Corrigé complet — Bac 2023 Nouvelle-Calédonie Jour 2

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Le miel et les abeilles** Suivi cinétique · Temps de demi-réaction · Loi de vitesse d'ordre 1 · Titrage pH-métrique · Chauffage à reflux · Rendement d'une synthèse	9 pts	1 h 35	14 questions	p. 2
Ex 2	**Fête de la musique** Intensité sonore · Niveau d'intensité sonore · Atténuation géométrique · Atténuation par absorption · Période et fréquence d'un signal	5 pts	53 min	9 questions	p. 6
Ex 3	**Tir à l'arc à la perche verticale** Énergie mécanique · Conservation de l'énergie · Incertitude-type · Deuxième loi de Newton · Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme · Équation de la trajectoire	6 pts	1 h 03	11 questions	p. 9

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Le miel et les abeilles

Bac 2023 Nouvelle-Calédonie Jour 2 · Exercice 1 **9 points** **Durée conseillée 1 h 35**

A.1 Justifier en quoi la transformation chimique peut être considérée comme lente.

Sur la figure 1, la concentration $[\mathrm{S}]$ décroît progressivement pendant des centaines d'heures : après 1000 h, elle vaut encore $0{,}10\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$ et continue de baisser.

L'évolution du système se suit sur une durée de plusieurs centaines d'heures : la transformation est **lente**.

COMPRENDRE
Une transformation est lente quand son évolution peut être suivie à l'œil ou avec un instrument de mesure usuel. Ici, l'expérience se fait sans invertase : cette enzyme joue le rôle de catalyseur dans le jabot de l'abeille.

A.2 En utilisant la figure 1, déterminer la concentration initiale en saccharose $[\mathrm{S}]_0$.

On lit l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse $t = 0$ h.

$[\mathrm{S}]_0 = 0{,}40\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$

A.3 Estimer, en expliquant la démarche, la valeur du temps de demi-réaction $t_{1/2}$.

Données utiles $[\mathrm{S}]_0 = 0{,}40\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$ (A.2) ; transformation totale

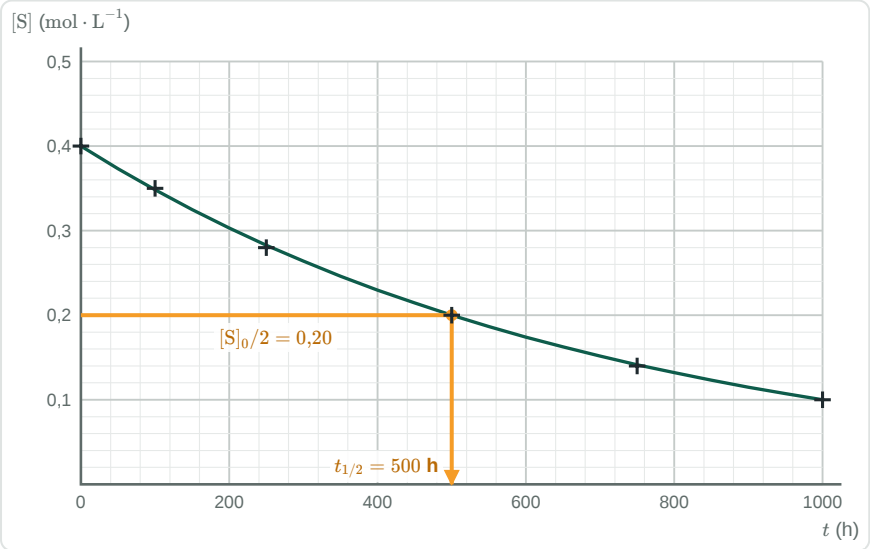
Le temps de demi-réaction est la durée au bout de laquelle l'avancement atteint la moitié de sa valeur finale. La transformation est totale et le saccharose est entièrement consommé à l'état final (l'eau est en excès) : à $t_{1/2}$, il reste la moitié du saccharose initial.

$$[\mathrm{S}](t_{1/2}) = \frac{[\mathrm{S}]_0}{2} = \frac{0{,}40}{2} = 0{,}20\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$$

On lit sur la figure 1 l'abscisse du point de la courbe d'ordonnée $0{,}20\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$.

