Corrigé complet — Bac 2023 Polynésie Jour 2

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Autour de la biosynthèse de la mélanine** Formule topologique et familles fonctionnelles · Diagramme de prédominance · Catalyse · Loi de Beer-Lambert · Temps de demi-réaction · Facteurs cinétiques	9 pts	1 h 35	15 questions	p. 2
Ex 2	**Microphone électrostatique** Circuit RC, charge d'un condensateur · Équation différentielle du premier ordre · Temps caractéristique · Capacité d'un condensateur plan · Niveau d'intensité sonore	5 pts	53 min	8 questions	p. 7
Ex 3	**Principe de l'accélérateur de Van de Graaff** Champ électrique uniforme · Force électrostatique · Deuxième loi de Newton · Équations horaires · Théorème de l'énergie cinétique	6 pts	1 h 03	8 questions	p. 10

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Autour de la biosynthèse de la mélanine

Bac 2023 Polynésie Jour 2 · Exercice 1 **9 points** **Durée conseillée 1 h 35**

Q1 Indiquer le type de représentation de la tyrosine utilisé sur la figure 1.

La chaîne carbonée est dessinée en ligne brisée, sans les atomes de carbone ni les atomes d'hydrogène qu'ils portent.

La figure 1 est une **formule topologique**.

COMPRENDRE
Chaque sommet ou extrémité de segment est un atome de carbone. Seuls les hétéroatomes (O, N) et les hydrogènes qui leur sont liés sont écrits.

Q2 Nommer les familles fonctionnelles associées aux groupes caractéristiques A et B de la figure 1.

Groupe A ($-\mathrm{NH_2}$, groupe amino) : famille des **amines**.

Groupe B ($-\mathrm{COOH}$, groupe carboxyle) : famille des **acides carboxyliques**.

A : amine ; B : acide carboxylique.

PIÈGE
Répondre « amino » et « carboxyle » : ce sont les noms des groupes, alors que la question demande les familles. Ne pas confondre non plus amine ($-\mathrm{NH_2}$ seul) et amide ($-\mathrm{CO-NH_2}$).

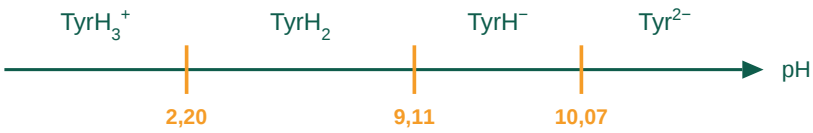
Q3 Tracer le diagramme de prédominance des quatre formes de la tyrosine.

Données utiles $\mathrm{p}K_A(\mathrm{TyrH_3^+/TyrH_2}) = 2{,}20$; $\mathrm{p}K_A(\mathrm{TyrH_2/TyrH^-}) = 9{,}11$; $\mathrm{p}K_A(\mathrm{TyrH^-/Tyr^{2-}}) = 10{,}07$

Pour un couple acide/base, l'acide prédomine si $\mathrm{pH} < \mathrm{p}K_A$ et la base si $\mathrm{pH} > \mathrm{p}K_A$. On place les trois $\mathrm{p}K_A$ sur un axe de pH : la forme la plus acide est à gauche, la plus basique à droite.

$\mathrm{TyrH_3^+}$ pour $\mathrm{pH} < 2{,}20$; $\mathrm{TyrH_2}$ entre 2,20 et 9,11 ; $\mathrm{TyrH^-}$ entre 9,11 et 10,07 ; $\mathrm{Tyr^{2-}}$ pour $\mathrm{pH} > 10{,}07$.

MÉTHODE
Tracer un axe orienté gradué en pH, y reporter les $\mathrm{p}K_A$ par ordre croissant, puis écrire les espèces de la plus protonée (à gauche) à la moins protonée (à droite).



Q3 · Diagramme de prédominance de la tyrosine (axe non gradué à l'échelle)

Q4 Déterminer la forme de la tyrosine prédominante dans une solution de pH égal à 7.

Données utiles diagramme de prédominance (Q3)

On a $2{,}20 < 7 < 9{,}11$: le pH se situe dans le domaine de $\mathrm{TyrH_2}$.

À $\mathrm{pH} = 7$, la forme prédominante est $\mathrm{TyrH_2}$.

COMPRENDRE
$\mathrm{TyrH_2}$ porte à la fois $-\mathrm{NH_3^+}$ et $-\mathrm{COO-}$: sa charge globale est nulle. La figure 1 du sujet (avec $-\mathrm{NH_2}$ et $-\mathrm{COOH}$) n'est donc pas la forme réellement majoritaire à ce pH.

Q5 Nommer le rôle joué par la tyrosinase.

La tyrosinase accélère la réaction sans modifier le bilan de matière : elle n'apparaît pas dans l'équation de la réaction.

La tyrosinase est un **catalyseur** (catalyse enzymatique).

