Observation ornithologique d'une oie cendrée

Bac 2023 Métropole Septembre Jour 1 · Exercice 1 **11 points** **Durée conseillée 1 h 45**

Q1 Justifier que la position de l'image $A'B'$ de l'oie par la lentille L est telle que $\overline{OA'} = 17$ mm.

Données utiles $f' = 17$ mm ; oie à 280 m du centre optique : $\overline{OA} = -280$ m

Relation de conjugaison : $\dfrac{1}{\overline{OA'}} = \dfrac{1}{\overline{OA}} + \dfrac{1}{f'}$, donc $\overline{OA'} = \left(\dfrac{1}{\overline{OA}} + \dfrac{1}{f'}\right)^{-1}$.

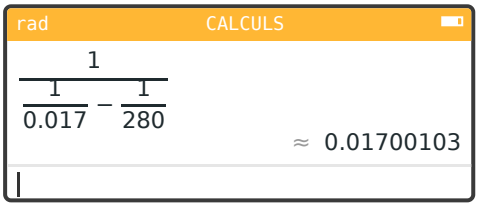
$$\overline{OA'} = \left(\frac{1}{-280} + \frac{1}{17 \times 10^{-3}}\right)^{-1} = 1{,}7 \times 10^{-2}\ \text{m}$$

$\overline{OA'} = 17$ mm $= D$: l'image se forme sur la rétine.

PIÈGE
L'objet est à gauche de la lentille : $\overline{OA}$ est négatif. Avec $+280$ m, le calcul donne encore 17 mm ici, mais le raisonnement est faux et le signe coûtera cher à la question suivante.

COMPRENDRE
280 m, c'est plus de dix mille fois la distance focale : l'objet est pratiquement à l'infini, $\dfrac{1}{\overline{OA}}$ est négligeable et l'image se forme dans le plan focal image, $\overline{OA'} \approx f'$. Résultat à deux chiffres significatifs, comme f'.

À LA CALCULATRICE



Q2 Vérifier que la taille de l'image $A'B'$ de l'oie sur la rétine est voisine de 49 µm. La rétine étant un disque de rayon 6 mm centré en F', préciser si l'oie est vue en entier.

Données utiles $AB = 80$ cm ; $\overline{OA} = -280$ m ; $\overline{OA'} = 17$ mm (Q1)

Grandissement : $\gamma = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$, donc $\overline{A'B'} = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \times \overline{AB}$.

$$\overline{A'B'} = \frac{17 \times 10^{-3}}{-280} \times 80 \times 10^{-2} = -4{,}9 \times 10^{-5}\ \text{m}$$

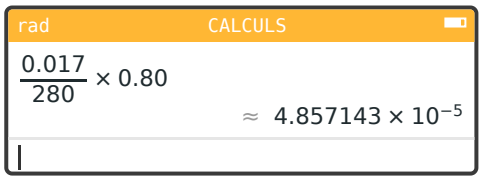
L'image est renversée (signe négatif) et mesure $A'B' = 49$ µm.

Le point A' est en F', au centre de la rétine, et B' en est distant de 49 µm, soit $4{,}9 \times 10^{-2}$ mm, très inférieur au rayon de 6 mm.

$A'B' = 4{,}9 \times 10^{-5}$ m $= 49$ µm (valeur attendue : 49 µm) ; l'image tient sur la rétine, l'oie est vue en entier.

PIÈGE
Comparer 49 et 6 sans convertir : 49 µm, c'est 0,049 mm. Toutes les longueurs se mettent en mètres avant le calcul.

À LA CALCULATRICE



Q3 Déterminer la distance minimale séparant deux points A et B pouvant être vus distinctement à 280 m de l'œil. En déduire si l'oie, puis son bec, peuvent être vus distinctement à l'œil nu.

Données utiles $\alpha_m = 3 \times 10^{-4}$ rad ; $OA = 280$ m ; oie : 80 cm ; bec : 7 cm

L'objet AB, à la distance OA, est vu sous l'angle α tel que $\tan\alpha = \dfrac{AB}{OA}$. L'angle est petit : $\alpha = \dfrac{AB}{OA}$.

