Corrigé complet — Bac 2022 Métropole Jour 1

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Le colorant E 127** Groupes caractéristiques · Diagramme de prédominance · Dosage par étalonnage · Réactif limitant et rendement · Facteurs cinétiques · Temps de demi-réaction	10 pts	1 h 45	12 questions	p. 2
Ex 2	**La physique du jonglage** Chute libre · Deuxième loi de Newton · Équations horaires · Conservation de l'énergie mécanique · Exploitation de graphiques	5 pts	53 min	11 questions	p. 8
Ex 3	**Refroidissement d'un fer à cheval** Masse volumique · Énergie interne et capacité thermique · Premier principe de la thermodynamique · Loi de Newton et flux thermique · Équation différentielle du premier ordre · Temps caractéristique	5 pts	53 min	8 questions	p. 12
Ex 4	**Défibrillateur cardiaque** Circuit RC série · Loi des mailles · Équation différentielle du premier ordre · Charge et décharge d'un condensateur · Temps caractéristique	5 pts	53 min	8 questions	p. 16

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Le colorant E 127

Bac 2022 Métropole Jour 1 · Exercice 1 **10 points** **Durée conseillée 1 h 45**

Q1 Nommer les familles fonctionnelles associées aux groupes caractéristiques A, B et C de la forme H_2Ery.

- Groupe A, $-OH$: groupe hydroxyle, famille des **alcools**.
- Groupe B, $C{=}O$ lié à deux atomes de carbone : groupe carbonyle, famille des **cétones**.
- Groupe C, $-COOH$: groupe carboxyle, famille des **acides carboxyliques**.

A : alcool ; B : cétone ; C : acide carboxylique

PIÈGE
Confondre le nom du groupe (hydroxyle, carbonyle, carboxyle) et celui de la famille : la question demande la famille. Pour B, écrire « aldéhyde » est faux, le carbone ne porte pas d'atome d'hydrogène.

COMPRENDRE
Le groupe A est porté par un cycle aromatique : c'est en toute rigueur un phénol, famille hors programme. La réponse attendue en Terminale est « alcool ».

Q2 Identifier, en justifiant, la forme de l'érythrosine qui prédomine dans le révélateur de plaque dentaire.

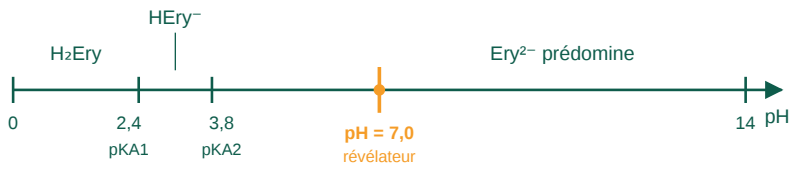
Données utiles $pK_{A1} = 2{,}4$; $pK_{A2} = 3{,}8$; $pH = 7{,}0$

Pour un couple acide-base, la base prédomine sur l'acide lorsque $pH > pK_A$.

Ici $pH = 7{,}0 > pK_{A2} = 3{,}8 > pK_{A1}$: le pH se situe dans le domaine de la forme la plus basique.

La forme Ery^{2-} prédomine dans le révélateur.

MÉTHODE
Espèce à plusieurs acidités : tracer un axe de pH, placer les pK_A par ordre croissant, écrire les formes de la plus acide à la plus basique, puis repérer le pH de la solution.



Q2 · Diagramme de prédominance des trois formes de l'érythrosine

Q3 Justifier la couleur rouge du révélateur de plaque dentaire.

Données utiles spectre d'absorption du colorant E 127 ; cercle chromatique

Le spectre présente un seul pic d'absorption, dont le maximum se situe vers $\lambda_{max} \approx 530$ nm : la solution absorbe surtout les radiations vertes.

La couleur perçue est la couleur complémentaire de la couleur absorbée, c'est-à-dire celle qui lui est diamétralement opposée sur le cercle chromatique. En face du vert se trouve le rouge.

Absorption maximale dans le vert (≈ 530 nm) : la solution paraît rouge.

PIÈGE
Répondre « la solution absorbe le rouge ». Une solution a la couleur des radiations qu'elle laisse passer, pas de celles qu'elle absorbe.

Q4 Montrer que la concentration du colorant E 127 dans le révélateur vaut $2{,}2 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$, puis déterminer son titre massique. Commenter.

Données utiles $A_S = 0{,}484$; prélèvement $V_0 = 0{,}5\ \text{mL}$; fiole $V_S = 2{,}0\ \text{L}$; $M(\text{Na}_2\text{Ery}) = 880\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $\rho = 1{,}0\ \text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$; indication : 2 % en masse

Concentration de la solution S. Les points de la figure 1 sont alignés sur une droite passant par l'origine : l'absorbance est proportionnelle à la concentration (loi de Beer-Lambert). Pour $A_S = 0{,}484$, on lit sur cette droite $c_S = 5{,}5\ \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Concentration du révélateur. Lors de la dilution, la quantité de colorant se conserve : $c_0\,V_0 = c_S\,V_S$, donc

$$c_0 = \frac{c_S\,V_S}{V_0} = \frac{5{,}5 \times 10^{-6} \times 2{,}0}{0{,}5 \times 10^{-3}} = 2{,}2 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

On retrouve la valeur annoncée.

Titre massique. Un volume V de révélateur a pour masse $\rho\,V$ et contient la masse $c_0\,V\,M$ de colorant :

$$w = \frac{c_0\,V\,M}{\rho\,V} = \frac{c_0\,M}{\rho} = \frac{2{,}2 \times 10^{-2} \times 880}{1{,}0 \times 10^{3}} = 0{,}019$$

avec $\rho = 1{,}0\ \text{g} \cdot \text{mL}^{-1} = 1{,}0 \times 10^{3}\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$.

Le résultat est très proche des 2 % annoncés : l'indication du fabricant est vérifiée.

$c_0 = 2{,}2 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (valeur attendue) ; $w = 0{,}019$, soit 1,9 % en masse

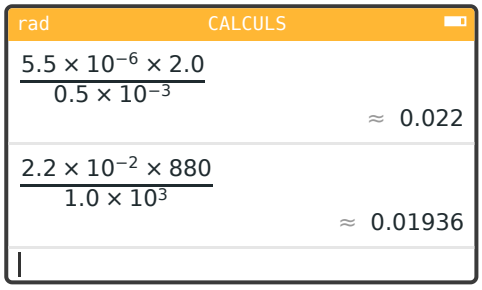
PIÈGE

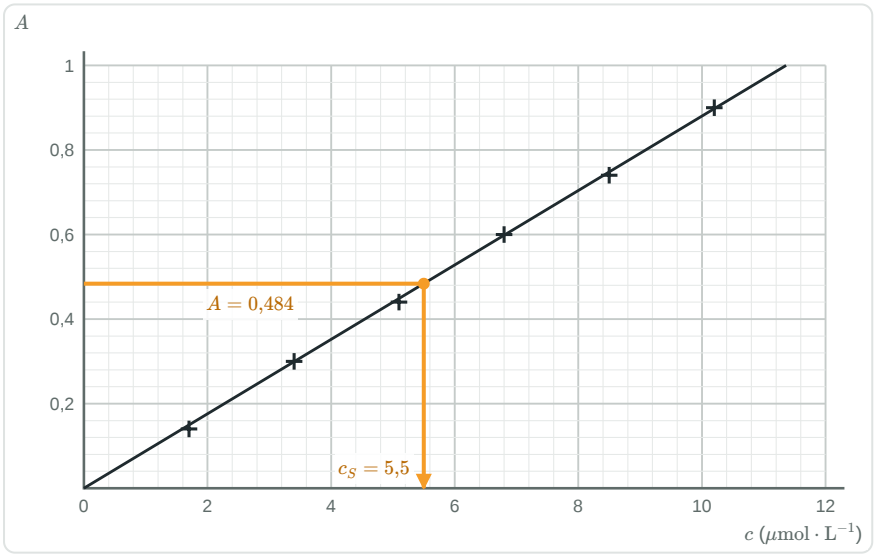
Laisser ρ en $\text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$ alors que $c_0\,M$ est en $\text{g} \cdot \text{L}^{-1}$: le titre serait mille fois trop grand. Convertir aussi V_0 en litres dans la dilution.