COMPRENDRE
Un catalyseur est consommé puis régénéré : on le retrouve intact en fin de réaction. Il modifie la durée de la transformation, jamais l'état final.

Q6 Proposer une technique de séparation permettant de récupérer les eumélanines insolubles en fin de réaction, en citant le matériel nécessaire.

Les eumélanines forment un solide en suspension dans le liquide : on sépare un solide d'un liquide par **filtration**.

Matériel : un entonnoir garni d'un papier-filtre, un support, un bécher (ou erlenmeyer) pour recueillir le filtrat. Le solide reste sur le papier-filtre.

Filtration : entonnoir, papier-filtre, support et bécher.

COMPRENDRE
Une filtration sous pression réduite convient aussi et va plus vite : entonnoir Büchner, papier-filtre, fiole à vide et trompe à eau.

Q7 À l'aide de la figure 4, indiquer la longueur d'onde λ_m la plus adaptée au suivi spectrophotométrique.

On règle le spectrophotomètre sur la longueur d'onde du maximum d'absorption de l'espèce suivie. Sur la figure 4, le sommet du spectre ($A \approx 1{,}0$) est à 480 nm.

$\lambda_m = 480 \text{ nm}$

COMPRENDRE
Au maximum d'absorption, les absorbances mesurées sont les plus grandes : la mesure est plus sensible et l'incertitude relative plus faible.

Q8 À l'aide des figures 3 et 4, déterminer la couleur de la molécule DOPAchrome.

Données utiles $\lambda_m = 480 \text{ nm}$ (Q7) ; cercle chromatique : bleu 450 nm, cyan 500 nm, opposés respectifs jaune et rouge

La DOPAchrome absorbe surtout autour de 480 nm, radiations situées entre le bleu (450 nm) et le cyan (500 nm).

La couleur perçue est la couleur complémentaire de la couleur absorbée, c'est-à-dire celle qui lui fait face sur le cercle chromatique : entre le jaune (opposé au bleu) et le rouge (opposé au cyan).

La DOPAchrome est **orange** (entre jaune et rouge).

PIÈGE
Donner la couleur absorbée (bleu-cyan) comme couleur de l'espèce. Une solution a la couleur des radiations qu'elle laisse passer, pas de celles qu'elle absorbe.

Q9 Exprimer la loi de Beer-Lambert reliant l'absorbance A de la solution et la concentration c_{DOPA} en espèce formée.

La DOPAchrome est la seule espèce qui absorbe à λ_m. L'absorbance est proportionnelle à sa concentration :

$A = k \times c_{DOPA}$

COMPRENDRE
A est sans unité et c_{DOPA} en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$: k s'exprime en $\text{L} \cdot \text{mol}^{-1}$. On a $k = \varepsilon \times \ell$, avec ε le coefficient d'absorption molaire et ℓ la largeur de la cuve.

Q10 Expliquer pourquoi l'absorbance A de la solution augmente au cours de la réaction.

La DOPAchrome, seule espèce colorée, est un produit de la réaction : sa concentration c_{DOPA} augmente au cours du temps. Comme $A = k \times c_{DOPA}$ avec k constant, l'absorbance augmente aussi.

A augmente car la concentration du produit coloré (DOPAchrome) augmente.

Q11 Exprimer puis calculer la quantité de matière n_{DOPA} de DOPAchrome formée à l'issue de la réaction suivie figure 5.

Données utiles $k = 3{,}6 \times 10^3$ L · mol^{-1} ; $V_{tyr} = 3{,}0$ mL ; $V_{filtrat} = 2{,}0$ mL ; figure 5

Sur la figure 5, l'absorbance ne varie plus à partir de 12 min : la valeur finale est $A_f = 0{,}52$.

Loi de Beer-Lambert : $c_{DOPA} = \dfrac{A_f}{k}$.

Volume du mélange : $V = V_{tyr} + V_{filtrat} = 5{,}0 \text{ mL} = 5{,}0 \times 10^{-3}$ L.

Or $n_{DOPA} = c_{DOPA} \times V$, donc $n_{DOPA} = \dfrac{A_f}{k} \times (V_{tyr} + V_{filtrat})$

$$n_{DOPA} = \frac{0{,}52}{3{,}6 \times 10^3} \times 5{,}0 \times 10^{-3}$$

$$\boxed{n_{DOPA} = 7{,}2 \times 10^{-7} \text{ mol}}$$

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{0.52}{3.6 \times 10^3} \times 5.0 \times 10^{-3} \approx 7.222222 \times 10^{-7}$$

PIÈGE
Prendre $V = 3{,}0$ mL : la DOPAchrome est dissoute dans tout le mélange, soit 5,0 mL. Convertir ce volume en litres, puisque k est en L · mol^{-1}.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme toutes les données (A_f, k, volumes). La valeur trouvée est bien celle que l'énoncé donne juste après (n_D).