$t_{1/2} = 500$ h

PIÈGE
Lire la date à laquelle la courbe atteint la moitié de l'axe des ordonnées, ou prendre la moitié de la durée de l'expérience. Il faut partir de $[\mathrm{S}]_0/2$ et laisser le trait de lecture sur le graphique.



A.3 · Figure 1 du sujet : lecture du temps de demi-réaction

A.4 Définir la vitesse volumique de disparition v_{disp} du saccharose en fonction de la concentration en saccharose $[\text{S}]$.

La vitesse volumique de disparition du saccharose est l'opposé de la dérivée par rapport au temps de sa concentration.

$$v_{\text{disp}} = -\frac{\text{d}[\text{S}]}{\text{d}t}$$

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ ». La concentration d'un réactif diminue, sa dérivée est négative : le signe moins rend la vitesse positive.

A.5 Indiquer, en justifiant qualitativement, comment varie la vitesse de disparition du saccharose au cours du temps.

À une date t, $\frac{\text{d}[\text{S}]}{\text{d}t}$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe de la figure 1, et v_{disp} en est l'opposé.

La tangente est très inclinée vers le bas à $t = 0$, puis elle se rapproche de l'horizontale : son coefficient directeur, négatif, se rapproche de zéro.

La vitesse volumique de disparition du saccharose **diminue** au cours du temps.

COMPRENDRE
La concentration d'un réactif est un facteur cinétique. Le saccharose se raréfie au fil de la transformation, donc la réaction ralentit.

A.6 À partir de la modélisation représentée sur la figure 2, justifier que l'hypothèse de la cinétique d'ordre 1 est validée.

Pour une cinétique d'ordre 1, $\ln[\text{S}] = -k \times t + \ln[\text{S}]_0$: $\ln[\text{S}]$ est une fonction affine du temps, de coefficient directeur négatif $-k$.

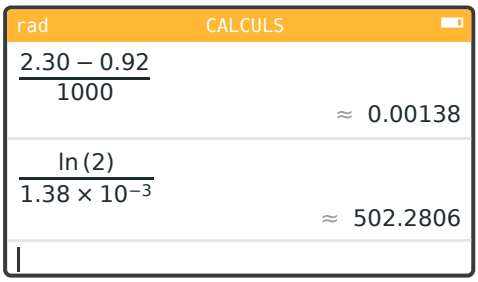
Sur la figure 2, les points expérimentaux sont alignés et la droite décroissante du modèle passe par tous ces points.

Les mesures suivent la loi affine attendue : l'hypothèse d'une cinétique d'**ordre 1** est validée.

COMPRENDRE
La droite donne k : entre $t = 0$ et 1000 h, $\ln[\text{S}]$ passe de $-0{,}92$ à $-2{,}30$, donc $k \approx 1{,}4 \times 10^{-3}\ \text{h}^{-1}$. Alors $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k} \approx 500$ h, en accord avec A.3.

MÉTHODE
Autres tests de l'ordre 1 : $t_{1/2}$ indépendant de la concentration initiale, ou vitesse de disparition proportionnelle à $[\text{S}]$ (droite passant par l'origine).

À LA CALCULATRICE



B.1 Donner la définition d'un acide selon Brönsted.

Un acide selon Brönsted est une espèce chimique capable de céder au moins un ion hydrogène H^+.

B.2 En considérant que l'acide gluconique est le seul acide présent dans le miel, écrire l'équation de la réaction support du titrage.