COMPRENDRE

Deux chiffres significatifs au résultat, comme ρ, V_S et la lecture graphique. Le facteur de dilution vaut $V_S/V_0 = 4000$: la solution S est assez diluée pour entrer dans la gamme d'étalonnage.

À LA CALCULATRICE





Q4 · Figure 1 du sujet, avec la droite d'étalonnage et la lecture pour la solution S

Q5 Identifier le rôle des étapes n°1, n°2 et n°3 du protocole de synthèse de l'érythrosine.

- Étape n°1 : **transformation** des réactifs en produit (la synthèse proprement dite).
- Étape n°2 : **isolement** du produit solide par filtration, puis début de **purification** par lavage à l'eau et à l'éthanol.
- Étape n°3 : **analyse** du produit : la température de fusion permet de l'identifier et de contrôler sa pureté.

Étape 1 : transformation ; étape 2 : isolement et purification ; étape 3 : analyse (identification)

MÉTHODE
Une synthèse suit presque toujours le même plan : transformation, isolement (séparation), purification, analyse. Associer chaque geste du protocole à l'une de ces étapes.

Q6 Identifier l'opération du protocole réalisée pour optimiser la vitesse de formation de l'érythrosine.

Dans l'étape n°1, le mélange est chauffé à 60 °C. La température est un facteur cinétique : plus elle est élevée, plus la transformation est rapide.

Le chauffage à 60 °C augmente la vitesse de formation de l'érythrosine.

PIÈGE
Citer le chauffage sans dire pourquoi. Il faut nommer le facteur cinétique (la température) et préciser le sens de son effet.

Q7 Déterminer le réactif limitant de la synthèse de l'érythrosine.

Données utiles $\mathrm{H_2Flu} + 4\,\mathrm{I_2} \longrightarrow \mathrm{H_2Ery} + 4\,\mathrm{HI}$; $m(\mathrm{H_2Flu}) = 5{,}0\ \mathrm{g}$; $m(\mathrm{I_2}) = 9{,}5\ \mathrm{g}$; $M(\mathrm{H_2Flu}) = 332\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$; $M(\mathrm{I_2}) = 254\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$

On compare les quantités initiales divisées par les nombres stœchiométriques de l'équation.

$$\frac{n_0(\mathrm{H_2Flu})}{1} = \frac{m(\mathrm{H_2Flu})}{M(\mathrm{H_2Flu})} = \frac{5{,}0}{332} = 1{,}5 \times 10^{-2}\ \mathrm{mol}$$

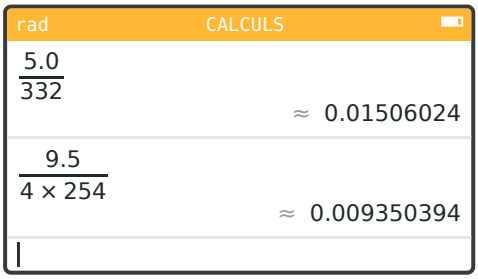
$$\frac{n_0(\mathrm{I_2})}{4} = \frac{m(\mathrm{I_2})}{4\,M(\mathrm{I_2})} = \frac{9{,}5}{4 \times 254} = 9{,}4 \times 10^{-3}\ \mathrm{mol}$$

Comme $\frac{n_0(\mathrm{I_2})}{4} < \frac{n_0(\mathrm{H_2Flu})}{1}$, le diiode est épuisé le premier.

Le réactif limitant est le diiode $\mathrm{I_2}$, avec $x_{\max} = 9{,}4 \times 10^{-3}\ \mathrm{mol}$.

PIÈGE
Comparer directement $n_0(\mathrm{I_2}) = 3{,}7 \times 10^{-2}\ \mathrm{mol}$ à $n_0(\mathrm{H_2Flu})$ et conclure que la fluorescéine est limitante. Il faut quatre moles de diiode pour une mole de fluorescéine.

À LA CALCULATRICE



Q8 Montrer que la masse d'érythrosine H_2Ery obtenue expérimentalement est d'environ 4,6 g.

Données utiles $x_{max} = 9{,}35 \times 10^{-3}$ mol (Q7) ; $r = 59\ \%$; $M(H_2Ery) = 836\ g \cdot mol^{-1}$

Si la transformation était totale, on obtiendrait $n_{max}(H_2Ery) = x_{max}$, soit la masse $m_{max} = x_{max}\, M(H_2Ery)$.

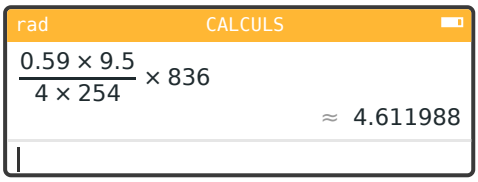
Le rendement est $r = \dfrac{m_{exp}}{m_{max}}$, donc

$$m_{exp} = r\, x_{max}\, M(H_2Ery) = 0{,}59 \times 9{,}35 \times 10^{-3} \times 836 = 4{,}6\ g$$

$m_{exp} = 4{,}6$ g, conforme à la valeur attendue

MÉTHODE
Dans un calcul en chaîne, reprendre la valeur non arrondie du résultat précédent (ici $9{,}35 \times 10^{-3}$ mol) et n'arrondir qu'à la fin.

À LA CALCULATRICE



Q9 Déterminer le nombre de flacons de 10 mL de révélateur, de concentration $2{,}2 \times 10^{-2}\ mol \cdot L^{-1}$ en colorant E 127, que cette synthèse permet de fabriquer.

Données utiles $m_{exp} = 4{,}6$ g (Q8) ; $M(H_2Ery) = 836\ g \cdot mol^{-1}$; $c_0 = 2{,}2 \times 10^{-2}\ mol \cdot L^{-1}$; $V = 10$ mL

Quantité d'érythrosine synthétisée : $n(H_2Ery) = \dfrac{m_{exp}}{M(H_2Ery)} = \dfrac{4{,}6}{836} = 5{,}5 \times 10^{-3}$ mol.

À pH = 7, toute l'érythrosine est sous la forme Ery^{2-} (Q2) : une mole de H_2Ery fournit une mole de colorant E 127.

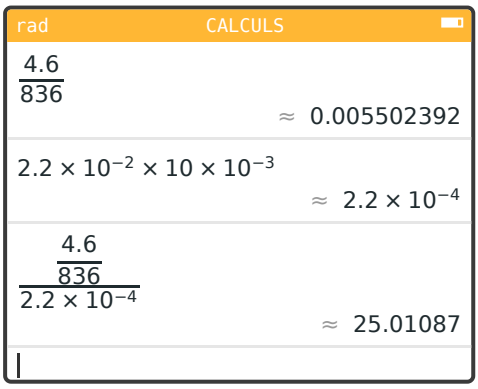
Quantité de colorant dans un flacon : $n_1 = c_0\, V = 2{,}2 \times 10^{-2} \times 10 \times 10^{-3} = 2{,}2 \times 10^{-4}$ mol.

$$N = \frac{n(H_2Ery)}{n_1} = \frac{5{,}5 \times 10^{-3}}{2{,}2 \times 10^{-4}} = 25$$

La synthèse permet de fabriquer 25 flacons de 10 mL.

