (annexe complétée en Q3).

PIÈGE
Écrire seulement « les foyers sont confondus » ne suffit pas : il faut préciser lesquels, le foyer image de l'objectif et le foyer objet de l'oculaire.

Q3 Tracer sur l'annexe la marche des rayons issus de P_1 et P_2 à travers L_1 (images intermédiaires P_1' et P_2'), puis à travers L_2 en faisant apparaître l'angle θ'.

À travers L_1 : le rayon qui passe par le centre optique O_1 n'est pas dévié. Les points P_1 et P_2 étant à l'infini, leurs images P_1' et P_2' sont dans le plan focal image de L_1, là où ce rayon coupe le plan en pointillés. Le second rayon de chaque faisceau converge vers la même image.

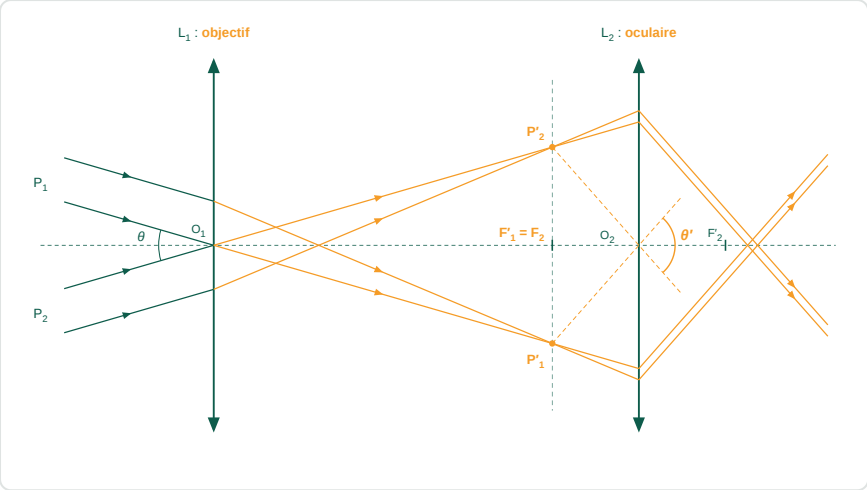
À travers L_2 : P_1' et P_2' sont dans le plan focal objet de L_2, donc chaque faisceau ressort parallèle. Sa direction est celle de la droite $(P_1'O_2)$, ou $(P_2'O_2)$, tracée en pointillés car un rayon passant par O_2 n'est pas dévié.

L'angle θ' est l'angle entre les deux faisceaux émergents.

Annexe complétée ci-dessous : P_1' et P_2' dans le plan focal commun, faisceaux émergents parallèles, angle θ' entre eux.

PIÈGE
Faire ressortir les rayons de L_2 parallèles à l'axe optique, ou oublier les flèches sur les rayons. Les traits de construction se tracent en pointillés.

MÉTHODE
Objet à l'infini : 1) rayon par O_1, non dévié, jusqu'au plan focal image ; 2) les autres rayons du faisceau rejoignent ce point ; 3) droite image–O_2 ; 4) rayons émergents parallèles à cette droite.



Q3 · Annexe complétée (schéma non à l'échelle) : en orange, ce que l'on ajoute

Q4 Calculer la valeur du grossissement G_{lunette} de la lunette utilisée.

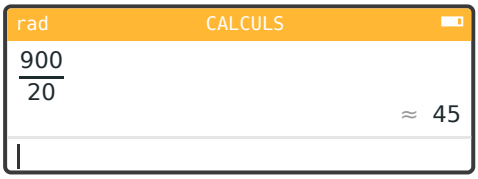
Données utiles $f'_1 = 900$ mm ; $f'_2 = 20$ mm

$$G_{\text{lunette}} = \frac{f'_1}{f'_2} = \frac{900 \text{ mm}}{20 \text{ mm}}$$

$G_{\text{lunette}} = 45$ (sans unité)

COMPRENDRE
Le grossissement est un rapport de deux longueurs exprimées dans la même unité : il n'a pas d'unité. Deux chiffres significatifs, comme f'_2, la donnée la moins précise.

À LA CALCULATRICE



Q5 En janvier 2021, l'observateur voit Mars à l'œil nu comme un point lumineux. Justifier cette observation.