Données utiles couple $\text{C}_5\text{H}_{11}\text{O}_5\text{COOH}\,(\text{aq})$ / $\text{C}_5\text{H}_{11}\text{O}_5\text{COO}^-\,(\text{aq})$; solution titrante $\text{Na}^+\,(\text{aq}) + \text{HO}^-\,(\text{aq})$

L'acide gluconique cède un ion H^+ à la base HO^- apportée par la solution titrante.

$$\text{C}_5\text{H}_{11}\text{O}_5\text{COOH}\,(\text{aq}) + \text{HO}^-\,(\text{aq}) \longrightarrow \text{C}_5\text{H}_{11}\text{O}_5\text{COO}^-\,(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}\,(\text{l})$$

PIÈGE
Faire réagir l'acide avec l'eau ou écrire une double flèche. Une réaction support de titrage est totale (flèche simple) et met en jeu l'espèce titrante. L'ion Na^+, spectateur, ne figure pas dans l'équation.

B.3 Définir l'équivalence d'un titrage.

L'équivalence est l'état du système pour lequel le réactif titré et le réactif titrant ont été introduits dans les **proportions stœchiométriques** de la réaction support du titrage.

COMPRENDRE
À l'équivalence, les deux réactifs sont entièrement consommés. Avant, le réactif titrant est limitant ; après, c'est le réactif titré.

B.4 Déterminer si le miel de châtaignier respecte la règlementation européenne.

Données utiles $m = 5{,}00$ g de miel dans le bécher ; $C_B = 1{,}00 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; acidité libre : quantité d'acide en mmol pour $1{,}0$ kg de miel, au plus 50 mEq/kg

Volume à l'équivalence. Par la méthode des tangentes parallèles sur la figure 3 (saut de pH) : $V_E = 7{,}0$ mL.

Quantité d'acide titrée. À l'équivalence, d'après l'équation du titrage (B.2) : $n_{\text{acide}} = n(\text{HO}^-)_{\text{versé}} = C_B \times V_E$.

$$n_{\text{acide}} = 1{,}00 \times 10^{-2} \times 7{,}0 \times 10^{-3} = 7{,}0 \times 10^{-5}\ \text{mol} = 7{,}0 \times 10^{-2}\ \text{mmol}$$

Cette quantité est contenue dans $5{,}00$ g de miel.

Acidité libre. Par proportionnalité, pour $1{,}0\ \text{kg} = 1{,}0 \times 10^3$ g de miel :

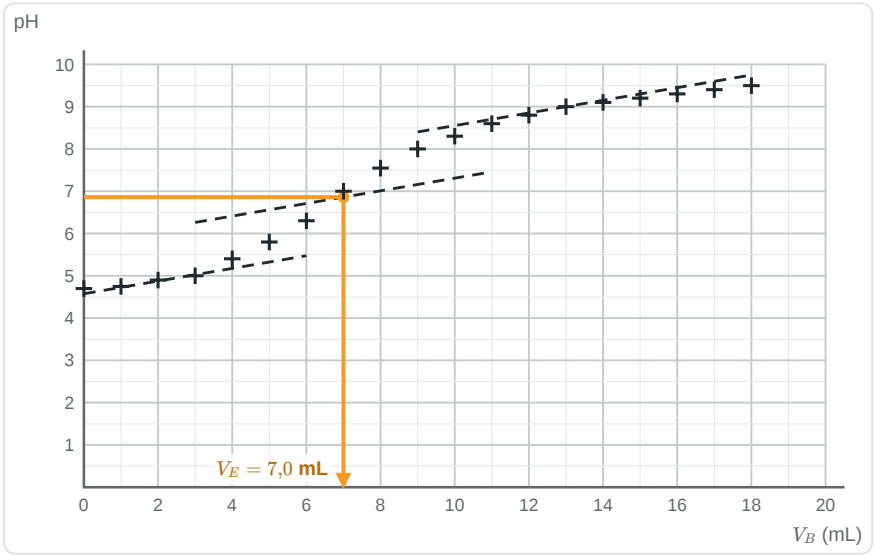
$$n = 7{,}0 \times 10^{-2} \times \frac{1{,}0 \times 10^3}{5{,}00} = 14\ \text{mmol}$$

Acidité libre : 14 mEq/kg < 50 mEq/kg : ce miel de châtaignier **respecte** la règlementation européenne.