PIÈGE
Diviser la masse 4,6 g par la masse molaire du colorant Na_2Ery (880) : la masse obtenue est celle de H_2Ery, de masse molaire 836 $g \cdot mol^{-1}$.

À LA CALCULATRICE



Q10 Décrire qualitativement l'évolution de la vitesse volumique de disparition de Ery^{2-} au cours du temps pour l'expérience A. Proposer un facteur cinétique à l'origine de cette évolution.

La vitesse volumique de disparition s'écrit $v = -\dfrac{\mathrm{d}[\mathrm{Ery}^{2-}]}{\mathrm{d}t}$: c'est l'opposé du coefficient directeur de la tangente à la courbe de la figure 2.

Pour l'expérience A, la courbe descend d'abord rapidement, puis de plus en plus lentement : la tangente, très inclinée à $t = 0$, devient presque horizontale en fin d'expérience. La vitesse de disparition est donc maximale au début, puis elle diminue et tend vers zéro.

Facteur cinétique : la concentration d'un réactif. Ery^{2-} est consommé, sa concentration baisse, ce qui ralentit la transformation.

La vitesse de disparition diminue au cours du temps, car la concentration du réactif Ery^{2-} diminue.

PIÈGE
Proposer la température : elle est maintenue à 25 °C pendant toute l'expérience, elle ne peut pas expliquer une évolution de la vitesse.

Q11 Déterminer graphiquement le temps de demi-réaction pour l'expérience A. Commenter.

Données utiles figure 2 : $[\mathrm{Ery}^{2-}]_0 = 8{,}5\ \mu\mathrm{mol}\cdot\mathrm{L}^{-1}$

Le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle l'avancement atteint la moitié de sa valeur finale.

La réaction est totale et Ery^{2-} disparaît entièrement : à $t_{1/2}$, sa concentration vaut la moitié de sa valeur initiale, soit $\dfrac{8{,}5}{2} = 4{,}25\ \mu\mathrm{mol}\cdot\mathrm{L}^{-1}$.

Sur la courbe de l'expérience A, le point d'ordonnée $4{,}25\ \mu\mathrm{mol}\cdot\mathrm{L}^{-1}$ a pour abscisse 150 s.

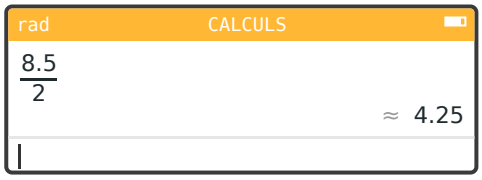
Commentaire : la transformation est lente. La moitié du colorant disparaît en deux minutes et demie, mais la figure 2 montre que la décoloration n'est quasi complète qu'au bout de 700 à 800 s, soit plus de dix minutes.

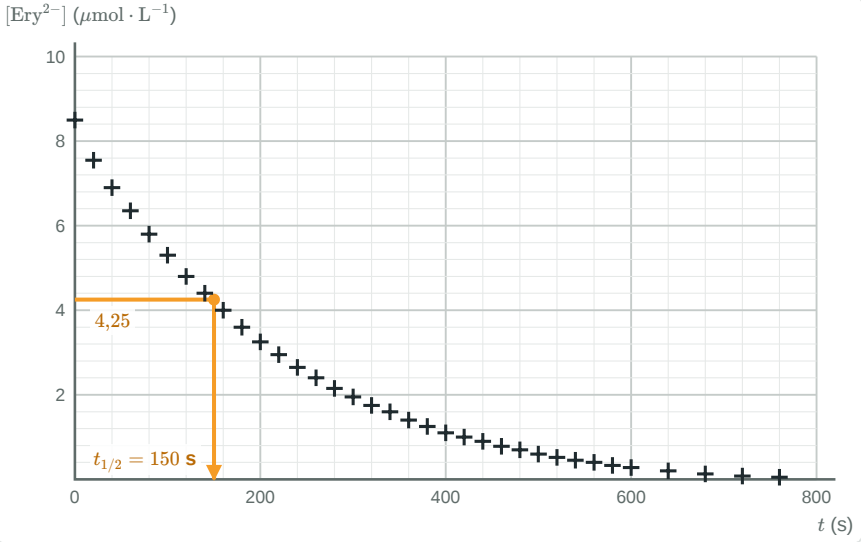
$t_{1/2} \approx 150$ s pour l'expérience A : décoloration lente

PIÈGE
Lire l'abscisse du point d'ordonnée 5 (milieu de l'axe) ou croire que la réaction est finie à $2\,t_{1/2}$: à 300 s il reste encore environ un quart du colorant.

COMPRENDRE
La valeur initiale $8{,}5\ \mu\mathrm{mol}\cdot\mathrm{L}^{-1}$ vient du mélange : 10,0 mL de solution à $1{,}7\times10^{-5}\ \mathrm{mol}\cdot\mathrm{L}^{-1}$ dans 20 mL au total, soit une concentration divisée par deux.

À LA CALCULATRICE





Q11 · Figure 2 du sujet (expérience A seule), avec la lecture de $t_{1/2}$

Q12 Expliquer comment il est possible d'optimiser la décoloration du filtre Büchner.

Sur la figure 2, la concentration de Ery^{2-} décroît nettement plus vite dans l'expérience B que dans l'expérience A : le colorant a pratiquement disparu vers 400 s, contre environ 800 s pour A.

Seule la concentration en ions hypochlorite ClO^- diffère : l'eau de Javel est diluée deux fois pour A et utilisée pure pour B. La concentration de ce réactif est un facteur cinétique.

On peut aussi opérer à une température plus élevée, la température étant un autre facteur cinétique.

Pour décolorer le filtre plus vite : utiliser l'eau de Javel commerciale non diluée, plus concentrée en ions hypochlorite.

COMPRENDRE

Optimiser signifie ici réduire la durée. La réaction étant totale, le colorant finit par disparaître dans les deux expériences : la concentration en ClO^- agit sur la vitesse, pas sur l'état final.

La physique du jonglage

Bac 2022 Métropole Jour 1 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

Q1 Décrire qualitativement, selon l'axe Oy, le mouvement de la balle lors de la phase 1 à l'aide des figures 2a et 2b.

Figure 2a : y augmente jusqu'à un maximum voisin de $0{,}8$ m, atteint vers $t = 0{,}4$ s, puis diminue jusqu'à 0 : la balle monte, puis redescend.

Figure 2b : v_y est positive et décroît jusqu'à s'annuler vers $t = 0{,}4$ s (la balle ralentit en montant), puis devient négative et sa valeur absolue augmente (la balle accélère en descendant).

Phase 1 : montée ralentie jusqu'au sommet ($v_y = 0$), puis descente accélérée.

COMPRENDRE
Le signe de v_y indique le sens du mouvement sur l'axe vertical ; sa valeur absolue indique si la balle va plus ou moins vite. Au sommet, v_y change de signe.

Q2 Interpréter la figure 2a pour décrire le rôle de la main sur le mouvement de la balle lors de la phase 2.

Pendant la phase 2, y est négatif : la balle se trouve sous le niveau de lancer, elle est dans la main.

