L'expérience de Millikan revisitée par des chercheurs suédois

Bac 2023 Polynésie Septembre · Exercice 1 **11 points** **Durée conseillée 1 h 55**

Q1 Écrire la relation entre les tensions u_C, u_R et U_G du circuit de la figure 1.

Loi des mailles dans le circuit série, interrupteur fermé :

$$U_G = u_R + u_C$$

PIÈGE
Les flèches de u_R et u_C s'opposent à celle de U_G quand on parcourt la maille : les deux tensions s'ajoutent, aucun signe « $-$ » n'apparaît.

Q2 Montrer que l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$ pendant la charge est $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \dfrac{1}{RC}u_C = \dfrac{U_G}{RC}$.

Loi d'Ohm : $u_R = R\,i$.

Pour le condensateur : $q = C\,u_C$ et $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$, donc $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ (C constante).

La loi des mailles (Q1) devient : $U_G = RC\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C$.

On divise chaque membre par RC :

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{RC}u_C = \frac{U_G}{RC}$$

MÉTHODE
Toujours le même enchaînement pour un circuit RC : loi des mailles, loi d'Ohm, $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$, puis mise en forme en divisant par RC.

Q3 Vérifier que $u_C(t) = U_G\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ est solution de cette équation différentielle et préciser l'expression de la constante τ.

On dérive la fonction proposée : $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \dfrac{U_G}{\tau}\,e^{-t/\tau}$.

On reporte dans le membre de gauche de l'équation :

$$\frac{U_G}{\tau}\,e^{-t/\tau} + \frac{U_G}{RC}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = \frac{U_G}{RC} + U_G\,e^{-t/\tau}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{RC}\right)$$

Ce membre est égal à $\dfrac{U_G}{RC}$ à chaque instant si, et seulement si, $\dfrac{1}{\tau} - \dfrac{1}{RC} = 0$.

De plus $u_C(0) = U_G\,(1 - 1) = 0$: le condensateur est bien déchargé à $t = 0$.

La fonction proposée est solution, avec $\tau = RC$.

PIÈGE
La dérivée de $e^{-t/\tau}$ est $-\dfrac{1}{\tau}\,e^{-t/\tau}$: avec le signe « $-$ » déjà présent devant l'exponentielle, la dérivée de u_C est positive.

COMPRENDRE
« Vérifier » ne demande pas de résoudre l'équation : on remplace u_C et sa dérivée, puis on cherche à quelle condition l'égalité est vraie quel que soit t.

Q4 Déterminer, à l'aide de la figure 2, la valeur du temps caractéristique de charge τ en expliquant la démarche.

Données utiles $U_G = 666$ V

À la date $t = \tau$: $u_C(\tau) = U_G\left(1 - e^{-1}\right) = 0{,}63\,U_G$.

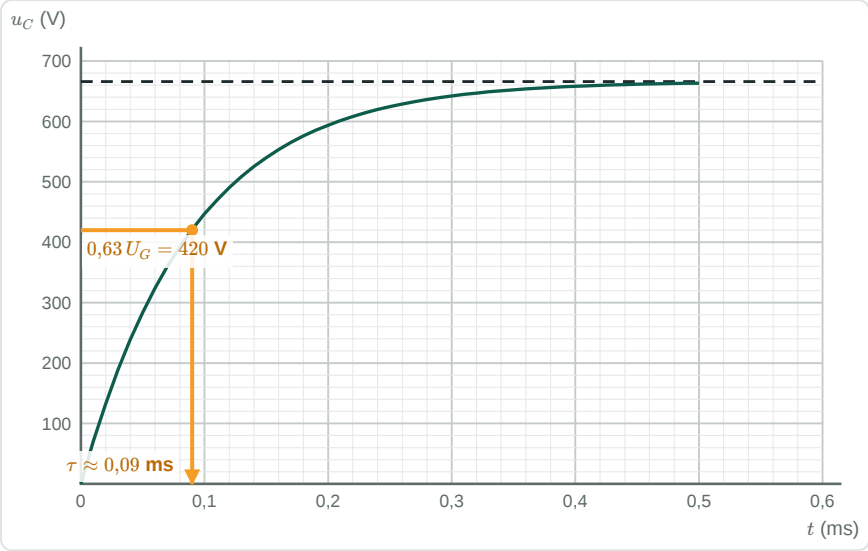
$u_C(\tau) = 0{,}63 \times 666 = 420$ V.

Sur la figure 2, la courbe atteint 420 V à la date $t \approx 0{,}00009$ s.