À la limite de séparation, $\alpha = \alpha_m$: $AB_{\min} = \alpha_m \times OA$

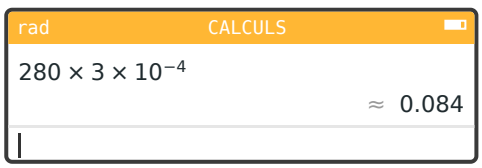
$$AB_{\min} = 3 \times 10^{-4} \times 280 = 8 \times 10^{-2}\ \text{m}$$

- Oie : 80 cm > 8 cm, elle est vue distinctement.
- Bec : 7 cm < 8 cm, il n'est pas vu distinctement.

$AB_{\min} \approx 8$ cm : l'oie est distinguée à l'œil nu, pas son bec.

COMPRENDRE
α_m n'a qu'un chiffre significatif, le résultat aussi (8,4 cm affiché). Le bec est juste sous la limite : il se réduit à une tache, sans détail visible.

À LA CALCULATRICE



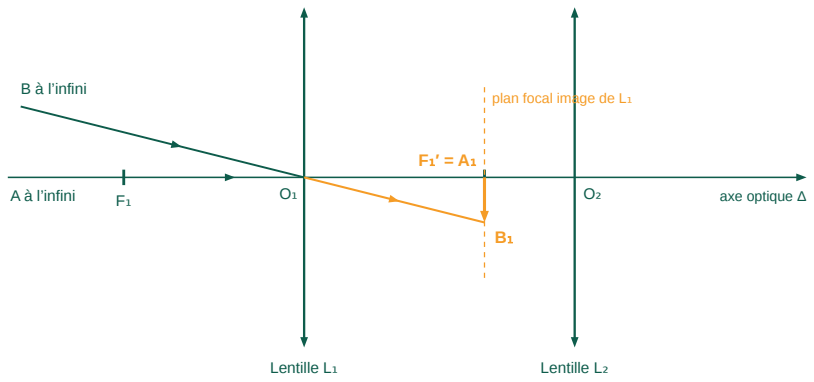
Q4 Compléter la figure A1 de l'annexe pour représenter l'image A_1B_1 formée par la lentille L_1 de l'objet AB situé à l'infini.

L'objet est à l'infini : son image se forme dans le plan focal image de L_1, le plan perpendiculaire à l'axe optique passant par F_1'.

- A est sur l'axe optique : A_1 est confondu avec F_1'.
- Le rayon issu de B qui passe par le centre optique O_1 traverse la lentille en ligne droite et rencontre ce plan en B_1.

A_1B_1 est dans le plan focal image de L_1, avec A_1 en F_1' et B_1 sur le rayon (BO_1) prolongé ; l'image est renversée.

MÉTHODE
Image d'un objet à l'infini : tracer le plan focal image, puis prolonger sans le dévier le rayon passant par le centre optique. Leur intersection donne le point image.



Q4 · Figure A1 complétée : image A_1B_1 dans le plan focal image de L_1

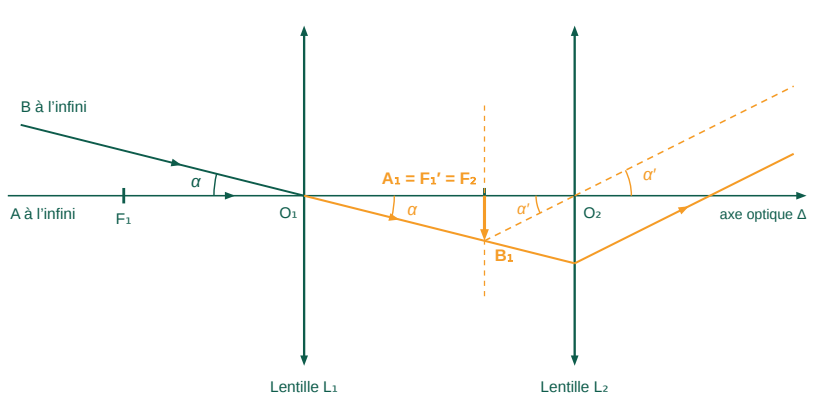
Q5 Placer, en justifiant, le foyer objet F_2 de la lentille L_2 sur la figure A1 de l'annexe.

La lunette est afocale : d'un objet à l'infini, elle donne une image finale A_2B_2 à l'infini.