PIÈGE
Convertir V_E en litres, et ne pas utiliser les $50{,}0$ mL de solution : toute la solution du bécher est titrée, seule compte la masse de miel dissoute ($5{,}00$ g).

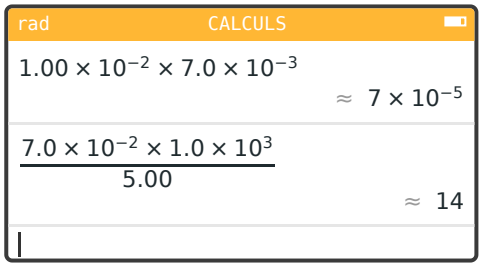
COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme V_E, la donnée la moins précise. Une lecture entre $6{,}5$ et $7{,}5$ mL donne 13 à 15 mEq/kg : la conclusion ne change pas.

MÉTHODE
Question ouverte : 1) repérer V_E en laissant la construction sur la courbe ; 2) relation à l'équivalence ; 3) ramener à la grandeur demandée (ici $1{,}0$ kg) ; 4) comparer à la norme et conclure.



B.4 · Figure 3 du sujet : méthode des tangentes parallèles (tirets) et lecture du volume à l'équivalence

À LA CALCULATRICE



C.1 Justifier le double intérêt du chauffage à reflux.

- Chauffer élève la température du milieu réactionnel : c'est un facteur cinétique, la transformation est **plus rapide**.
- Le réfrigérant condense les vapeurs, qui retombent dans le ballon : il n'y a **pas de perte de matière** (réactifs ou produits) malgré l'ébullition.

Le chauffage à reflux accélère la transformation sans perte de matière.

PIÈGE
Écrire que le chauffage « augmente le rendement ». La température agit ici sur la durée de la transformation, pas sur la quantité de produit obtenue à l'état final.

C.2 Vérifier que les quantités de matière initiales de 3-méthylbutan-1-ol et d'anhydride éthanoïque sont $n_1 = 9{,}1 \times 10^{-2}$ mol et $n_2 = 9{,}1 \times 10^{-2}$ mol.

Données utiles alcool : $V_1 = 9{,}9$ mL, $\rho_1 = 0{,}81$ g · mL^{-1}, $M_1 = 88{,}1$ g · mol^{-1} ; anhydride : $V_2 = 8{,}6$ mL, $\rho_2 = 1{,}08$ g · mL^{-1}, $M_2 = 102{,}1$ g · mol^{-1}

Pour un liquide pur : $n = \dfrac{m}{M} = \dfrac{\rho \times V}{M}$.

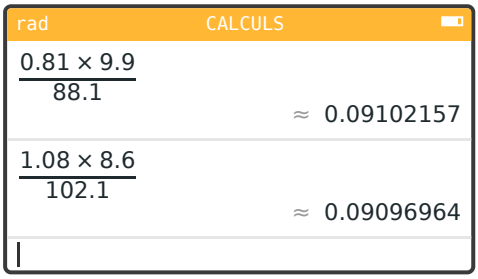
$$n_1 = \frac{\rho_1 \times V_1}{M_1} = \frac{0{,}81 \times 9{,}9}{88{,}1} = 9{,}1 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

$$n_2 = \frac{\rho_2 \times V_2}{M_2} = \frac{1{,}08 \times 8{,}6}{102{,}1} = 9{,}1 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

$n_1 = n_2 = 9{,}1 \times 10^{-2}$ mol : on retrouve les deux valeurs annoncées.

COMPRENDRE
Les masses volumiques sont en g · mL^{-1} et les volumes en mL : le produit $\rho \times V$ donne directement des grammes, sans conversion.

À LA CALCULATRICE



C.3 Montrer que le rendement de la synthèse est d'environ 81 %.