De $t \approx 0{,}75$ s à $t \approx 0{,}95$ s, y diminue jusqu'à environ $-0{,}35$ m : la main accompagne la balle dans sa descente et l'arrête.

De $t \approx 0{,}95$ s à $t \approx 1{,}1$ s, y remonte jusqu'à 0 : la main pousse la balle vers le haut.

La main amortit la balle, puis la relance : elle la lâche de nouveau en $y = 0$ vers $t = 1{,}1$ s.

PIÈGE
La question porte sur la figure 2a : il faut s'appuyer sur les variations de y, pas seulement sur celles de v_y.

Q3 Justifier, avec la deuxième loi de Newton et le modèle de la chute libre, que v_x est constante et égale à v_{0x} quand la balle a quitté la main.

Système {balle}, de masse m constante ; référentiel terrestre supposé galiléen. En chute libre, la seule force est le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$.

Deuxième loi de Newton : $m\,\vec{a} = m\,\vec{g}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$.

Le vecteur $\vec{g}$ est vertical, dirigé vers le bas : $a_x = 0$ et $a_y = -g$.

Comme $a_x = \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = 0$, la composante v_x ne dépend pas du temps. À $t = 0$, elle vaut v_{0x}.

$v_x(t) = v_{0x}$ pendant toute la chute libre.

MÉTHODE
Toujours dans cet ordre : système, référentiel, bilan des forces, deuxième loi de Newton, projection sur les axes, primitive, puis constante fixée par la condition initiale.

Q4 Exprimer l'énergie mécanique initiale E_{m0} de la balle en fonction de m, v_{0x} et v_{0y}.

$E_{m0} = E_{c0} + E_{pp0} = \dfrac{1}{2}\,m\,v_0^2 + m\,g\,y_0$

À $t = 0$, la balle est en $y_0 = 0$, niveau de référence : $E_{pp0} = 0$. De plus $v_0^2 = v_{0x}^2 + v_{0y}^2$.

$$E_{m0} = \frac{1}{2}\,m\,\left(v_{0x}^2 + v_{0y}^2\right)$$

PIÈGE
Écrire $v_0 = v_{0x} + v_{0y}$: ce sont les carrés des composantes qui s'ajoutent (théorème de Pythagore).

Q5 Par un raisonnement énergétique appliqué à la phase 1, établir que l'altitude maximale vaut $H = \dfrac{v_{0y}^2}{2g}$.

En chute libre, seul le poids agit et il est conservatif : l'énergie mécanique se conserve.

Au sommet S : $y = H$, $v_y = 0$ et $v_x = v_{0x}$ (Q3), donc $E_{mS} = \dfrac{1}{2} m v_{0x}^2 + m g H$.

$E_{m0} = E_{mS}$ s'écrit, avec Q4 :

$$\frac{1}{2} m v_{0x}^2 + \frac{1}{2} m v_{0y}^2 = \frac{1}{2} m v_{0x}^2 + m g H$$

d'où $\dfrac{1}{2} v_{0y}^2 = g H$.

$$\boxed{H = \frac{v_{0y}^2}{2g}}$$

PIÈGE
Au sommet, la vitesse n'est pas nulle : seule v_y s'annule. L'énergie cinétique y vaut $\dfrac{1}{2} m v_{0x}^2$; l'oublier donne une formule fausse avec v_0.

Q6 Déterminer H avec la relation précédente et une lecture de v_{0y} sur la figure 2b. Comparer à la lecture graphique de la figure 2a.

Données utiles $g = 9{,}81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

Figure 2b, à $t = 0$: $v_{0y} = 4{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

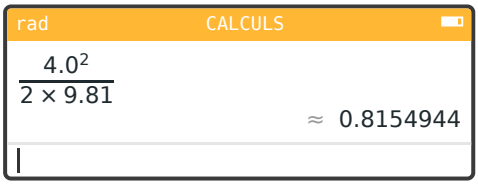
$$H = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{4{,}0^2}{2 \times 9{,}81} = 0{,}82\ \text{m}$$

Figure 2a : le maximum de y se lit à environ $0{,}81$ m.

$H = 0{,}82$ m par le calcul, environ $0{,}81$ m par lecture : les deux valeurs concordent.

COMPRENDRE
Une lecture graphique donne ici deux chiffres significatifs : le résultat du calcul n'en garde pas plus, même si g en a trois.

À LA CALCULATRICE



Q7 Établir l'expression littérale de la coordonnée $v_y(t)$ du vecteur vitesse lors de la phase 1.

D'après Q3, $a_y = \dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = -g$.

Par primitive : $v_y(t) = -g t + C$, avec C une constante.

Condition initiale : $v_y(0) = v_{0y}$, donc $C = v_{0y}$.

$$\boxed{v_y(t) = -g t + v_{0y}}$$

COMPRENDRE
C'est une fonction affine décroissante du temps : sa représentation est une droite, ce que montre la figure 2b pendant la phase 1.

Q8 Évaluer l'intensité de la pesanteur g à l'aide de la figure 2b lors de la phase 1. Commenter.

Données utiles $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

D'après Q7, la droite $v_y(t)$ de la phase 1 a pour coefficient directeur $-g$.

Deux points lus sur cette droite : $(0\ \text{s}\ ;\ 4{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})$ et $(0{,}75\ \text{s}\ ;\ -3{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})$.

$$-g = \frac{-3{,}6 - 4{,}0}{0{,}75 - 0} = -10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

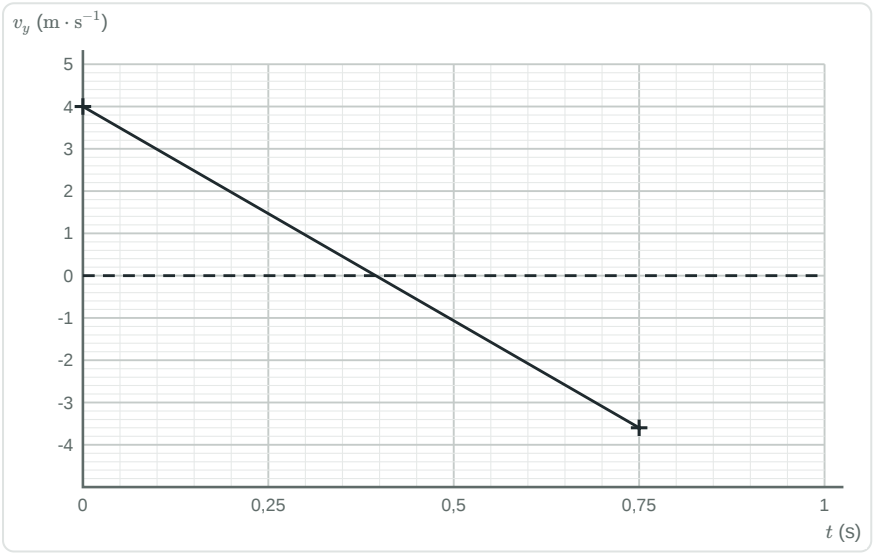
Écart relatif avec la valeur de référence : $\dfrac{10{,}1 - 9{,}81}{9{,}81} \approx 3\ \%$.

$g \approx 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$, proche de $9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ (écart de 3 % environ) : le modèle de la chute libre convient.

PIÈGE
Donner une pente négative pour g : la pente vaut $-g$, et g est une grandeur positive.

MÉTHODE
Pour un coefficient directeur, choisir deux points de la droite les plus éloignés possible : l'incertitude de lecture pèse alors moins sur le résultat.