Q12 Déterminer la masse de tyrosine m'_{tyr} nécessaire à la synthèse d'une masse $m'_{DOPA} = 1{,}0$ mg de DOPAchrome.

Données utiles $n_D = 7{,}2 \times 10^{-7}$ mol ; $n_T = 7{,}8 \times 10^{-6}$ mol ; $M_{DOPA} = 193$ g · mol^{-1} ; $M_T = 181$ g · mol^{-1}

Dans l'expérience, n_T de tyrosine introduite ne fournit que n_D de DOPAchrome, avec $n_D < n_T$. On suppose que, dans les mêmes conditions, cette proportion est conservée :

$$\frac{n'_{tyr}}{n'_{DOPA}} = \frac{n_T}{n_D}$$

Avec $n'_{DOPA} = \dfrac{m'_{DOPA}}{M_{DOPA}}$ et $m'_{tyr} = n'_{tyr} \times M_T$:

$$m'_{tyr} = \frac{m'_{DOPA}}{M_{DOPA}} \times \frac{n_T}{n_D} \times M_T$$

$$m'_{tyr} = \frac{1{,}0 \times 10^{-3}}{193} \times \frac{7{,}8 \times 10^{-6}}{7{,}2 \times 10^{-7}} \times 181 = 1{,}0 \times 10^{-2} \text{ g}$$

$$\boxed{m'_{tyr} = 1{,}0 \times 10^{-2} \text{ g} = 10 \text{ mg}}$$

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{\frac{1.0 \times 10^{-3}}{193} \times 7.8 \times 10^{-6}}{7.2 \times 10^{-7}} \times 181 \approx 0.01015976$$

PIÈGE
Écrire $n'_{tyr} = n'_{DOPA}$ comme si toute la tyrosine était transformée : on trouve 0,94 mg, valeur dix fois trop faible. Les valeurs n_D et n_T sont données pour être utilisées.

COMPRENDRE
Le rapport $n_D/n_T \approx 0{,}092$ est le rendement de l'expérience : environ 9,2 %. L'énoncé annonce une transformation totale, mais les mesures montrent qu'une faible part de la tyrosine a donné de la DOPAchrome.

Q13 À l'aide de la figure 5, déterminer la valeur du temps de demi-réaction $t_{1/2}$.

Données utiles $A_f = 0{,}52$ (Q11) ; figure 5

Le temps de demi-réaction est la durée au bout de laquelle l'avancement vaut la moitié de sa valeur finale. L'absorbance étant proportionnelle à la quantité de DOPAchrome formée, donc à l'avancement :

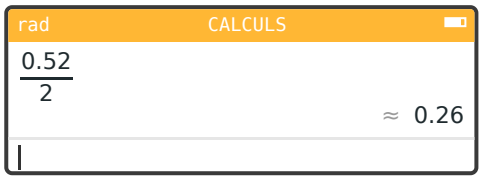
$$A(t_{1/2}) = \frac{A_f}{2} = \frac{0{,}52}{2} = 0{,}26$$

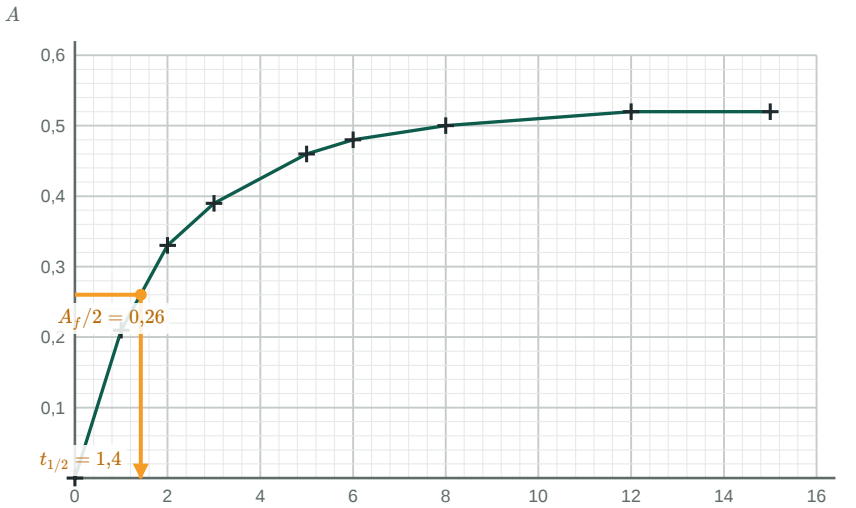
Sur la figure 5, le point de la courbe d'ordonnée 0,26 a pour abscisse 1,4 min.

$t_{1/2} \approx 1{,}4$ min

PIÈGE
Lire le temps à la moitié de la durée totale (6 ou 7,5 min) : $t_{1/2}$ se lit à la moitié de l'absorbance finale, pas à la moitié de la durée.