Données utiles $\theta = 4{,}9 \times 10^{-5}$ rad ; $\varepsilon = 2{,}9 \times 10^{-4}$ rad

L'œil ne distingue deux points que s'ils sont vus sous un angle supérieur à son pouvoir séparateur ε.

Ici $\theta = 4{,}9 \times 10^{-5}$ rad $= 0{,}49 \times 10^{-4}$ rad, valeur inférieure à $\varepsilon = 2{,}9 \times 10^{-4}$ rad.

Les bords opposés P_1 et P_2 de Mars ne sont donc pas séparés par l'œil.

$\theta < \varepsilon$: à l'œil nu, Mars apparaît comme un point lumineux.

PIÈGE
Comparer $4{,}9$ et $2{,}9$ sans regarder les puissances de dix conduit à la conclusion inverse. Écrire les deux angles avec la même puissance avant de conclure.

Q6 Indiquer ce que l'observateur voit en utilisant la lunette astronomique précédente. Justifier par un calcul.

Données utiles $G_{\text{lunette}} = 45$ (Q4) ; $\theta = 4{,}9 \times 10^{-5}$ rad ; $\varepsilon = 2{,}9 \times 10^{-4}$ rad

Le grossissement est le rapport de l'angle θ' sous lequel l'objet est vu à travers la lunette à l'angle θ sous lequel il est vu à l'œil nu :

$G_{\text{lunette}} = \dfrac{\theta'}{\theta}$, donc $\theta' = G_{\text{lunette}} \times \theta$.

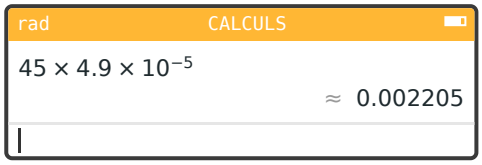
$$\theta' = 45 \times 4{,}9 \times 10^{-5} = 2{,}2 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

Or $2{,}2 \times 10^{-3}$ rad $= 22 \times 10^{-4}$ rad, valeur supérieure à $\varepsilon = 2{,}9 \times 10^{-4}$ rad : l'œil sépare maintenant P_1 et P_2.

$\theta' = 2{,}2 \times 10^{-3}$ rad $> \varepsilon$: à travers la lunette, Mars est vue comme un disque.

COMPRENDRE
La lunette ne rapproche pas Mars : elle augmente l'angle sous lequel on la voit. C'est cet angle, comparé à ε, qui décide si l'on perçoit un point ou un disque.

À LA CALCULATRICE



Q7 Associer, en expliquant la démarche, les angles θ_1 et θ_2 aux points A et B de la figure 1. En déduire les valeurs de θ_1 et θ_2 .

D'après $\theta = \dfrac{d_M}{D}$, avec d_M constant, l'angle est d'autant plus grand que la distance Terre-Mars D est petite.

Sur la figure 2, $D_1 < D_2$, donc $\theta_1 > \theta_2$: θ_1 est l'angle maximal et θ_2 l'angle minimal.

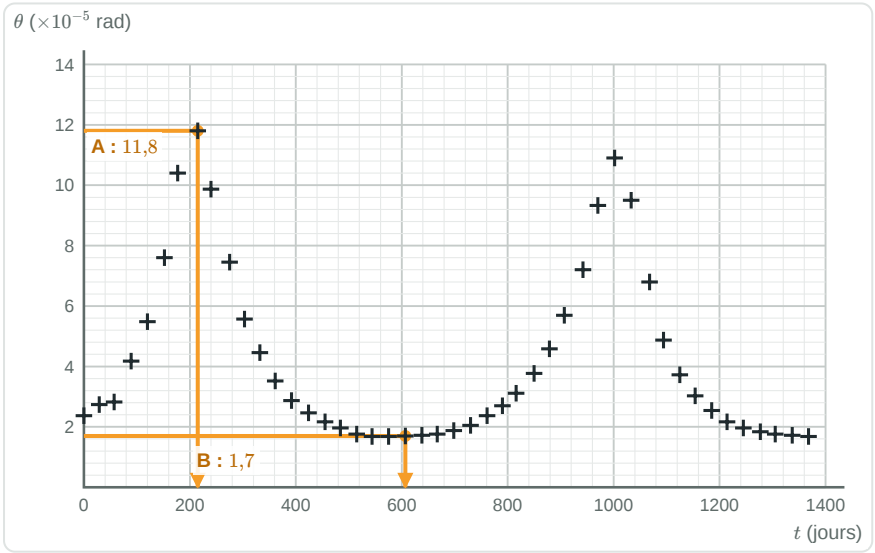
Sur la figure 1, A est un maximum de θ et B un minimum : θ_1 correspond à A et θ_2 à B.