À LA CALCULATRICE



Q8 · Figure 2b pendant la phase 1 : les deux points choisis et la droite de pente $-g$

Q9 Déterminer l'équation horaire $y(t)$ du mouvement du centre de la balle lors de la phase 1.

$v_y = \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -g\,t + v_{0y}$ (Q7).

Par primitive : $y(t) = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + v_{0y}\,t + C'$.

Condition initiale : $y(0) = 0$ (la balle part de l'origine), donc $C' = 0$.

$$y(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + v_{0y}\,t$$

Q10 Établir l'expression de la durée t_{air} passée en l'air en fonction de v_{0y} et de g, puis en déduire que $t_{air} = \sqrt{\dfrac{8H}{g}}$.

La balle est rattrapée en $y = 0$: t_{air} est la solution non nulle de $y(t) = 0$.

$-\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + v_{0y}\,t = 0$ équivaut à $t\left(-\dfrac{1}{2}\,g\,t + v_{0y}\right) = 0$, soit $t = 0$ (lancer) ou $t = \dfrac{2\,v_{0y}}{g}$.

Donc $t_{air} = \dfrac{2\,v_{0y}}{g}$.

D'après Q5, $v_{0y}^2 = 2\,g\,H$, donc $v_{0y} = \sqrt{2\,g\,H}$ ($v_{0y} > 0$). Alors :

$$t_{air} = \frac{2\sqrt{2\,g\,H}}{g} = \sqrt{\frac{4 \times 2\,g\,H}{g^2}}$$

$$\boxed{t_{air} = \frac{2\,v_{0y}}{g} = \sqrt{\frac{8H}{g}}}$$

COMPRENDRE
La durée de vol est le double de la durée de montée $\dfrac{v_{0y}}{g}$: en chute libre, montée et descente sont symétriques.

MÉTHODE
Pour faire entrer un facteur positif sous une racine, on l'élève au carré : $\dfrac{2}{g} = \sqrt{\dfrac{4}{g^2}}$.

Q11 Calculer t_{air} avec la valeur de H lue sur la figure 2a. Commenter.

Données utiles $H \approx 0{,}81$ m (figure 2a, Q6) ; $g = 9{,}81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

$$t_{air} = \sqrt{\frac{8H}{g}} = \sqrt{\frac{8 \times 0{,}81}{9{,}81}} = 0{,}81\ \text{s}$$

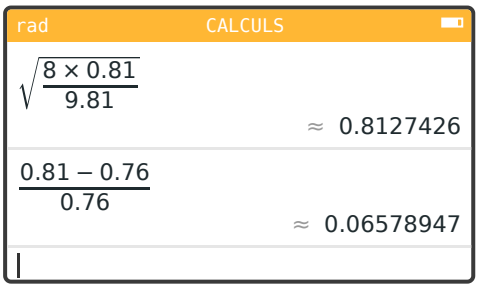
Sur la figure 2a, la phase 1 se termine vers $t \approx 0{,}76$ s : la durée calculée est un peu plus grande, d'environ 7 %.

L'écart reste faible. Il vient de l'imprécision des lectures graphiques et du modèle : à la fin de la phase 1, $|v_y| \approx 3{,}6\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ est inférieure à v_{0y} , la main reprend donc la balle un peu avant la date prévue.

$t_{air} = 0{,}81$ s, du même ordre que la durée lue ($\approx 0{,}76$ s) : le modèle de la chute libre décrit correctement la phase 1.

COMPRENDRE
Dans le modèle, la balle revient en $y = 0$ avec $v_y = -v_{0y}$, soit $-4{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. La figure 2b s'arrête à $-3{,}6\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$: la chute libre a duré un peu moins longtemps que prévu.

À LA CALCULATRICE



Refroidissement d'un fer à cheval

Bac 2022 Métropole Jour 1 · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

Q1 Déterminer la valeur de la masse m_{Fer} du fer à cheval.

Données utiles $V_{\text{Fer}} = 104\ \text{cm}^3$; $\rho_{\text{Fer}} = 7{,}87\ \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$

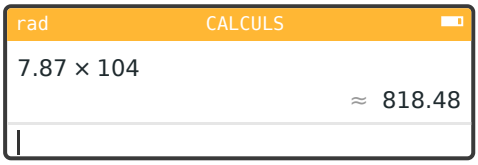
La masse volumique s'écrit $\rho_{\text{Fer}} = \dfrac{m_{\text{Fer}}}{V_{\text{Fer}}}$, donc $m_{\text{Fer}} = \rho_{\text{Fer}} \times V_{\text{Fer}}$.

$m_{\text{Fer}} = 7{,}87 \times 104 = 818\ \text{g}$

$\boxed{m_{\text{Fer}} = 818\ \text{g} = 0{,}818\ \text{kg}}$

COMPRENDRE
Les deux données ont trois chiffres significatifs : le résultat en garde trois. Les unités sont cohérentes telles quelles ($\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ et cm^3), aucune conversion n'est nécessaire pour obtenir des grammes.

À LA CALCULATRICE



Q2 Calculer la variation d'énergie interne ΔU du fer à cheval lors du chauffage.

Données utiles $m_{\text{Fer}} = 0{,}818\ \text{kg}$ (Q1) ; $c_{\text{Fer}} = 440\ \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$; $\theta_{\text{Ext}} = 15\ ^\circ\text{C}$; $\theta_0 = 900\ ^\circ\text{C}$

Le fer à cheval est un système incompressible, sans changement d'état :

$$\Delta U = m_{\text{Fer}} \times c_{\text{Fer}} \times (\theta_0 - \theta_{\text{Ext}})$$

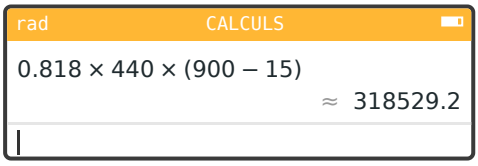
$\Delta U = 0{,}818 \times 440 \times (900 - 15) = 3{,}19 \times 10^5\ \text{J}$

$\boxed{\Delta U = 3{,}19 \times 10^5\ \text{J} = 319\ \text{kJ}}$

PIÈGE
Laisser la masse en grammes alors que c_{Fer} est donnée par kilogramme : le résultat serait mille fois trop grand.

COMPRENDRE
Un écart de température a la même valeur en °C et en K : $900 - 15 = 885\ ^\circ\text{C} = 885\ \text{K}$. Inutile de convertir chaque température en kelvins.

À LA CALCULATRICE



Q3 Interpréter au niveau microscopique la variation d'énergie interne ΔU du fer à cheval.

$\Delta U > 0$: l'énergie interne du fer augmente. Sa température s'élève, ce qui traduit une agitation thermique plus forte des atomes de fer : ils vibrent davantage autour de leur position dans le solide.

L'augmentation de U correspond à l'augmentation de l'énergie cinétique microscopique des atomes de fer.

COMPRENDRE
L'énergie interne regroupe les énergies cinétiques et potentielles d'interaction microscopiques. Sans changement d'état, c'est le terme d'agitation qui explique l'essentiel de la variation.

Q4 Appliquer le premier principe au fer à cheval entre t et $t+\Delta t$, puis en déduire l'équation différentielle $\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}+\dfrac{\theta}{\tau}=\dfrac{\theta_{\text{Ext}}}{\tau}$ avec $\tau=\dfrac{m_{\text{Fer}}\,c_{\text{Fer}}}{h_{\text{air}}\,S}$.