À LA CALCULATRICE





Q13 · Figure 5 du sujet, avec la lecture du temps de demi-réaction

Q14 Indiquer comment évolue la vitesse volumique de réaction au cours du temps et expliquer cette variation.

La vitesse volumique de formation de la DOPAchrome est $v = \frac{\mathrm{d}c_{DOPA}}{\mathrm{d}t}$. Comme $c_{DOPA} = \frac{A}{k}$:

$$v = \frac{1}{k} \times \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}$$

v est proportionnelle à la pente de la tangente à la courbe $A = f(t)$. Sur la figure 5, cette pente est maximale à $t = 0$, diminue ensuite et devient nulle à partir de 12 min.

Explication : la concentration d'un réactif est un facteur cinétique. La tyrosine est consommée, sa concentration diminue, donc la réaction ralentit.

La vitesse volumique **diminue** au cours du temps jusqu'à s'annuler, car la concentration en réactif diminue.

MÉTHODE
Pour comparer des vitesses sur une courbe de suivi, comparer les pentes des tangentes à différentes dates : plus la courbe est raide, plus la réaction est rapide.

Q15 Comparer qualitativement la vitesse volumique initiale obtenue avec une solution de tyrosine diluée à celle de l'expérience précédente.

La dilution diminue la concentration initiale en tyrosine, qui est un réactif. Or la vitesse est d'autant plus faible que la concentration en réactif est faible.

La vitesse volumique initiale est **plus faible** avec la solution diluée.

COMPRENDRE
Sur le graphe, la tangente à l'origine serait moins inclinée et le palier final plus bas, puisque moins de DOPAchrome peut se former.

Microphone électrostatique

Bac 2023 Polynésie Jour 2 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

Q1 À l'aide de la loi des mailles, établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$ lors de la charge du condensateur.

Loi des mailles, interrupteur fermé : $E = u_R(t) + u_C(t)$.

Loi d'Ohm : $u_R(t) = R\,i(t)$.

Pour le condensateur : $i(t) = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ avec $q(t) = C\,u_C(t)$ et C constante, donc $i(t) = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$.

On remplace : $E = RC\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C(t)$, puis on divise par RC :

$$\frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{u_C(t)}{RC} = \frac{E}{RC}$$

PIÈGE

Écrire directement $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ sans passer par $q = C\,u_C$ peut coûter un point quand l'énoncé demande de « montrer ».

MÉTHODE

Toujours trois étapes : loi des mailles, loi d'Ohm, relation $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$. On termine en mettant l'équation sous la forme demandée par l'énoncé.

Q2 Vérifier que $u_C(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ est solution de l'équation différentielle ; préciser l'expression et l'unité de τ.

On dérive la fonction proposée : $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \dfrac{E}{\tau}\,e^{-t/\tau}$.

On reporte dans le membre de gauche de l'équation :

$$\frac{E}{\tau}\,e^{-t/\tau} + \frac{E}{RC}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = \frac{E}{RC} + E\,e^{-t/\tau}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{RC}\right)$$

Ce membre est égal à $\dfrac{E}{RC}$ à chaque instant si $\dfrac{1}{\tau} - \dfrac{1}{RC} = 0$, c'est-à-dire si $\tau = RC$.

De plus $u_C(0) = E\,(1 - 1) = 0$: le condensateur est bien déchargé à $t = 0$.

Unité : dans l'équation, $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ est en $\mathrm{V \cdot s^{-1}}$; $\dfrac{u_C}{RC}$ doit avoir la même unité, avec u_C en volts, donc RC est en secondes.

La fonction est solution avec $\tau = RC$, exprimée en secondes (s).

PIÈGE

Oublier le facteur $-\dfrac{1}{\tau}$ en dérivant l'exponentielle : la dérivée de $e^{-t/\tau}$ est $-\dfrac{1}{\tau}\,e^{-t/\tau}$, et le signe « $-$ » devant l'exponentielle rend le résultat positif.

COMPRENDRE

« Vérifier » ne demande pas de résoudre l'équation : on injecte la fonction donnée et on cherche à quelle condition l'égalité est vraie pour tout t.

Q3 Déterminer le temps caractéristique τ à l'aide de la figure 3, en expliquant la démarche.

Données utiles $E = 200$ V ; figure 3

À la date $t = \tau$: $u_C(\tau) = E\left(1 - e^{-1}\right) = 0{,}63\,E$.

Sur la figure 3, la tension tend vers $E = 200$ V, donc $u_C(\tau) = 0{,}63 \times 200 = 126$ V.

On trace l'horizontale d'ordonnée 126 V jusqu'à la courbe, puis on lit l'abscisse du point d'intersection.