Données utiles $n_f = 7{,}4 \times 10^{-2}$ mol ; $n_1 = n_2 = 9{,}1 \times 10^{-2}$ mol (C.2)

D'après l'équation, une mole d'alcool réagit avec une mole d'anhydride pour former une mole d'ester. Comme $n_1 = n_2$, le mélange est stœchiométrique ; si la transformation était totale :

$$n_{\max} = n_1 = 9{,}1 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

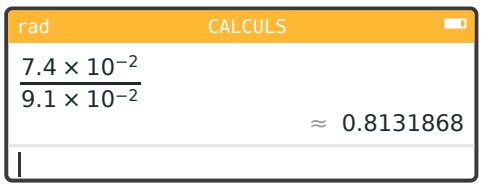
Rendement :

$$\eta = \frac{n_f}{n_{\max}} = \frac{7{,}4 \times 10^{-2}}{9{,}1 \times 10^{-2}} = 0{,}81$$

$\eta = 0{,}81$, soit 81 % : on retrouve la valeur attendue.

MÉTHODE
Rendement : 1) chercher le réactif limitant ; 2) en déduire la quantité maximale de produit avec les nombres stœchiométriques ; 3) diviser la quantité réellement obtenue par ce maximum.

À LA CALCULATRICE



C.4 Proposer une méthode permettant d'améliorer ce rendement.

On peut introduire l'un des deux réactifs en excès, par exemple l'anhydride éthanoïque : l'alcool, devenu réactif limitant, est alors consommé plus complètement.

Introduire un réactif **en excès** (ici l'anhydride éthanoïque).

COMPRENDRE
L'anhydride éthanoïque est très soluble dans l'eau, contrairement à l'ester : l'excès s'élimine au rinçage. On peut aussi limiter les pertes lors de la séparation et du rinçage.

Fête de la musique

Bac 2023 Nouvelle-Calédonie Jour 2 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

A.1.1 Exprimer l'intensité sonore I_1 de la sono réglée pour les concerts traditionnels en fonction de L_1.

Par définition du niveau d'intensité sonore : $L_1 = 10\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)$.

Donc $\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = \frac{L_1}{10}$, soit $\frac{I_1}{I_0} = 10^{L_1/10}$.

$$I_1 = I_0 \times 10^{L_1/10}$$

MÉTHODE
Isoler d'abord le log, puis utiliser $\log(x) = a \Leftrightarrow x = 10^a$.

A.1.2 Vérifier que I_1 est égale à $1{,}00 \times 10^{-2}\ \text{W}\cdot\text{m}^{-2}$.

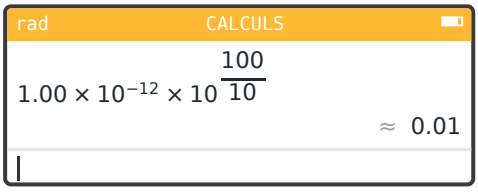
Données utiles $L_1 = 100$ dB ; $I_0 = 1{,}00 \times 10^{-12}\ \text{W}\cdot\text{m}^{-2}$; expression de I_1 (A.1.1)

$$I_1 = I_0 \times 10^{L_1/10} = 1{,}00 \times 10^{-12} \times 10^{100/10} = 1{,}00 \times 10^{-12} \times 10^{10}$$

$I_1 = 1{,}00 \times 10^{-2}\ \text{W}\cdot\text{m}^{-2}$, ce qui est bien la valeur attendue.

COMPRENDRE
Le résultat est écrit avec trois chiffres significatifs, comme I_0. Une intensité sonore s'exprime en $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$, un niveau en dB.

À LA CALCULATRICE



A.2 Calculer l'intensité sonore I_{tot} émise par l'ensemble {tracteur + sono}.