Données utiles loi de Newton : $\Phi = h_{\text{air}}\,S\,(\theta_{\text{Ext}}-\theta)$

Système {fer à cheval}, incompressible, au repos macroscopique. Premier principe entre t et $t+\Delta t$: $\Delta U = W + Q$. On néglige le travail reçu (celui du marteau compris) : $W=0$, donc $\Delta U = Q$.

Variation d'énergie interne : $\Delta U = m_{\text{Fer}}\,c_{\text{Fer}}\,\big(\theta(t+\Delta t)-\theta(t)\big)$.

Transfert thermique reçu pendant Δt, durée assez courte pour que Φ reste constant : $Q = \Phi\,\Delta t = h_{\text{air}}\,S\,\big(\theta_{\text{Ext}}-\theta(t)\big)\,\Delta t$.

En égalant puis en divisant par $m_{\text{Fer}}\,c_{\text{Fer}}\,\Delta t$:

$$\frac{\theta(t+\Delta t)-\theta(t)}{\Delta t} = \frac{h_{\text{air}}\,S}{m_{\text{Fer}}\,c_{\text{Fer}}}\,\big(\theta_{\text{Ext}}-\theta(t)\big)$$

Quand Δt tend vers 0, le membre de gauche tend vers $\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$. En posant $\tau = \dfrac{m_{\text{Fer}}\,c_{\text{Fer}}}{h_{\text{air}}\,S}$: $\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\theta_{\text{Ext}}-\theta}{\tau}$.

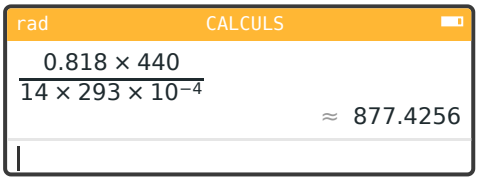
$$\boxed{\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}+\frac{\theta}{\tau}=\frac{\theta_{\text{Ext}}}{\tau} \text{ avec } \tau=\frac{m_{\text{Fer}}\,c_{\text{Fer}}}{h_{\text{air}}\,S}}$$

PIÈGE
Le flux est celui reçu par le fer : $(\theta_{\text{Ext}}-\theta)$ est négatif ici, le fer cède de l'énergie. Inverser les deux températures change le signe de l'équation.

COMPRENDRE
Vérification de la valeur annoncée : avec $S = 293\times10^{-4}\ \text{m}^2$, on trouve $\tau = 877\ \text{s}$, soit environ $880\ \text{s}$.

MÉTHODE
Toujours le même enchaînement : 1) système et premier principe ; 2) $\Delta U = m\,c\,\Delta\theta$; 3) $Q=\Phi\,\Delta t$ avec la loi de Newton ; 4) division par Δt et passage à la limite.

À LA CALCULATRICE



Q5 Vérifier que $\theta(t) = (\theta_0-\theta_{\text{Ext}})\,e^{-t/\tau}+\theta_{\text{Ext}}$ est bien solution de l'équation différentielle.

On dérive la fonction proposée (θ_{Ext} est une constante) :

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{\tau}\,(\theta_0-\theta_{\text{Ext}})\,e^{-t/\tau}$$

On calcule le membre de gauche de l'équation :

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}+\frac{\theta}{\tau} = -\frac{\theta_0-\theta_{\text{Ext}}}{\tau}\,e^{-t/\tau}+\frac{\theta_0-\theta_{\text{Ext}}}{\tau}\,e^{-t/\tau}+\frac{\theta_{\text{Ext}}}{\tau}$$

Les deux termes exponentiels s'annulent, quel que soit t. De plus $\theta(0) = \theta_0-\theta_{\text{Ext}}+\theta_{\text{Ext}} = \theta_0$: la condition initiale est respectée.

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}+\frac{\theta}{\tau}=\frac{\theta_{\text{Ext}}}{\tau} \text{ : la fonction proposée est bien solution.}}$$

PIÈGE
Oublier le facteur $-\dfrac{1}{\tau}$ en dérivant $e^{-t/\tau}$: les exponentielles ne se simplifient alors plus.

MÉTHODE
« Vérifier » ne demande pas de résoudre : on dérive, on remplace dans un seul membre et on retrouve l'autre.

Q6 Calculer la température du fer au moment où le maréchal-ferrant le pose sur la face inférieure du sabot. Commenter.

Données utiles $\theta_0 = 900\ ^\circ\text{C}$; $\theta_{\text{Ext}} = 15\ ^\circ\text{C}$; $\tau = 880\ \text{s}$; une minute de martelage puis une minute d'installation

Le fer est posé sur le sabot environ deux minutes après sa sortie de la forge : $t = 2 \times 60 = 120\ \text{s}$.

$$\theta(120) = (900 - 15) \times e^{-120/880} + 15 = 787\ ^\circ\text{C}$$

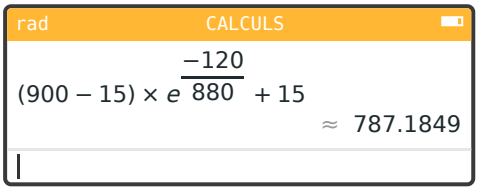
Le fer a perdu à peine plus de 100 °C : il est encore très chaud, ce qui explique qu'il brûle la corne et y laisse une trace.

$\theta(120\ \text{s}) = 787\ ^\circ\text{C}$, soit environ $790\ ^\circ\text{C}$: le fer est encore très chaud.

PIÈGE
Garder $t = 2$ en minutes alors que τ est en secondes, ou oublier d'ajouter θ_{Ext} après l'exponentielle.

COMPRENDRE
$120\ \text{s}$ est très inférieur à $\tau = 880\ \text{s}$: le refroidissement à l'air est à peine entamé. Il faudrait environ 5τ, plus d'une heure, pour revenir à la température ambiante.

À LA CALCULATRICE



Q7 En adaptant la solution précédente, estimer la durée nécessaire pour que le fer, plongé à 600 °C dans l'eau à 15 °C, soit refroidi à $\theta_{\text{finale}} = 40\ ^\circ\text{C}$.

Données utiles $m_{\text{Fer}} = 0{,}818\ \text{kg}$ (Q1) ; $c_{\text{Fer}} = 440\ \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$; $h_{\text{eau}} = 360\ \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$; $S = 293\ \text{cm}^2$; $\theta_{\text{Ext}} = 15\ ^\circ\text{C}$

Dans l'eau, le modèle reste le même en remplaçant h_{air} par h_{eau} et en prenant pour température initiale $\theta'_0 = 600\ ^\circ\text{C}$:

$$\theta(t) = (\theta'_0 - \theta_{\text{Ext}})\, e^{-t/\tau_{\text{eau}}} + \theta_{\text{Ext}} \quad \text{avec} \quad \tau_{\text{eau}} = \frac{m_{\text{Fer}}\, c_{\text{Fer}}}{h_{\text{eau}}\, S}$$

Avec $S = 293 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$: $\tau_{\text{eau}} = \dfrac{0{,}818 \times 440}{360 \times 293 \times 10^{-4}} = 34{,}1\ \text{s}$.