Pour que L_2 renvoie l'image à l'infini, l'image intermédiaire A_1B_1 doit se trouver dans le plan focal objet de L_2. Or A_1 est en F_1'.

F_2 est confondu avec F_1' (et avec A_1).

PIÈGE
Placer F_2 sans justification, ou le placer à droite de L_2 : le foyer objet est avant la lentille, c'est F_2' qui est après.



Q5 · Figure A1 complétée : foyer F_2 confondu avec F_1', angles α et α' (utiles en Q6)

Q6 Les angles α et α' étant petits, montrer que le grossissement de la lunette afocale s'exprime par $G = \frac{f_1'}{f_2'}$.

Dans le triangle $O_1A_1B_1$, rectangle en A_1 : $\tan\alpha = \frac{A_1B_1}{O_1A_1} = \frac{A_1B_1}{f_1'}$ car A_1 est en F_1'.

Dans le triangle $O_2A_1B_1$, rectangle en A_1 : $\tan\alpha' = \frac{A_1B_1}{O_2A_1} = \frac{A_1B_1}{f_2'}$ car A_1 est en F_2.

Les angles sont petits : $\alpha = \frac{A_1B_1}{f_1'}$ et $\alpha' = \frac{A_1B_1}{f_2'}$.

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{A_1B_1}{f_2'} \times \frac{f_1'}{A_1B_1}$$

$$\boxed{G = \frac{f_1'}{f_2'}}$$

COMPRENDRE
Le rayon (B_1O_2) traverse L_2 sans déviation : il donne la direction de tous les rayons émergents issus de B, donc l'angle α'. On retrouve α en O_1 par angles opposés par le sommet.

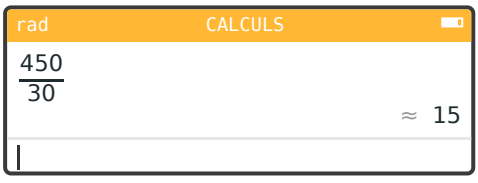
Q7 Calculer la valeur du grossissement G de la lunette astronomique afocale.

Données utiles $f_1' = 450$ mm ; $f_2' = 30$ mm

$$G = \frac{f_1'}{f_2'} = \frac{450}{30}$$

$\boxed{G = 15 \text{ (sans unité)}}$

À LA CALCULATRICE



Q8 Indiquer en justifiant si l'observateur voit distinctement, à travers la longue-vue, le bec de l'oie située à 280 m.

Données utiles bec : 7 cm ; distance : 280 m ; $G = 15$ (Q7) ; $\alpha_m = 3 \times 10^{-4}$ rad

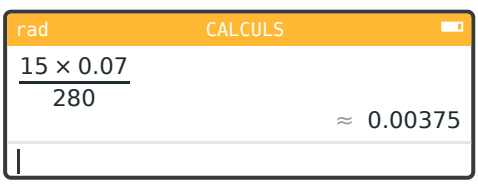
À l'œil nu, le bec est vu sous l'angle $\alpha = \frac{AB}{OA}$. À travers la lunette, il est vu sous l'angle $\alpha' = G \times \alpha = G \times \frac{AB}{OA}$.

$$\alpha' = 15 \times \frac{7 \times 10^{-2}}{280} = 4 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

$\boxed{\alpha' \approx 4 \times 10^{-3} \text{ rad} > \alpha_m = 3 \times 10^{-4} \text{ rad} : \text{le bec est vu distinctement à travers la longue-vue.}}$

MÉTHODE
Un instrument ne change pas le pouvoir séparateur de l'œil : c'est l'angle sous lequel l'objet est vu qui est multiplié par G. On compare donc toujours α' à α_m.

À LA CALCULATRICE



Q9 Préciser la condition que doit vérifier la différence de chemin optique δ pour que les interférences soient constructives en M. Indiquer en justifiant si la frange au point O' est brillante ou sombre.

Les interférences sont constructives en M si $\delta = k\,\lambda$, avec k entier relatif.

Le point O' est sur l'axe optique, à égale distance des deux fentes : $F_2O' = F_1O'$, donc $\delta = 0 = 0 \times \lambda$. La condition est vérifiée avec $k = 0$.

