Dorothy Crowfoot, femme de sciences

Bac 2023 Polynésie Jour 1 · Exercice 2 **6 points** **Durée conseillée 1 h 03**

Q1 Donner l'expression de la force électrique $\vec{F}$ subie par l'électron en fonction de e et du champ $\vec{E}$, puis la représenter entre les plaques A et B, en un point de l'axe (Ox) situé entre O et S.

L'énoncé intervertit les deux lettres : la force est $\vec{F}$ et le champ électrique est $\vec{E}$.

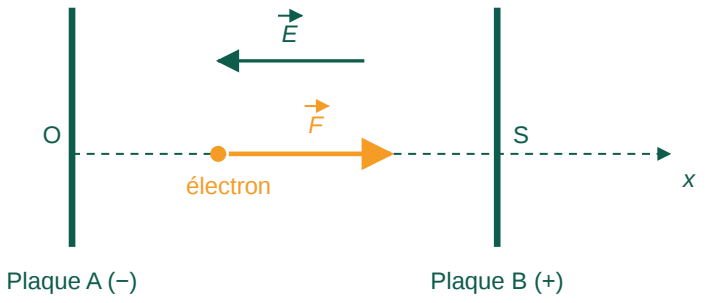
L'électron porte la charge $q = -e$, donc $\vec{F} = q\,\vec{E} = -e\,\vec{E}$.

La force a la même direction que $\vec{E}$ et le sens opposé : elle est dirigée de la plaque A vers la plaque B (voir schéma).

$\vec{F} = -e\,\vec{E}$, vecteur porté par l'axe (Ox), orienté de O vers S.

PIÈGE
Écrire $\vec{F} = e\,\vec{E}$: la force serait dessinée vers la plaque A et l'électron n'atteindrait jamais S. La charge de l'électron est négative.

COMPRENDRE
Le champ $\vec{E}$ pointe de la plaque positive B vers la plaque négative A. L'électron, chargé négativement, est attiré par la plaque positive : le schéma doit être cohérent avec cette attraction.



Q1 · Force électrique subie par l'électron entre les plaques

Q2 En négligeant le poids de l'électron et à l'aide de la deuxième loi de Newton, établir l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ de l'électron dans le repère (O, x).

Système {électron}, de masse m constante ; référentiel du laboratoire (terrestre) supposé galiléen ; seule force prise en compte : $\vec{F} = -e\,\vec{E}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $-e\,\vec{E} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = -\dfrac{e}{m}\vec{E}$.

En notant $\vec{i}$ le vecteur unitaire de l'axe (Ox), le champ est de sens opposé à l'axe : $\vec{E} = -E\,\vec{i}$.

$\vec{a} = \dfrac{e\,E}{m}\vec{i}$, soit $a_x = \dfrac{e\,E}{m}$

PIÈGE
Garder un signe « $-$ » dans a_x : E désigne la norme du champ, positive, et $\vec{E}$ est orienté vers les x décroissants. L'accélération est bien dirigée vers S.

MÉTHODE
Toujours le même enchaînement : système, référentiel galiléen, bilan des forces, deuxième loi de Newton, puis projection sur l'axe. Les points de rédaction sont attribués à ces étapes.

Q3 Montrer que la vitesse s'écrit $v_x(t) = \dfrac{e\,E}{m}\,t$ et établir l'équation horaire $x(t)$.

Par définition $a_x = \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \dfrac{e\,E}{m}$, constante. Par intégration : $v_x(t) = \dfrac{e\,E}{m}\,t + C_1$.

L'électron part sans vitesse initiale : $v_x(0) = 0$, donc $C_1 = 0$ et $v_x(t) = \dfrac{e\,E}{m}\,t$.

De même $v_x = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$, donc par intégration : $x(t) = \dfrac{e\,E}{2m}\,t^2 + C_2$.

L'électron part du point O : $x(0) = 0$, donc $C_2 = 0$.

$$v_x(t) = \frac{e\,E}{m}\,t \text{ et } x(t) = \frac{e\,E}{2m}\,t^2$$

PIÈGE
Oublier les constantes d'intégration ou ne pas les justifier. Chaque constante se détermine avec une condition initiale tirée de l'énoncé : « sans vitesse initiale », « issu du point O ».

Q4 Montrer que la vitesse v_S de l'électron au point S vaut $8{,}38 \times 10^7\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Données utiles $U = 20{,}0\ \mathrm{kV} = 2{,}00 \times 10^4\ \mathrm{V}$; $d = 1{,}00\ \mathrm{cm}$; $e = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$; $m = 9{,}11 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg}$; $E = \dfrac{U}{d}$

L'électron atteint S à la date t_S telle que $x(t_S) = d$: $\dfrac{e\,E}{2m}\,t_S^2 = d$, donc $t_S = \sqrt{\dfrac{2\,m\,d}{e\,E}}$.

On reporte dans la vitesse : $v_S = v_x(t_S) = \dfrac{e\,E}{m}\sqrt{\dfrac{2\,m\,d}{e\,E}} = \sqrt{\dfrac{2\,e\,E\,d}{m}}$.

Comme $E = \dfrac{U}{d}$, on a $E\,d = U$:

$$v_S = \sqrt{\frac{2\,e\,U}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}60 \times 10^{-19} \times 2{,}00 \times 10^4}{9{,}11 \times 10^{-31}}}$$

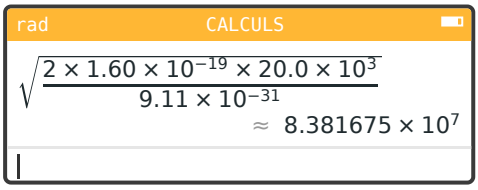
$v_S = 8{,}38 \times 10^7\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, valeur attendue.