Données utiles $I_1 = 1{,}00 \times 10^{-2}\ \text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ (A.1.2) ; $I_2 = 1{,}00 \times 10^{-3}\ \text{W}\cdot\text{m}^{-2}$

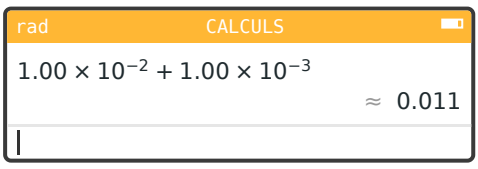
Les intensités sonores de deux sources s'additionnent (à la même distance, ici 2 m) :

$$I_{tot} = I_1 + I_2 = 1{,}00 \times 10^{-2} + 1{,}00 \times 10^{-3}$$

$I_{tot} = 1{,}10 \times 10^{-2}\ \text{W}\cdot\text{m}^{-2}$

PIÈGE
Additionner les niveaux en décibels : ce sont les intensités sonores qui s'ajoutent, jamais les niveaux.

À LA CALCULATRICE



A.3 En déduire le niveau d'intensité sonore L_{tot} correspondant à I_{tot}.

Données utiles $I_{tot} = 1{,}10 \times 10^{-2}\ \text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ (A.2) ; $I_0 = 1{,}00 \times 10^{-12}\ \text{W}\cdot\text{m}^{-2}$

$$L_{tot} = 10\log\left(\frac{I_{tot}}{I_0}\right) = 10\log\left(\frac{1{,}10 \times 10^{-2}}{1{,}00 \times 10^{-12}}\right)$$

$L_{tot} = 100{,}4$ dB, soit environ 100 dB.

COMPRENDRE
Dix fois moins intense que la sono, le tracteur n'ajoute que 0,4 dB.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$10 \times \log\left(\frac{1.10 \times 10^{-2}}{1.00 \times 10^{-12}}\right) \approx 100.4139$$

A.4 Indiquer, en justifiant, si le DJ a besoin de faire de nouveaux réglages de sa sono pour cette fête de la musique.

Données utiles $L_{tot} = 100{,}4$ dB (A.3) ; niveau sonore maximal autorisé : 102 dB

Avec le tracteur en marche, $L_{tot} = 100{,}4\ \text{dB} < 102\ \text{dB}$: le niveau sonore maximal autorisé n'est pas dépassé.

Le DJ n'a pas besoin de modifier le réglage de sa sono.

A.5 Préciser, sans calcul, si un spectateur situé sur le trottoir à 10 m de la source {tracteur + sono} perçoit un niveau sonore supérieur, égal ou inférieur à L_{tot}. Justifier.

L_{tot} est le niveau à 2 m de la source. En s'éloignant, la puissance sonore émise se répartit sur une surface de plus en plus grande : l'intensité sonore diminue quand la distance augmente (atténuation géométrique), donc le niveau d'intensité sonore aussi.

À 10 m, le spectateur perçoit un niveau sonore **inférieur** à L_{tot}.

COMPRENDRE
Pour une source qui émet dans toutes les directions, $I = \frac{P}{4\pi d^2}$: l'intensité est divisée par 25 quand la distance est multipliée par 5.

A.6 Répondre à la même question pour un habitant, situé à 2 m de la source {tracteur + sono}, qui regarde passer le char derrière la fenêtre fermée de sa cuisine.

L'habitant est à la même distance (2 m) que celle où L_{tot} est évalué, mais le son doit traverser la fenêtre fermée. Le vitrage absorbe (et réfléchit) une partie de l'énergie sonore : c'est une atténuation par absorption.

L'habitant perçoit un niveau sonore **inférieur** à L_{tot}.

PIÈGE
Répondre « égal » parce que la distance est toujours de 2 m. Il existe deux causes d'atténuation : la distance (géométrique) et le milieu traversé (absorption).

B.1 À partir de la figure 1, déterminer la fréquence f de la note émise par le trompettiste en explicitant la démarche.

Données utiles figure 1 : tension en fonction du temps, de 0 à 0,004 s

Le signal est périodique : le même motif se répète à l'identique. Pour plus de précision, on mesure plusieurs périodes : le signal part de 0 V en montant à $t = 0$ s et se retrouve dans le même état, après deux motifs complets, à $t = 0{,}004$ s.

$2T = 0{,}004$ s, donc $T = 0{,}002\ \text{s} = 2 \times 10^{-3}$ s.