$\tau \approx 1{,}5\ \mu\mathrm{s}$

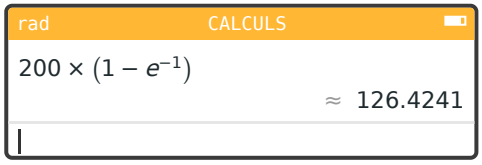
PIÈGE

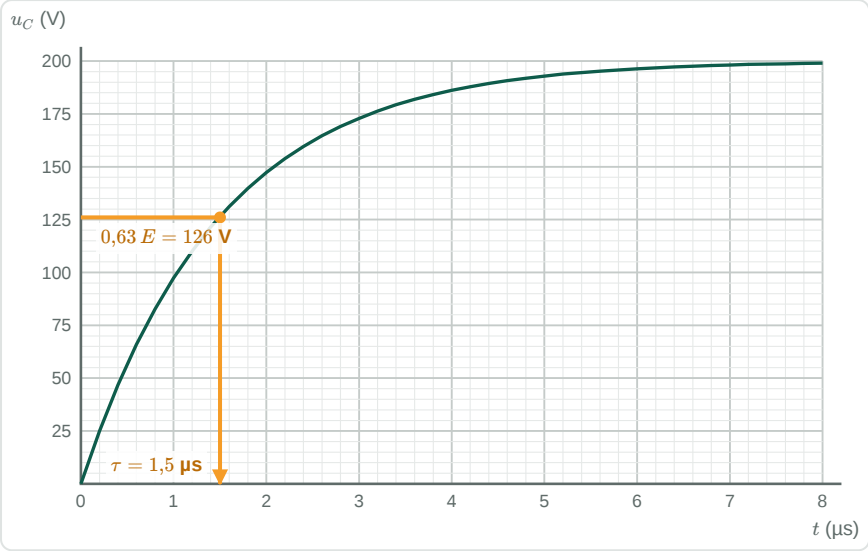
Lire la date à laquelle la courbe atteint 200 V (environ $5\,\tau$) : ce n'est pas τ. L'abscisse est en microsecondes.

MÉTHODE

Autre démarche possible : la tangente à la courbe à l'origine coupe l'asymptote $u_C = E$ à la date $t = \tau$. Elle est moins précise car la tangente se trace à l'œil.

À LA CALCULATRICE





Q3 · Figure 3 du sujet, avec la lecture de τ à 63 % de E

Q4 En déduire la capacité C du condensateur.

Données utiles $R = 1{,}0 \times 10^5\ \Omega$; $\tau = 1{,}5\ \mu s$ (Q3)

$\tau = RC$ donc $C = \dfrac{\tau}{R}$.

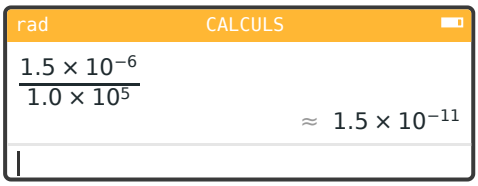
$$C = \frac{1{,}5 \times 10^{-6}}{1{,}0 \times 10^{5}} = 1{,}5 \times 10^{-11}\ \text{F}$$

$C = 1{,}5 \times 10^{-11}\ \text{F} = 15\ \text{pF}$

PIÈGE
Laisser τ en microsecondes : il faut $1{,}5 \times 10^{-6}$ s pour obtenir des farads.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme R et comme la lecture graphique de τ. Le résultat ne peut pas être plus précis que la donnée la moins précise.

À LA CALCULATRICE



Q5 Calculer la capacité C_0 du condensateur modélisant le microphone au repos.

Données utiles $S = 3{,}60 \times 10^{-5}\ \text{m}^2$; $e = 20{,}77\ \mu\text{m}$; $\varepsilon_{\text{air}} = 8{,}9 \times 10^{-12}\ \text{F} \cdot \text{m}^{-1}$

$C_0 = \varepsilon_{\text{air}} \times \dfrac{S}{e}$ avec $e = 20{,}77 \times 10^{-6}$ m.

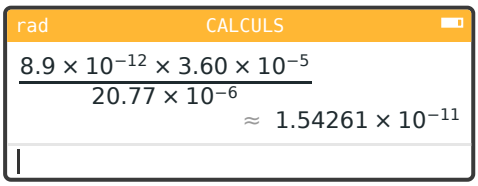
$$C_0 = 8{,}9 \times 10^{-12} \times \frac{3{,}60 \times 10^{-5}}{20{,}77 \times 10^{-6}} = 1{,}5 \times 10^{-11}\ \text{F}$$

$C_0 = 1{,}5 \times 10^{-11}\ \text{F} = 15\ \text{pF}$, en accord avec la valeur de Q4.

PIÈGE
Garder quatre chiffres parce que e en a quatre : ε_{air} n'en a que deux, le résultat aussi.

COMPRENDRE
Le texte du sujet annonce une permittivité en « farads par mètre carré », mais la donnée est bien en $\text{F} \cdot \text{m}^{-1}$: c'est cette unité qui donne des farads dans $\varepsilon_{\text{air}} \times S/e$.