$\tau \approx 9 \times 10^{-5}$ s, soit environ $0{,}09$ ms

PIÈGE
L'axe est gradué en secondes avec des valeurs très petites : une graduation vaut $0{,}0001$ s, soit $0{,}1$ ms. Une erreur d'un zéro fausse aussi la capacité de la question suivante.

MÉTHODE
Autre tracé possible : la tangente à l'origine coupe l'asymptote $u_C = U_G$ à la date $t = \tau$. La lecture à 63 % est plus précise, car une tangente se trace mal sur des points de mesure.



Q4 · Figure 2 du sujet (temps en ms), avec la lecture à 63 % de la tension finale

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS
0.63×666
≈ 419.58

Q5 En déduire la valeur de la capacité C du condensateur utilisé.

Données utiles $\tau \approx 9 \times 10^{-5}$ s (Q4) ; $R = 10\ \text{M}\Omega$

$\tau = RC$ donc $C = \dfrac{\tau}{R}$, avec $R = 10\ \text{M}\Omega = 10 \times 10^6\ \Omega$.

$$C = \frac{9 \times 10^{-5}}{10 \times 10^6} = 9 \times 10^{-12}\ \text{F}$$

$C \approx 9 \times 10^{-12}$ F, soit environ 9 pF

PIÈGE
Laisser R en mégaohms donne une capacité un million de fois trop grande : $1\ \text{M}\Omega = 10^6\ \Omega$.

COMPRENDRE
La lecture graphique de τ ne donne qu'un chiffre significatif fiable : le résultat est un ordre de grandeur précis, à comparer à la valeur calculée ensuite.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS
$\dfrac{9 \times 10^{-5}}{10 \times 10^6}$
$\approx 9 \times 10^{-12}$

Q6 Retrouver la valeur de la capacité C du condensateur en la calculant à partir des données.

Données utiles $C = \dfrac{\varepsilon \times S}{d}$; $S = 10{,}0 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$; $d = 1{,}0 \times 10^{-3}$ m ; $\varepsilon = 8{,}85 \times 10^{-12}\ \text{F} \cdot \text{m}^{-1}$

$$C = \frac{\varepsilon \times S}{d} = \frac{8{,}85 \times 10^{-12} \times 10{,}0 \times 10^{-4}}{1{,}0 \times 10^{-3}} = 8{,}85 \times 10^{-12}\ \text{F}$$

Cette valeur est en accord avec celle obtenue en Q5 (environ 9×10^{-12} F) : l'écart vient de la lecture graphique de τ.

$C = 8{,}9 \times 10^{-12}$ F, soit 8,9 pF : on retrouve bien environ 9 pF.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme la donnée la moins précise ($d = 1{,}0 \times 10^{-3}$ m).

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS
$\dfrac{8.85 \times 10^{-12} \times 10.0 \times 10^{-4}}{1.0 \times 10^{-3}}$
$\approx 8.85 \times 10^{-12}$

Q7 Préciser le domaine de longueurs d'onde auquel appartient la source laser utilisée dans l'expérience suédoise.

Données utiles $\lambda = 532$ nm

Le domaine visible s'étend d'environ 400 nm à 800 nm dans le vide, et $400 < 532 < 800$.

Le laser émet dans le domaine **visible** (lumière verte).

Q8 Préciser le sens de déplacement de la goutte si la source radioactive la charge négativement.

Une goutte de charge négative est attirée par la plaque chargée positivement et repoussée par la plaque chargée négativement. Sur la figure 3, la plaque positive est en haut.

La goutte se déplace **vers le haut**, vers la plaque chargée positivement.

COMPRENDRE

Même conclusion avec $\overrightarrow{F_{\text{él}}} = q\,\overrightarrow{E}$: le champ va de la plaque positive vers la plaque négative, et pour $q < 0$ la force est de sens opposé au champ.

Q9 Évaluer, à l'aide de la figure 4, la hauteur h en millimètre d'un saut de la goutte correspondant au gain d'un seul électron, comme en (a) ou en (b).

Sur la figure 4, cinq interlignes séparent deux graduations distantes de 0,05 mm : un interligne vaut $\frac{0{,}05}{5} = 0{,}01$ mm.

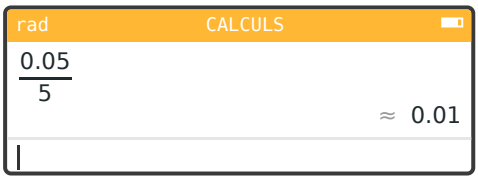
Le saut qui mène au palier (b) fait passer la position d'environ 0,065 mm à environ 0,075 mm, soit un interligne.