On cherche t_f tel que $\theta(t_f) = \theta_{\text{finale}}$:

$$e^{-t_f/\tau_{\text{eau}}} = \frac{\theta_{\text{finale}} - \theta_{\text{Ext}}}{\theta'_0 - \theta_{\text{Ext}}} \quad \text{donc} \quad t_f = -\tau_{\text{eau}} \times \ln\left(\frac{\theta_{\text{finale}} - \theta_{\text{Ext}}}{\theta'_0 - \theta_{\text{Ext}}}\right)$$

$$t_f = -34{,}1 \times \ln\left(\frac{40 - 15}{600 - 15}\right) = 108\ \text{s}$$

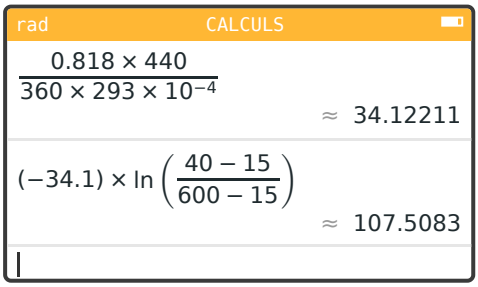
$t_f \approx 108\ \text{s}$, soit un peu moins de deux minutes.

PIÈGE
Laisser S en cm^2 alors que h_{eau} est en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$: $1\ \text{cm}^2 = 10^{-4}\ \text{m}^2$. Autre erreur : garder $\theta_0 = 900\ ^\circ\text{C}$.

COMPRENDRE
Raccourci possible : τ est inversement proportionnel à h, donc $\tau_{\text{eau}} = 880 \times \dfrac{14}{360} \approx 34\ \text{s}$. L'eau refroidit le fer environ 26 fois plus vite que l'air.

MÉTHODE
Pour extraire t d'une exponentielle : isoler $e^{-t/\tau}$, puis prendre le logarithme népérien des deux membres. Le rapport est inférieur à 1, son logarithme est négatif, donc t_f est bien positif.

À LA CALCULATRICE



Q8 Dans la réalité, 20 secondes suffisent pour refroidir le fer dans de l'eau à 15 °C. Commenter.

Données utiles $t_f \approx 108$ s et $\tau_{\text{eau}} = 34{,}1$ s (Q7)

La durée réelle est environ cinq fois plus courte que celle prévue. D'après le modèle, après 20 s le fer serait encore à $(600-15)\times e^{-20/34{,}1}+15 \approx 340$ °C.

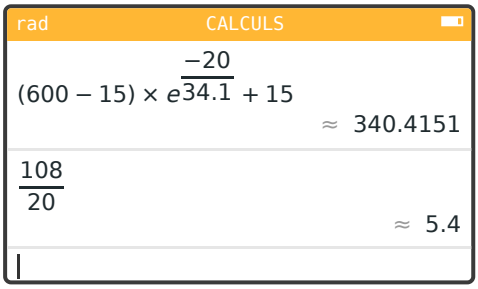
Le modèle sous-estime donc l'énergie cédée par le fer à l'eau. Au contact du fer très chaud, l'eau se vaporise : ce changement d'état absorbe beaucoup d'énergie et l'ébullition brasse l'eau. Le coefficient h_{eau}, supposé constant, est en réalité bien plus grand tant que le fer est très chaud. Le fer cède aussi de l'énergie par rayonnement.

Le modèle de Newton avec h_{eau} constant n'est pas adapté au début de la trempe : le refroidissement réel est environ 5 fois plus rapide.

COMPRENDRE

Un modèle se juge en confrontant sa prévision à la mesure. Quand l'écart est grand, on cherche l'hypothèse en défaut : ici la valeur constante de h_{eau}, établie pour de l'eau froide qui reste liquide.

À LA CALCULATRICE



Défibrillateur cardiaque

Bac 2022 Métropole Jour 1 · Exercice 4 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

Q1 Indiquer la position de l'interrupteur qui permet de charger le condensateur.

Pour se charger, le condensateur doit être relié au générateur, à travers le conducteur ohmique de résistance r.

L'interrupteur est en **position 1**.

Q2 À l'aide de la loi des mailles, établir l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$ pendant la charge.

Loi des mailles dans le circuit de charge, avec les flèches de la figure 1 : $E = u_r + u_C$.

Loi d'Ohm : $u_r = r\,i$.

Pour le condensateur : $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ et $q = C\,u_C$, avec C constante, donc $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$.

On remplace dans la loi des mailles :

$$r\,C\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = E$$

PIÈGE
Donner l'équation sans citer les trois relations. La réponse figure dans l'énoncé : seule la démonstration rapporte des points.

MÉTHODE
Circuit RC, toujours trois étapes : 1) loi des mailles ; 2) loi d'Ohm pour la résistance ; 3) $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ pour le condensateur. On élimine ensuite i.

Q3 Vérifier que $u_C = E\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau_{\text{charge}}}\right)$ est solution de l'équation différentielle, en précisant l'expression et l'unité de la constante.

On dérive la fonction proposée : $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \dfrac{E}{\tau_{\text{charge}}}\,\mathrm{e}^{-t/\tau_{\text{charge}}}$.

On calcule le membre de gauche de l'équation :

$$r\,C\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = E + E\left(\frac{r\,C}{\tau_{\text{charge}}} - 1\right)\mathrm{e}^{-t/\tau_{\text{charge}}}$$

Ce membre est égal à E à chaque instant si, et seulement si, $\dfrac{r\,C}{\tau_{\text{charge}}} - 1 = 0$.

De plus $u_C(0) = E\,(1-1) = 0$: le condensateur est bien déchargé au départ.

La fonction est solution avec $\tau_{\text{charge}} = r\,C$, qui s'exprime en **secondes** (r en Ω, C en F).

PIÈGE
Oublier le facteur $\dfrac{1}{\tau_{\text{charge}}}$ et le changement de signe en dérivant l'exponentielle : la dérivée de $-\mathrm{e}^{-t/\tau}$ est $+\dfrac{1}{\tau}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$.

COMPRENDRE
Dans l'équation, $r\,C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ s'ajoute à une tension : c'est donc une tension, et $r\,C$ est forcément une durée. C'est le temps caractéristique de la charge.

Q4 Tracer l'allure de $u_C(t)$ pendant la charge, en précisant sa valeur à $t = 0$ s et au bout d'un temps très long.

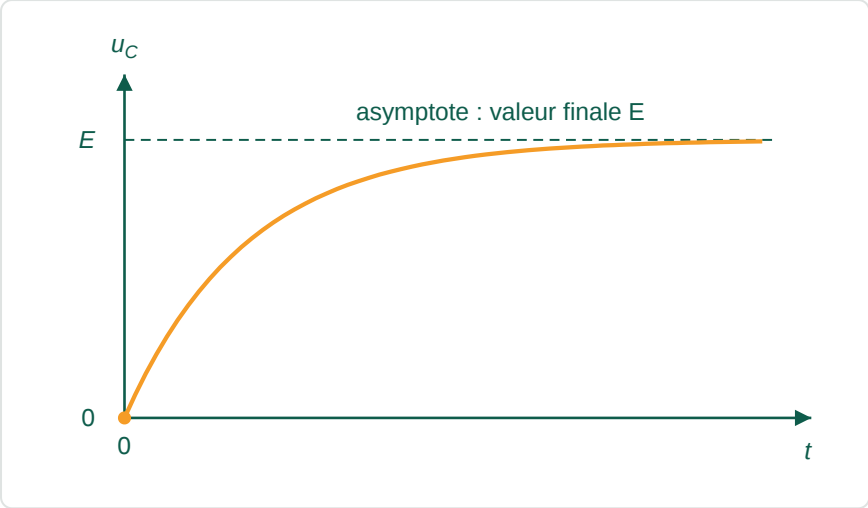
À $t = 0$ s : $u_C(0) = E\,(1 - \mathrm{e}^0) = 0$ V.

Quand t devient très grand, $\mathrm{e}^{-t/\tau_{\text{charge}}}$ tend vers 0, donc u_C tend vers E.