À LA CALCULATRICE



Q6 Identifier le paramètre géométrique responsable de la variation de capacité. En déduire si C augmente ou diminue lors d'une surpression.

La membrane est mobile : sous l'effet de l'onde sonore, c'est la distance e entre les armatures qui varie (S et ε_{air} restent constantes).

Lors d'une surpression, la membrane est poussée vers la plaque fixe : e diminue.

Comme $C = \varepsilon_{\text{air}} \times \dfrac{S}{e}$, la capacité est inversement proportionnelle à e.

Le paramètre est la distance e ; lors d'une surpression e diminue, donc C augmente.

COMPRENDRE
La membrane vibre au rythme du son : e, donc C, oscillent autour de leur valeur de repos. C'est cette variation de capacité qui traduit le son en signal électrique.

Q7 Calculer la période T du son. Commenter la possibilité d'acquérir fidèlement le son en comparant T au temps de réponse du capteur.

Données utiles $f = 440$ Hz ; temps de réponse de l'ordre de 1 µs

$T = \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{440} = 2{,}27 \times 10^{-3}$ s, soit $2{,}27 \times 10^{3}$ µs.

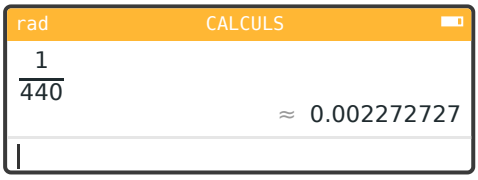
La période est environ 2000 fois plus grande que le temps de réponse du capteur : le capteur réagit bien plus vite que le signal ne varie.

$T = 2{,}27 \times 10^{-3}$ s $\gg 1$ µs : le son peut être acquis fidèlement.

COMPRENDRE
Le temps de réponse est du même ordre que $\tau = 1{,}5$ µs (Q3) : c'est le circuit RC qui fixe la rapidité du capteur.

MÉTHODE
Pour comparer deux durées, on les exprime dans la même unité et on donne leur rapport ; un simple « plus grand » ne suffit pas.

À LA CALCULATRICE



Q8 Vérifier si le niveau d'intensité sonore L du son peut être mesuré par le microphone étudié.

Données utiles $I = 4{,}7 \times 10^{-6}$ W · m^{-2} ; $I_0 = 1{,}0 \times 10^{-12}$ W · m^{-2} ; domaine d'utilisation : de 32 dB à 160 dB

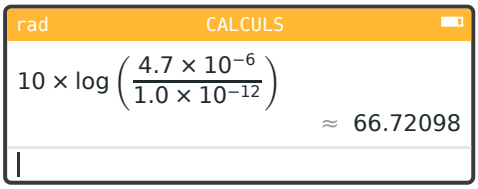
$$L = 10 \times \log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10 \times \log\left(\frac{4{,}7 \times 10^{-6}}{1{,}0 \times 10^{-12}}\right) = 67 \text{ dB}$$

$32 \text{ dB} < 67 \text{ dB} < 160 \text{ dB}$: le niveau appartient au domaine d'utilisation.

$L = 67$ dB : ce son peut être mesuré par le microphone.

PIÈGE
Utiliser la touche ln au lieu de log : la formule emploie le logarithme décimal. Avec ln on trouverait 154 dB, valeur encore dans le domaine, donc l'erreur passe inaperçue.

À LA CALCULATRICE



Principe de l'accélérateur de Van de Graaff

Bac 2023 Polynésie Jour 2 · Exercice 3 **6 points** **Durée conseillée 1 h 03**

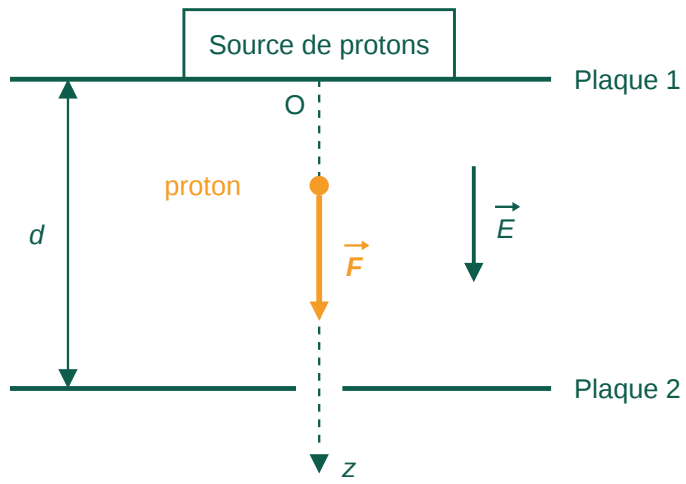
Q1 Reproduire le schéma du condensateur plan et représenter, sans souci d'échelle, la force électrostatique $\vec{F}$ exercée sur le proton en un point quelconque de sa trajectoire.