$\delta = k\,\lambda$ (k entier relatif) ; en O', $\delta = 0$: la frange est brillante.

PIÈGE
Oublier de préciser que k est un entier relatif, ou confondre avec la condition des interférences destructives, $\delta = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$.

Q10 Montrer que, dans les conditions de l'expérience ($\theta \ll 1$ rad), la différence de chemin optique s'écrit $\delta = b \cdot \theta$.

Le triangle F_1F_2H est rectangle en H, d'hypoténuse $F_1F_2 = b$. Le côté opposé à l'angle θ (de sommet F_1) est $F_2H = \delta$.

$$\sin\theta = \frac{F_2H}{F_1F_2} = \frac{\delta}{b}$$

L'angle est petit : $\sin\theta = \theta$, donc $\theta = \frac{\delta}{b}$.

$\delta = b \cdot \theta$

Q11 Après avoir exprimé l'angle θ en fonction de D et x, montrer que $\delta = \frac{b \cdot x}{D}$.

Dans le triangle $O'OM$, rectangle en O' : $\tan\theta = \frac{O'M}{OO'} = \frac{x}{D}$.

L'angle est petit : $\tan\theta = \theta$, donc $\theta = \frac{x}{D}$.

En reportant dans $\delta = b \cdot \theta$ (Q10) :

$\delta = \frac{b \cdot x}{D}$

COMPRENDRE
L'approximation est légitime parce que l'écran est loin : x vaut quelques centimètres quand D approche le mètre, donc θ ne dépasse pas quelques centièmes de radian.

Q12 En déduire l'expression des abscisses x_k des franges brillantes, en fonction de λ, D, b et d'un entier relatif k.

Frange brillante : $\delta = k\,\lambda$ (Q9). Avec $\delta = \frac{b \cdot x_k}{D}$ (Q11) : $\frac{b \cdot x_k}{D} = k\,\lambda$

$x_k = k\,\frac{\lambda \cdot D}{b}$, avec k entier relatif.

Q13 Montrer que l'interfrange i est donnée par $i = \frac{\lambda \cdot D}{b}$.

L'interfrange est la distance entre les centres de deux franges brillantes consécutives :

$$i = x_{k+1} - x_k = (k+1)\,\frac{\lambda \cdot D}{b} - k\,\frac{\lambda \cdot D}{b}$$

$i = \frac{\lambda \cdot D}{b}$

COMPRENDRE
i est inversement proportionnelle à b : plus les fentes sont rapprochées, plus les franges sont écartées. C'est la clé des deux questions suivantes.

Q14 Montrer que le modèle simplifié explique certaines caractéristiques de la figure d'interférences de la figure A2. Dans les cases vides, identifier, en justifiant, l'axe $O'x$ puis l'axe $O'y$.

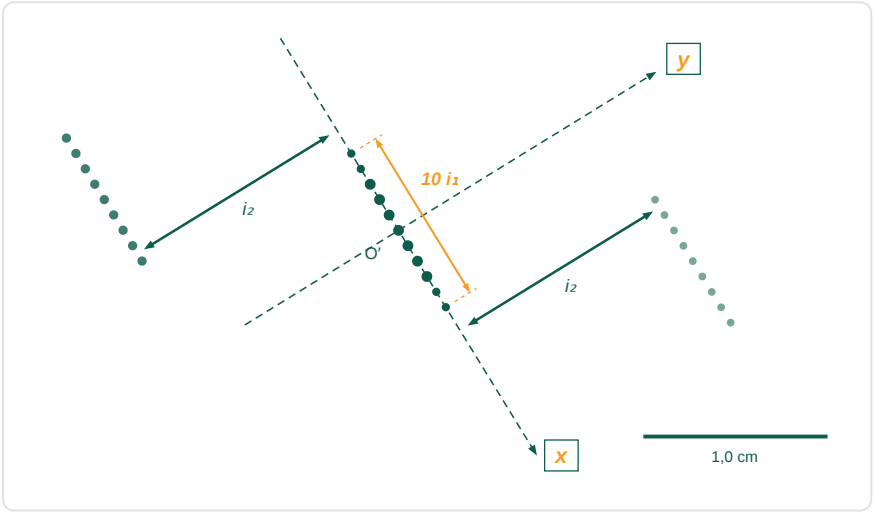
Le modèle prévoit des points brillants régulièrement espacés selon deux directions perpendiculaires, avec un pas $\frac{\lambda D}{b_{\text{barbe}}}$ selon $O'x$ et un pas $\frac{\lambda D}{b_{\text{barbule}}}$ selon $O'y$.