$h \approx 0{,}01$ mm

PIÈGE

Ne pas mesurer un grand saut comme (c) ou (d) : la goutte y gagne plusieurs électrons d'un coup. Le saut élémentaire est le plus petit observé.

À LA CALCULATRICE



Q10 Déterminer le nombre de charges électriques élémentaires acquises par la goutte au bout d'un temps t égal à 12 s.

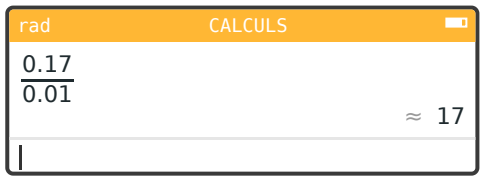
Données utiles $h \approx 0{,}01$ mm (Q9)

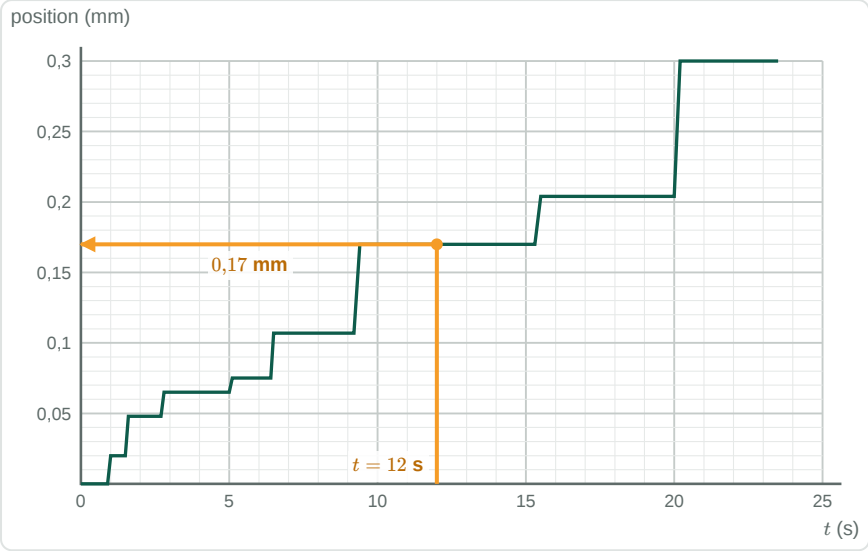
À $t = 12$ s, la figure 4 donne une position d'environ 0,17 mm (la position 0,00 est celle de la goutte neutre).

Chaque électron gagné déplace la goutte de h : $n = \frac{0{,}17}{0{,}01} = 17$.

À $t = 12$ s, la goutte a acquis **17 charges élémentaires** (17 électrons).

À LA CALCULATRICE





Q10 · Allure de la figure 4 du sujet : un interligne vaut 0,01 mm ; lecture à t = 12 s

Q11 En déduire, à l'aide de la figure 4, que cette expérience permet bien d'observer la proportionnalité entre la charge totale Q de la goutte et la charge élémentaire e.

La position de la goutte n'évolue pas de façon continue : elle reste sur des paliers et ne change que par sauts.

Un électron gagné correspond à un saut h, et la position atteinte vaut un nombre entier de fois h (17 fois à $t = 12$ s). La goutte porte donc un nombre entier n d'électrons, lisible directement sur le graphique.

$Q = -n \times e$ avec n entier : la charge de la goutte est proportionnelle à e.

COMPRENDRE
C'est la quantification de la charge : aucun palier ne correspond à une fraction de e. Le graphique montre directement les multiples entiers, là où Millikan devait les déduire de calculs.

Q12 Écrire, avec la deuxième loi de Newton, la relation vectorielle entre les forces et l'accélération $\vec{a}$ de la goutte au cours de sa chute, en précisant le référentiel choisi.

Système : {goutte d'huile}, ponctuelle, de masse m constante.

Référentiel : terrestre (le laboratoire), supposé galiléen.

Forces : le poids $\overrightarrow{P}$ et la force de frottement $\vec{f}$; la poussée d'Archimède est négligée et le condensateur, déchargé, n'exerce aucune force électrique.

Deuxième loi de Newton : $\sum \overrightarrow{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$

$\overrightarrow{P} + \vec{f} = m\,\vec{a}$

PIÈGE
La relation demandée est vectorielle : pas de signe « $-$ » devant $\vec{f}$. Le sens opposé au mouvement n'apparaît qu'au moment de projeter sur un axe.

Q13 Indiquer une des différences entre l'expérience historique de Millikan et celle de l'équipe suédoise concernant les gouttes d'huile.

Chez Millikan, la goutte est déjà chargée négativement quand elle entre entre les plaques, et elle tombe.