Le proton porte la charge $q = +e$, donc $\vec{F} = q\,\vec{E} = e\,\vec{E}$.

Comme $e > 0$, $\vec{F}$ a la même direction et le même sens que $\vec{E}$: perpendiculaire aux plaques, de la plaque 1 vers la plaque 2. Son point d'application est le proton (voir schéma).

$\vec{F} = e\,\vec{E}$: force verticale, dirigée vers la plaque 2, appliquée au proton.

PIÈGE
Tracer la flèche à côté de la trajectoire ou à partir d'une plaque. Le vecteur force part du proton, placé sur l'axe (Oz) entre les deux plaques.



Q1 · Condensateur plan : la force électrostatique a la direction et le sens du champ

Q2 Vérifier que le poids $\vec{P}$ du proton est négligeable devant la force électrostatique $\vec{F}$, en calculant les valeurs P et F.

Données utiles $m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg ; $g = 9{,}81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C ; $E = 1{,}5 \times 10^{6}\ \text{V} \cdot \text{m}^{-1}$

Poids : $P = m_p\,g = 1{,}67 \times 10^{-27} \times 9{,}81 = 1{,}64 \times 10^{-26}$ N

Force électrostatique : $F = e\,E = 1{,}6 \times 10^{-19} \times 1{,}5 \times 10^{6} = 2{,}4 \times 10^{-13}$ N

Rapport : $\dfrac{F}{P} = \dfrac{2{,}4 \times 10^{-13}}{1{,}64 \times 10^{-26}} = 1{,}5 \times 10^{13}$

$F \approx 1{,}5 \times 10^{13}\,P$: le poids est négligeable devant la force électrostatique.

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : P en garde trois, comme m_p et g ; F n'en garde que deux, comme e et E. Le résultat suit la donnée la moins précise.

MÉTHODE
Pour comparer deux grandeurs de même nature, calculer leur rapport : au-delà d'un facteur 100 environ, la plus petite est négligeable. Une simple différence ne permet pas de conclure.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$1.67 \times 10^{-27} \times 9.81 \approx 1.63827 \times 10^{-26}$

$1.6 \times 10^{-19} \times 1.5 \times 10^{6} \approx 2.4 \times 10^{-13}$

$\dfrac{2.4 \times 10^{-13}}{1.64 \times 10^{-26}} \approx 1.463415 \times 10^{13}$

Q3 En appliquant la deuxième loi de Newton, établir l'expression littérale du vecteur accélération $\vec{a}$ du proton.

Système {proton}, de masse m_p constante ; référentiel terrestre supposé galiléen.

Bilan des forces : la force électrostatique $\vec{F} = e\,\vec{E}$ (poids négligé).

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m_p\,\vec{a}$, soit $e\,\vec{E} = m_p\,\vec{a}$.

$\vec{a} = \dfrac{e}{m_p}\,\vec{E}$, soit $\vec{a} = \dfrac{e\,E}{m_p}\,\vec{k}$ puisque $\vec{E} = E\,\vec{k}$.

PIÈGE

Donner seulement la valeur $a = \dfrac{eE}{m_p}$. La question porte sur un vecteur : la réponse est une égalité vectorielle, précédée du système et du référentiel.

Q4 Montrer que, dans le repère (O, z), la coordonnée du vecteur vitesse du proton est $v_z(t) = \dfrac{e \times E}{m_p} \times t$.

D'après Q3, la coordonnée de l'accélération sur l'axe (Oz) est constante : $a_z = \dfrac{e\,E}{m_p}$.

Or $a_z = \dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}$. Par intégration : $v_z(t) = \dfrac{e\,E}{m_p}\,t + C_1$, où C_1 est une constante.

Condition initiale : le proton est libéré sans vitesse, $v_z(0) = 0$, donc $C_1 = 0$.

$v_z(t) = \dfrac{e\,E}{m_p}\,t$, expression attendue.

MÉTHODE

Passer de l'accélération à la vitesse : 1) écrire $a_z = \dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}$; 2) chercher une primitive, avec sa constante ; 3) fixer la constante par la condition initiale, citée explicitement.

Q5 Déterminer la valeur de la vitesse v_2 du proton au niveau de la plaque 2, à la sortie du premier condensateur, et vérifier qu'elle est insuffisante pour analyser un objet d'art.

Données utiles $d = 2{,}9 \times 10^{-2}$ m ; $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C ; $E = 1{,}5 \times 10^{6}$ V · m^{-1} ; $m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg ; vitesse utile : entre $2{,}3 \times 10^{7}$ et $3{,}1 \times 10^{7}$ m · s^{-1}

Position : $v_z = \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$, donc $z(t) = \dfrac{e\,E}{2\,m_p}\,t^2 + C_2$. Le proton part de O : $z(0) = 0$, donc $C_2 = 0$.