PIÈGE
Laisser U en kV. Avec $20{,}0$ au lieu de $2{,}00 \times 10^4$ V, la vitesse trouvée est environ 32 fois trop petite.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme toutes les données utilisées. La distance d disparaît du résultat : la vitesse d'arrivée ne dépend que de la tension U.

MÉTHODE
Autre voie acceptée : théorème de l'énergie cinétique entre O et S. Le travail de la force électrique vaut $e\,E\,d = e\,U$, d'où $\dfrac{1}{2}\,m\,v_S^2 = e\,U$.

À LA CALCULATRICE



Q5 Calculer l'énergie cinétique E_{cS} de l'électron au point S, puis vérifier qu'elle est insuffisante pour produire des rayons X.

Données utiles $v_S = 8{,}38 \times 10^7\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ (Q4) ; $m = 9{,}11 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg}$; $1\ \mathrm{eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}$; $E_{c\,\min} = 6{,}90 \times 10^4\ \mathrm{eV}$

$$E_{cS} = \frac{1}{2}\,m\,v_S^2 = \frac{1}{2} \times 9{,}11 \times 10^{-31} \times \left(8{,}38 \times 10^7\right)^2 = 3{,}20 \times 10^{-15}\ \mathrm{J}$$

Conversion : $E_{cS} = \dfrac{3{,}20 \times 10^{-15}}{1{,}60 \times 10^{-19}} = 2{,}00 \times 10^4\ \mathrm{eV}$

$E_{cS} = 2{,}00 \times 10^4\ \mathrm{eV} < E_{c\,\min} = 6{,}90 \times 10^4\ \mathrm{eV}$: l'énergie est insuffisante pour produire des rayons X.

PIÈGE
Comparer des joules à des électronvolts. Les deux énergies doivent être exprimées dans la même unité avant de conclure.

COMPRENDRE
Le résultat se contrôle sans calcul : $E_{cS} = e\,U$, donc un électron accéléré sous 20,0 kV gagne 20,0 keV, soit $2{,}00 \times 10^4$ eV.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$0.5 \times 9.11 \times 10^{-31} \times (8.38 \times 10^{7})^{2}$
$\approx 3.198721 \times 10^{-15}$

$\dfrac{3.20 \times 10^{-15}}{1.60 \times 10^{-19}}$
≈ 20000

Q6 Choisir, en argumentant, parmi $U_1 = 5$ kV et $U_2 = 70$ kV, la tension qui permettrait d'augmenter l'énergie cinétique de l'électron.

D'après Q4, $v_S^2 = \dfrac{2\,e\,U}{m}$, donc $E_{cS} = \dfrac{1}{2}\,m\,v_S^2 = e\,U$: l'énergie cinétique en S est proportionnelle à la tension U.

Pour l'augmenter, il faut une tension supérieure à $20{,}0$ kV : $U_1 = 5$ kV la diminuerait, $U_2 = 70$ kV l'augmente.

Il faut choisir $U_2 = 70$ kV.

COMPRENDRE
Sous 70 kV, l'électron arrive avec $7{,}0 \times 10^4$ eV, ce qui dépasse le seuil de $6{,}90 \times 10^4$ eV : l'émission de rayons X devient possible.

Q7 À l'aide de la figure 3, choisir deux ondes parmi α, β et ε qui donnent des interférences constructives, puis deux ondes qui donnent des interférences destructives.

Les interférences sont constructives quand les deux ondes arrivent en phase : leurs maximums sont atteints aux mêmes dates. C'est le cas de α et β, toutes deux minimales à $t = 0$ puis maximales une demi-période plus tard.

Les interférences sont destructives quand les deux ondes arrivent en opposition de phase : l'une est maximale quand l'autre est minimale. C'est le cas de α et ε : à $t = 0$, ε est maximale et α minimale.

Constructives : α et β. Destructives : α et ε (le couple β et ε convient aussi).

PIÈGE
Raisonner sur l'amplitude. α et ε ont la même amplitude mais sont décalées d'une demi-période : c'est le décalage temporel qui décide, pas la hauteur des courbes.

COMPRENDRE
α et ε ont la même amplitude : leur somme est nulle à chaque instant. Avec β et ε, d'amplitudes différentes, l'onde résultante est seulement affaiblie.

Q8 Déterminer la valeur de la longueur L dans le cristal, lorsque les interférences sont constructives pour une différence de chemin optique minimale.

Données utiles $\delta = 2\,L\,\sin\theta$; interférences constructives si $\delta = k\,\lambda$, k entier non nul ; $\theta = 10^\circ$; $\lambda = 0{,}150\ \text{nm} = 0{,}150 \times 10^{-9}$ m

La plus petite différence de chemin optique donnant des interférences constructives correspond à $k = 1$: $\delta = \lambda$.

Donc $2\,L\,\sin\theta = \lambda$, soit $L = \dfrac{\lambda}{2\,\sin\theta}$.

$$L = \frac{0{,}150 \times 10^{-9}}{2 \times \sin(10^\circ)} = 4{,}3 \times 10^{-10}\ \text{m}$$

Cette distance, $0{,}43$ nm, est du même ordre de grandeur que $\lambda = 0{,}150$ nm (10^{-10} m) : les rayons X peuvent bien interagir avec le cristal.

$L = 4{,}3 \times 10^{-10}$ m, soit $0{,}43$ nm

PIÈGE
Calculatrice réglée en radians : $\sin(10)$ est alors négatif et L aussi. Vérifier le mode degrés avant le calcul.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs seulement : l'angle $\theta = 10^\circ$ est la donnée la moins précise.

À LA CALCULATRICE

