Métropole 2022 Jour 1

EXERCICE B - REFROIDISSEMENT D'UN FER À CHEVAL (5 points)



Le maréchal-ferrant est un artisan spécialisé dans le ferrage des chevaux ; il pose un fer sous chaque sabot du cheval afin de les protéger.

Un fer à cheval doit être parfaitement adapté à la morphologie du sabot du cheval pour que celui-ci ne se blesse pas. Cela nécessite un ensemble d'opérations réalisées lors de la pose du fer par le maréchal-ferrant : le fer est chauffé à une température d'environ 900 °C dans une forge pour être malléable. À l'aide d'un marteau, il est ensuite déformé pour s'ajuster à la forme du sabot.

Données :

- température du fer à la sortie de la forge : $\theta_0 = 900$ °C ;
- volume du fer à cheval : $V_{Fer} = 104$ cm^3 ;
- masse volumique du fer, supposée indépendante de la température : $\rho_{Fer} = 7{,}87$ g·cm^{-3} ;
- surface extérieure du fer à cheval : $S = 293$ cm^2 ;
- température ambiante extérieure : $\theta_{Ext} = 15$ °C ;
- capacité thermique massique du fer supposée indépendante de la température :

$$c_{Fer} = 440 \text{ J·kg}^{-1}\text{·K}^{-1} ;$$

- loi de Newton donnant l'expression du flux thermique reçu par le système {fer à cheval}, de température θ en provenance de l'air extérieur, de température θ_{Ext} :

$$\Phi = h \cdot S \cdot (\theta_{Ext} - \theta)$$

avec h le coefficient de transfert thermique surfacique et S la surface d'échange :

  - dans l'air : $h_{air} = 14$ W·m^{-2}·K^{-1} ;
  - dans l'eau froide : $h_{eau} = 360$ W·m^{-2}·K^{-1}.

1. Chauffage du fer

Lors du chauffage du fer à cheval pour le rendre plus malléable, sa température passe de la température ambiante $\theta_{Ext} = 15$ °C à $\theta_0 = 900$ °C.

Q1. Déterminer la valeur de la masse m_{Fer} du fer à cheval.

Q2. Calculer la variation d'énergie interne ΔU du fer à cheval lors de cette étape.

Q3. Interpréter au niveau microscopique la variation d'énergie interne ΔU du fer à cheval.

2. Refroidissement du fer

Lorsque le fer est à la température souhaitée de 900 °C, le maréchal-ferrant le sort de la forge et le façonne à l'aide d'un marteau pendant une minute environ. Il s'installe ensuite près du cheval et il s'écoule à nouveau environ une minute.

Le fer, encore chaud, est alors posé quelques secondes sur la face inférieure du sabot, ce qui est sans douleur pour l'animal, mais brûle la corne en laissant une trace. Cela permet au maréchal-ferrant de juger si la forme est satisfaisante. Si c'est le cas, il refroidit rapidement le fer en le trempant dans l'eau puis le fixe définitivement sur le sabot à l'aide de clous.

2.1 Refroidissement à l'air libre

On considère que les transferts thermiques entre le fer à cheval et le milieu extérieur suivent la loi de Newton. Le système étudié est le fer à cheval.

Q4. Le maréchal-ferrant martèle le fer à cheval dans l'air. Appliquer le premier principe de la thermodynamique pour le système étudié entre les instants t et $t + \Delta t$; la durée Δt étant supposée faible devant une durée caractéristique d'évolution de la température et la température variant de $\theta(t)$ à $\theta(t + \Delta t)$.

En déduire que l'équation différentielle régissant l'évolution de la température du fer à cheval peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} + \frac{\theta}{\tau} = \frac{\theta_{\mathrm{Ext}}}{\tau} \text{ avec } \tau = \frac{m_{\mathrm{Fer}} \cdot c_{\mathrm{Fer}}}{h_{\mathrm{air}} \cdot S}$$

Dans ces conditions $\tau = 880$ s.

L'équation différentielle précédente admet pour solution la fonction :

$$\theta(t) = (\theta_0 - \theta_{\mathrm{Ext}}) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_{\mathrm{Ext}}$$

Q5. Vérifier que la fonction proposée $\theta(t)$ est bien solution de l'équation différentielle précédente.

Q6. Calculer la valeur de la température du fer au moment où le maréchal-ferrant le pose sur la face inférieure du sabot du cheval. Commenter.

2.2 Refroidissement dans l'eau avant la pose.

Pour accélérer le refroidissement du fer afin de le poser rapidement sur le sabot, le maréchal-ferrant plonge le fer encore chaud à la température de 600 °C dans un récipient contenant de l'eau à température ambiante de 15 °C que l'on considère comme constante.

Q7. En adaptant la solution obtenue dans le cadre du modèle précédent, estimer la valeur de la durée nécessaire pour que le fer soit refroidi à une température $\theta_{\text{finale}} = 40$ °C à laquelle l'artisan pourra poser le fer à l'aide de clous sur le sabot du cheval.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

Q8. Dans la réalité, 20 secondes suffisent pour refroidir le fer dans de l'eau à 15 °C. Commenter.