Lecture graphique (une petite division vaut $0{,}4 \times 10^{-5}$ rad) :

$\theta_1 = \theta_A = 1{,}18 \times 10^{-4}$ rad ; $\theta_2 = \theta_B = 1{,}7 \times 10^{-5}$ rad

PIÈGE
L'axe vertical est gradué en notation de tableur : « 1,20E-04 » signifie $1{,}20 \times 10^{-4}$ rad. Sur la copie, on écrit toujours la puissance de dix.

COMPRENDRE
Une lecture à une demi-division près est acceptée : $1{,}16$ à $1{,}20 \times 10^{-4}$ rad pour A, $1{,}6$ à $1{,}8 \times 10^{-5}$ rad pour B.



Q7 · Figure 1 du sujet (points reportés approximativement) avec les lectures en A et en B

Q8 En utilisant la figure 2, montrer que $d_M = \dfrac{2\,r_{SM}}{\left(\dfrac{1}{\theta_1}+\dfrac{1}{\theta_2}\right)}$.

La relation $\theta = \dfrac{d_M}{D}$ s'écrit pour chaque position : $D_1 = \dfrac{d_M}{\theta_1}$ et $D_2 = \dfrac{d_M}{\theta_2}$.

Sur la figure 2, les deux positions de Mars sont diamétralement opposées sur son orbite de rayon r_{SM}, et la Terre est sur ce diamètre :

$$D_1 + D_2 = 2\,r_{SM}$$

En remplaçant : $\dfrac{d_M}{\theta_1} + \dfrac{d_M}{\theta_2} = 2\,r_{SM}$, soit $d_M\left(\dfrac{1}{\theta_1}+\dfrac{1}{\theta_2}\right) = 2\,r_{SM}$.

$d_M = \dfrac{2\,r_{SM}}{\left(\dfrac{1}{\theta_1}+\dfrac{1}{\theta_2}\right)}$: c'est l'expression attendue.

MÉTHODE
Pour un « montrer que » littéral : repérer sur le schéma une relation entre longueurs ($D_1 + D_2 = 2\,r_{SM}$), y remplacer chaque longueur par son expression, puis isoler la grandeur cherchée.

Q9 Calculer la valeur du diamètre d_M de la planète Mars. Commenter.

Données utiles $r_{SM} = 2{,}28 \times 10^8$ km ; $\theta_1 = 1{,}18 \times 10^{-4}$ rad et $\theta_2 = 1{,}7 \times 10^{-5}$ rad (Q7) ; $d_{\text{Ref}} = 6{,}78 \times 10^3$ km

$$d_M = \frac{2 \times 2{,}28 \times 10^8}{\dfrac{1}{1{,}18 \times 10^{-4}} + \dfrac{1}{1{,}7 \times 10^{-5}}} = 6{,}8 \times 10^3 \text{ km}$$

Les angles sont sans dimension : d_M s'obtient dans l'unité de r_{SM}, le kilomètre.

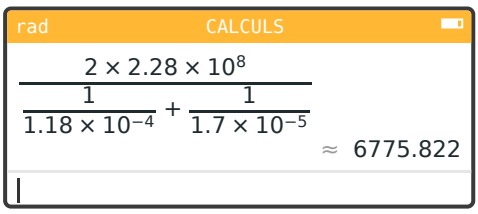
Commentaire : cette valeur est égale, à la précision de la lecture graphique, au diamètre de référence $d_{\text{Ref}} = 6{,}78 \times 10^3$ km.

$d_M = 6{,}8 \times 10^3$ km, en accord avec $d_{\text{Ref}} = 6{,}78 \times 10^3$ km.