Le proton atteint la plaque 2 à la date t_2 telle que $z(t_2) = d$: $\quad t_2 = \sqrt{\dfrac{2\,m_p\,d}{e\,E}}$

En reportant dans $v_z(t)$: $\quad v_2 = \dfrac{e\,E}{m_p}\sqrt{\dfrac{2\,m_p\,d}{e\,E}} = \sqrt{\dfrac{2\,e\,E\,d}{m_p}}$

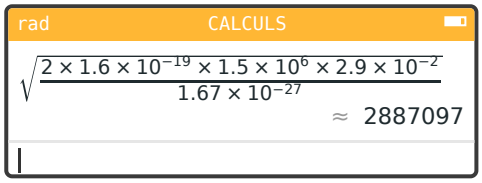
$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}6 \times 10^{-19} \times 1{,}5 \times 10^{6} \times 2{,}9 \times 10^{-2}}{1{,}67 \times 10^{-27}}} = 2{,}9 \times 10^{6}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$v_2 = 2{,}9 \times 10^{6}$ m · s^{-1} $< 2{,}3 \times 10^{7}$ m · s^{-1} : vitesse insuffisante pour analyser un objet d'art.

PIÈGE
Comparer sans regarder les puissances de dix : $2{,}9 \times 10^{6}$ est huit fois plus petit que $2{,}3 \times 10^{7}$, même si 2,9 est compris entre 2,3 et 3,1.

MÉTHODE
Autre démarche, plus courte : le théorème de l'énergie cinétique entre les plaques 1 et 2, avec $U = E \times d$, donne $\frac{1}{2}\,m_p\,v_2^2 = e\,E\,d$ et la même expression de v_2.

À LA CALCULATRICE



Q6 Donner un argument montrant que l'expression de la coordonnée $v_z(t)$ du vecteur vitesse dans le deuxième condensateur est la même qu'à la question 4.

Dans le deuxième condensateur, le proton est soumis au même champ uniforme $\vec{E}$: il subit la même force $\vec{F} = e\,\vec{E}$ et garde la même accélération $a_z = \dfrac{e\,E}{m_p}$.

L'origine des dates est conservée et la vitesse ne subit aucune discontinuité au passage de la plaque 2 : le mouvement uniformément accéléré commencé en O se prolonge sans changement.

Même accélération et même origine des dates : $v_z(t) = \dfrac{e\,E}{m_p}\,t$ reste valable.

COMPRENDRE
Pour le proton, deux condensateurs identiques à la suite équivalent à un seul condensateur de longueur $2d$: rien ne distingue le passage de la plaque 2.

Q7 Montrer, en appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre la première et la dernière plaque, que l'énergie cinétique finale s'écrit $E_c(\text{final}) = e \times U$.

Théorème de l'énergie cinétique appliqué au proton entre la première plaque et la dernière : la variation d'énergie cinétique est égale au travail de la seule force prise en compte, $\vec{F}$.

$$E_c(\text{final}) - E_c(\text{initial}) = W(\vec{F}) = q\,U$$

Le proton est libéré sans vitesse : $E_c(\text{initial}) = 0$. Sa charge est $q = e$.

$E_c(\text{final}) = e \times U$, expression attendue.

COMPRENDRE
L'énergie acquise ne dépend que de la tension totale U, pas du nombre de condensateurs ni de la durée du trajet. C'est l'intérêt du théorème : aucune équation horaire à écrire.

Q8 Calculer la valeur de la vitesse v_f du proton au niveau de la dernière plaque, à la sortie de l'accélérateur, et déterminer si ce proton permet l'analyse d'un objet d'art.

Données utiles $U = 3{,}0\,\text{MV} = 3{,}0 \times 10^{6}$ V ; $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C ; $m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg ; vitesse utile : entre $2{,}3 \times 10^{7}$ et $3{,}1 \times 10^{7}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

D'après Q7 : $\frac{1}{2} m_p v_f^2 = e\,U$, donc $v_f = \sqrt{\frac{2\,e\,U}{m_p}}$.

$$v_f = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}6 \times 10^{-19} \times 3{,}0 \times 10^{6}}{1{,}67 \times 10^{-27}}} = 2{,}4 \times 10^{7}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$2{,}3 \times 10^{7}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1} < v_f < 3{,}1 \times 10^{7}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

$v_f = 2{,}4 \times 10^{7}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$: la vitesse est dans l'intervalle utile, ce proton permet l'analyse d'un objet d'art.

PIÈGE
Laisser la tension en mégavolts : il faut $U = 3{,}0 \times 10^{6}$ V. Ne pas multiplier non plus U par 69 : les 3,0 MV sont déjà la tension entre la première et la dernière plaque.

COMPRENDRE
Vérification de cohérence : $69 \times E \times d = 3{,}0 \times 10^{6}$ V, c'est bien la tension annoncée.

À LA CALCULATRICE