Dans l'expérience suédoise, la goutte est neutre au départ, maintenue par le piège optique, puis chargée peu à peu par la source radioactive.

Goutte chargée dès le départ (Millikan) ; goutte initialement neutre qui se charge électron par électron (équipe suédoise).

Q14 Décrire la nature du mouvement de la goutte à partir de la date $t = 0{,}6$ s. En déduire la relation vectorielle reliant les forces appliquées au système.

À partir de $t = 0{,}6$ s, le vecteur vitesse $\vec{v}$ est constant (direction, sens et valeur) : le mouvement de la goutte est **rectiligne uniforme**.

Alors $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \vec{0}$, et la relation de Q12 donne $\overrightarrow{P} + \vec{f} = m\,\vec{a} = \vec{0}$.

Mouvement rectiligne uniforme : $\overrightarrow{P} + \vec{f} = \vec{0}$, soit $\vec{f} = -\overrightarrow{P}$

COMPRENDRE
Les deux forces se compensent : même direction, sens opposés, même norme. C'est le principe d'inertie, lu dans le sens « mouvement rectiligne uniforme, donc somme des forces nulle ».

Q15 Reproduire la figure 6 et représenter, sans souci d'échelle, le vecteur force $\overrightarrow{F_{\text{él}}}$ exercé sur la goutte chargée négativement.

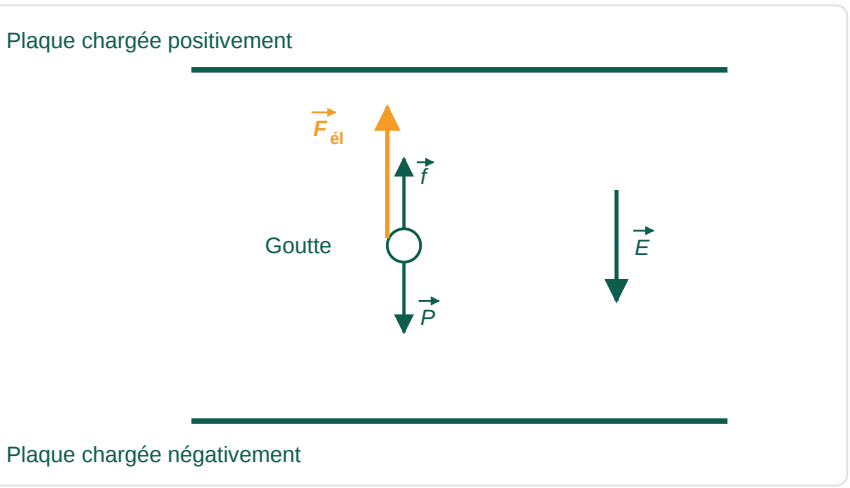
Données utiles $\overrightarrow{F_{\text{él}}} = q\,\overrightarrow{E}$

$\overrightarrow{F_{\text{él}}} = q\,\overrightarrow{E}$ avec $q < 0$: la force électrique a la même direction que $\overrightarrow{E}$ et le sens opposé.

Sur la figure 6, $\overrightarrow{E}$ est vertical, dirigé vers le bas.

$\overrightarrow{F_{\text{él}}}$ est tracé à partir de la goutte, vertical, **vers le haut** (vers la plaque positive).

PIÈGE
Tracer $\overrightarrow{F_{\text{él}}}$ dans le sens de $\overrightarrow{E}$: ce n'est vrai que pour une charge positive. Le vecteur part de la goutte, pas de la flèche du champ.



Q15 · Figure 6 reproduite : la force électrique (en orange) est verticale, vers la plaque positive

Q16 En déduire la nature du mouvement de la goutte quand un champ électrique suffisamment élevé règne entre les plaques.

Deuxième loi de Newton : $\overrightarrow{P} + \vec{f} + \overrightarrow{F_{\text{él}}} = m\,\vec{a}$.

Juste avant, $\overrightarrow{P} + \vec{f} = \vec{0}$ (Q14) : à l'établissement du champ, $m\,\vec{a} = \overrightarrow{F_{\text{él}}}$. L'accélération est verticale, vers le haut, donc de sens opposé à la vitesse de chute.

La goutte ralentit, s'arrête, puis, si le champ est assez intense pour que $F_{\text{él}} > P$, elle remonte vers la plaque positive.

Le mouvement reste rectiligne (vertical) mais n'est plus uniforme : la goutte est **ralentie**, puis elle repart vers le haut.

COMPRENDRE
Pendant la remontée, le frottement change de sens et s'oppose de nouveau au mouvement : la vitesse finit par se stabiliser, et le mouvement redevient uniforme, vers le haut cette fois.