PIÈGE
Oublier les parenthèses autour du dénominateur à la calculatrice, ou additionner θ_1 et θ_2 au lieu de leurs inverses.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs seulement, car θ_2 n'en a que deux. Le terme $1/\theta_2$ pèse sept fois plus que $1/\theta_1$: c'est la lecture en B qui fixe la précision du résultat.

À LA CALCULATRICE



Q10 En utilisant une loi de Newton, établir que la vitesse de Phobos sur son orbite circulaire autour de Mars est $v = \sqrt{\dfrac{G\,M_M}{r_{MP}}}$.

Système {Phobos}, de masse m ; référentiel centré sur Mars (marsocentrique), supposé galiléen.

Seule force : l'attraction gravitationnelle de Mars, $\overrightarrow{F} = \dfrac{G\,m\,M_M}{r_{MP}^2}\,\vec{u}_N$,

où $\vec{u}_N$ est le vecteur unitaire dirigé de Phobos vers le centre de Mars.

Deuxième loi de Newton : $\overrightarrow{F} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \dfrac{G\,M_M}{r_{MP}^2}\,\vec{u}_N$.

Dans le repère de Frenet, pour un mouvement circulaire de rayon r_{MP} : $\vec{a} = \dfrac{v^2}{r_{MP}}\,\vec{u}_N + \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,\vec{u}_T$.

Par identification selon $\vec{u}_N$: $\dfrac{v^2}{r_{MP}} = \dfrac{G\,M_M}{r_{MP}^2}$, soit $v^2 = \dfrac{G\,M_M}{r_{MP}}$.

$$\boxed{v = \sqrt{\dfrac{G\,M_M}{r_{MP}}}}$$

PIÈGE

Ne pas préciser le système et le référentiel, ou ne pas définir le vecteur unitaire, coûte des points même si le résultat final est juste.

COMPRENDRE

Selon $\vec{u}_T$, l'identification donne $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$: le mouvement est uniforme. La masse de Phobos se simplifie : la vitesse ne dépend que de Mars et du rayon de l'orbite.

Q11 Déterminer la valeur de la masse M_M de Mars. Commenter.

Données utiles $T = 7\text{ h }39\text{ min}$; $r_{MP} = 9{,}38 \times 10^3$ km ; $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$; $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg ; v (Q10)

Le mouvement est circulaire uniforme : Phobos parcourt le périmètre $2\pi\, r_{MP}$ pendant la période T, donc $v = \dfrac{2\pi\, r_{MP}}{T}$.

Avec Q10 : $\dfrac{2\pi\, r_{MP}}{T} = \sqrt{\dfrac{G\, M_M}{r_{MP}}}$. En élevant au carré : $\dfrac{4\pi^2\, r_{MP}^2}{T^2} = \dfrac{G\, M_M}{r_{MP}}$, d'où

$$M_M = \frac{4\pi^2\, r_{MP}^3}{G\, T^2}$$

Conversions : $T = 7 \times 3600 + 39 \times 60 = 27\,540$ s ; $r_{MP} = 9{,}38 \times 10^6$ m.

$$M_M = \frac{4\pi^2 \times (9{,}38 \times 10^6)^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \times 27\,540^2} = 6{,}44 \times 10^{23}\ \text{kg}$$

Commentaire : $\dfrac{M_T}{M_M} = \dfrac{5{,}97 \times 10^{24}}{6{,}44 \times 10^{23}} = 9{,}27$. La masse de Mars est environ dix fois plus petite que celle de la Terre, comme l'annonce l'énoncé.

$M_M = 6{,}44 \times 10^{23}$ kg, soit $M_T / M_M \approx 9{,}3$: cohérent avec « environ dix fois moins ».

PIÈGE
Laisser r_{MP} en kilomètres : G est en unités SI, le rayon doit être en mètres. Comme il est au cube, l'erreur est d'un facteur 10^9.

MÉTHODE
Question ouverte : écrire deux expressions de la même grandeur (ici v par Newton et v par le périmètre), les égaler, isoler l'inconnue, puis seulement passer aux nombres. La démarche est notée même inaboutie.

À LA CALCULATRICE