C'est ce que montre la photographie : des taches alignées et équidistantes (pas i_1), sur des lignes parallèles qui se répètent, dans la direction perpendiculaire, avec un pas i_2 plus grand. Seuls certains points sont éclairés, comme l'annonce le modèle.

Comme $b_{\text{barbule}} < b_{\text{barbe}}$: $\frac{\lambda D}{b_{\text{barbule}}} > \frac{\lambda D}{b_{\text{barbe}}}$. Le pas est donc le plus grand selon $O'y$. Sur la figure, $i_2 > i_1$.

$O'x$ est l'axe qui porte les taches serrées (case du bas, pas i_1, barbes) ; $O'y$ est l'axe perpendiculaire (case du haut, pas i_2, barbules).

PIÈGE
Associer le grand écartement aux barbes parce qu'elles sont les plus espacées. C'est l'inverse : la structure la plus fine donne les taches les plus écartées.



Q14 · Figure A2 schématisée (taches brillantes en vert) : axes identifiés et mesure de $10\,i_1$

Q15 En exploitant la figure A2, évaluer les interfranges i_1 et i_2, puis en déduire les espacements b_{barbule} et b_{barbe}.

Données utiles $\lambda = 650$ nm ; $D = 74$ cm ; échelle de la figure A2 : le segment « 1,0 cm » mesure 4,0 cm sur l'annexe imprimée

Mesures à la règle sur l'annexe : la double flèche i_2 mesure 5,1 cm ; dix intervalles entre taches de la ligne centrale mesurent 3,8 cm.

$$i_2 = \frac{5{,}1}{4{,}0} \times 1{,}0 = 1{,}3 \text{ cm} \qquad i_1 = \frac{3{,}8}{10 \times 4{,}0} \times 1{,}0 = 0{,}095 \text{ cm}$$

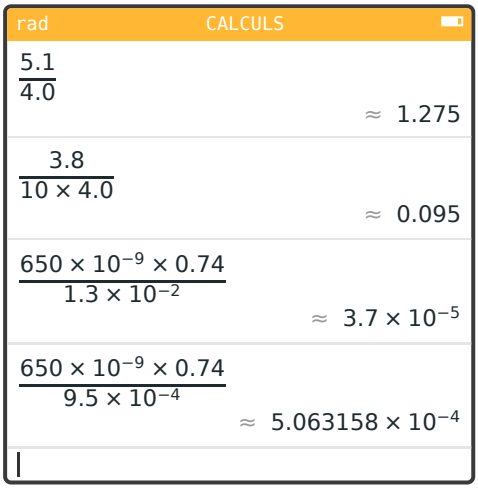
D'après Q13, $b = \dfrac{\lambda \cdot D}{i}$, avec i_2 pour les barbules et i_1 pour les barbes (Q14) :

$$b_{\text{barbule}} = \frac{650 \times 10^{-9} \times 74 \times 10^{-2}}{1{,}3 \times 10^{-2}} = 3{,}7 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$b_{\text{barbe}} = \frac{650 \times 10^{-9} \times 74 \times 10^{-2}}{9{,}5 \times 10^{-4}} = 5{,}1 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$i_2 \approx 1{,}3$ cm et $i_1 \approx 0{,}95$ mm ; $b_{\text{barbule}} \approx 37$ µm et $b_{\text{barbe}} \approx 0{,}5$ mm.

À LA CALCULATRICE



COMPRENDRE

Les mesures dépendent de l'impression : seul le rapport à l'échelle compte, et une lecture à 1 mm près change peu le résultat. On vérifie que $b_{\text{barbule}} < b_{\text{barbe}}$: 37 µm, invisible à l'œil nu, contre un demi-millimètre.

MÉTHODE

Mesurer plusieurs interfranges d'un coup (ici dix), puis diviser : l'erreur de lecture est divisée d'autant. Toujours convertir avec l'échelle de la figure, jamais lire directement la règle.