La courbe part de l'origine, croît de moins en moins vite et se rapproche de la droite horizontale $u_C = E$.

$u_C(0) = 0$ V et $u_C \to E$ au bout d'un temps très long.

PIÈGE
Tracer une courbe qui atteint E puis forme un palier anguleux, ou qui dépasse E. La tension s'approche de E sans jamais la franchir.



Q4 · Allure de $u_C(t)$ pendant la charge : départ à 0, tangente inclinée à l'origine, asymptote $u_C = E$

Q5 Montrer qu'à la date $t_1 = 5 \times \tau_{\text{charge}}$, la tension u_C a atteint 99 % de sa valeur finale.

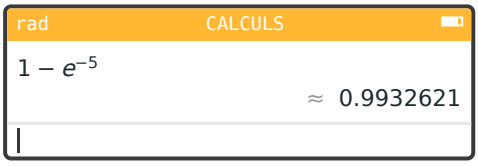
La valeur finale est E (Q4). À la date t_1 :

$$u_C(t_1) = E\left(1 - \mathrm{e}^{-5\,\tau_{\text{charge}}/\tau_{\text{charge}}}\right) = E\left(1 - \mathrm{e}^{-5}\right) = 0{,}993 \times E$$

$\dfrac{u_C(t_1)}{E} = 0{,}993 \approx 99\ \%$: la valeur attendue est retrouvée.

COMPRENDRE
Le résultat ne dépend ni de r ni de C : pour tout circuit RC, la charge est considérée comme terminée après $5\,\tau$. Ce critère resservira pour la décharge (Q8).

À LA CALCULATRICE



Q6 Déterminer graphiquement l'instant t_2 où l'interrupteur a été basculé de la position 1 à la position 2.

Données utiles courbe de l'annexe

Tant que l'interrupteur est en position 1, le condensateur reste chargé : u_C est constante, voisine de 6,1 V. La décharge débute au moment du basculement, donc à l'instant où u_C commence à diminuer.

Sur l'annexe, le dernier point du palier a pour abscisse 0,024 s.

$t_2 \approx 0{,}024$ s

COMPRENDRE
Les points sont espacés de 0,002 s : le basculement a lieu entre 0,024 s et 0,026 s. Une lecture de 0,025 s est tout aussi recevable.

Q7 Évaluer graphiquement, en faisant apparaître la démarche sur l'annexe, le temps caractéristique de décharge τ_{graph}. Commenter.

Données utiles $R = 10\ \text{k}\Omega$; $C = 1{,}5\ \mu\text{F}$; $t_2 = 0{,}024$ s (Q6) ; tension initiale 6,1 V (annexe)

Pendant une décharge, au bout d'une durée τ la tension vaut 37 % de sa valeur initiale :

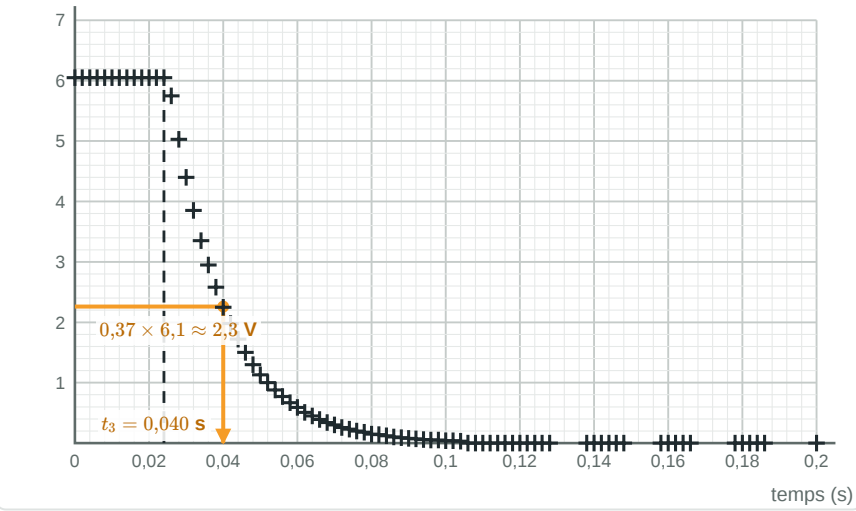
$0{,}37 \times 6{,}1 = 2{,}3$ V.

Sur l'annexe, $u_C = 2{,}3$ V à la date $t_3 = 0{,}040$ s. La décharge ayant commencé à t_2 :

$\tau_{\text{graph}} = t_3 - t_2 = 0{,}040 - 0{,}024 = 0{,}016$ s.

Valeur attendue : $\tau = RC = 10 \times 10^3 \times 1{,}5 \times 10^{-6} = 1{,}5 \times 10^{-2}$ s, soit 15 ms.

$\tau_{\text{graph}} \approx 0{,}016$ s $= 16$ ms, en accord avec $RC = 15$ ms compte tenu de la précision de la lecture (0,002 s).



Q7 · Annexe complétée : en tirets, la date t_2 du basculement ; en orange, la lecture de t_3 à 37 % de la tension initiale

PIÈGE

Lire directement $\tau = 0{,}040$ s sur l'axe. La décharge ne commence pas à $t = 0$: il faut retrancher t_2.

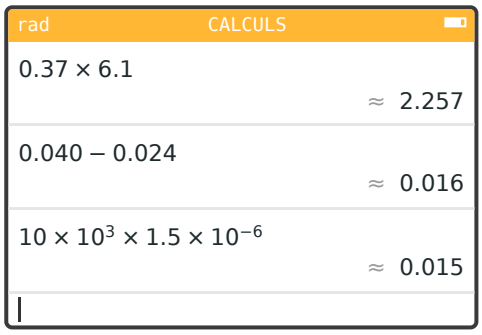
COMPRENDRE

Deux chiffres significatifs, comme R et C. Ce temps de quelques millisecondes est du même ordre que celui d'un défibrillateur commercial (Q8), comme l'annonce l'énoncé.

MÉTHODE

Autre tracé possible : la tangente à la courbe au début de la décharge coupe l'axe des temps à la date $t_2 + \tau$. La lecture à 37 % est plus précise sur des points expérimentaux.

À LA CALCULATRICE



Q8 Estimer la durée nécessaire pour que la décharge du condensateur du défibrillateur commercial soit considérée comme totale. Commenter.

Données utiles $C = 170\ \mu\text{F}$; $50\ \Omega \leqslant R \leqslant 150\ \Omega$; durée de délivrance du choc : moins de 4 s

Comme pour la charge (Q5), la décharge est considérée comme totale au bout de $\Delta t = 5\,\tau = 5\,RC$.

Pour $R = 50\ \Omega$: $\Delta t = 5 \times 50 \times 170 \times 10^{-6} = 4{,}3 \times 10^{-2}$ s.

Pour $R = 150\ \Omega$: $\Delta t = 5 \times 150 \times 170 \times 10^{-6} = 1{,}3 \times 10^{-1}$ s.

La décharge dure entre 0,043 s et 0,13 s : c'est très inférieur aux 4 s annoncées, la notice est respectée.

PIÈGE

Laisser la capacité en microfarads : $170\ \mu\text{F} = 170 \times 10^{-6}$ F. Sans cette conversion, la durée est un million de fois trop grande.

COMPRENDRE

Pendant la décharge, $u_C = U_0\,\text{e}^{-t/\tau}$: à $t = 5\,\tau$ il reste $\text{e}^{-5} \approx 0{,}7\ \%$ de la tension initiale. Le choc est donc bref, environ un dixième de seconde.

À LA CALCULATRICE