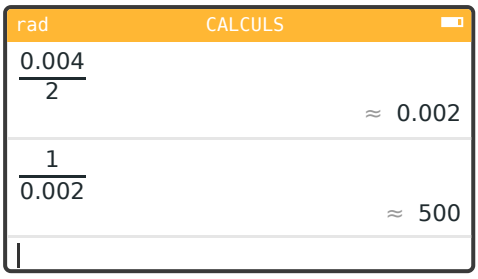
$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 \times 10^{-3}}$$

$f = 5 \times 10^{2}$ Hz, soit 500 Hz.

PIÈGE
Prendre pour période l'écart entre deux maximums voisins (environ 0,001 s) : ils n'ont pas la même hauteur, le motif complet n'est pas terminé. La période est la durée du plus petit motif qui se répète à l'identique.

MÉTHODE
Mesurer la durée du plus grand nombre possible de périodes, puis diviser : l'incertitude de lecture est répartie. Convertir T en secondes avant de calculer f.

À LA CALCULATRICE



B.2 Indiquer, en justifiant, si le seuil de douleur est atteint pour un spectateur placé à 2 m du char, lorsque la note de fréquence f émise par le trompettiste est diffusée.

Données utiles $f = 500$ Hz (B.1) ; $L_1 = 100$ dB à 2 m de la sono ; figure 2

Le moteur du tracteur est à l'arrêt : à 2 m du char, le spectateur ne reçoit que le son de la sono, de niveau $L_1 = 100$ dB.

Sur la figure 2, à la fréquence $f = 500$ Hz, la courbe du seuil de douleur se situe à environ 120 dB.

$100 \text{ dB} < 120 \text{ dB}$: le point (500 Hz ; 100 dB) est en dessous de la courbe du seuil de douleur.

Le seuil de douleur n'est pas atteint pour ce spectateur.

PIÈGE

Utiliser L_{tot} : le tracteur est arrêté pendant l'enregistrement. Attention aussi à l'axe des fréquences, qui est logarithmique : 500 Hz se lit sur la graduation marquée 500, pas au milieu entre 100 et 1000.

COMPRENDRE

Le seuil de douleur dépend de la fréquence : il descend vers 110 dB autour de 3000 à 4000 Hz, domaine où l'oreille est la plus sensible.

Tir à l'arc à la perche verticale

Bac 2023 Nouvelle-Calédonie Jour 2 · Exercice 3 **6 points** **Durée conseillée 1 h 03**

A.1 Donner l'expression de l'énergie mécanique $E_m(0)$ de la flèche à $t = 0$ en fonction de h, m, g et v_0.

$E_m = E_c + E_{pp}$, avec $E_{pp} = m\,g\,y$ puisque l'origine de l'énergie potentielle est au sol.

À $t = 0$, la flèche est à l'altitude h avec la vitesse v_0 :

$$E_m(0) = \frac{1}{2}\,m\,v_0^2 + m\,g\,h$$

PIÈGE
Oublier le terme $m\,g\,h$: la flèche ne part pas du sol mais de la hauteur $h = 1{,}80$ m, où l'énergie potentielle n'est pas nulle.

A.2 Donner l'expression de l'énergie mécanique $E_m(t_H)$ de la flèche à $t = t_H$ en fonction de m, g et H.

Le tir est vertical : au sommet de la trajectoire, la vitesse de la flèche s'annule, donc $E_c(t_H) = 0$.

$$E_m(t_H) = m\,g\,H$$

COMPRENDRE
La vitesse est nulle au sommet seulement parce que le tir est vertical. Pour un tir incliné (partie B), il reste au sommet la composante horizontale de la vitesse.

A.3 En déduire que $H = h + \dfrac{v_0^2}{2g}$.

Les frottements sont négligés : la flèche n'est soumise qu'à son poids, force conservative. L'énergie mécanique se conserve :

$E_m(0) = E_m(t_H)$, soit $\dfrac{1}{2}\,m\,v_0^2 + m\,g\,h = m\,g\,H$.

On divise par $m\,g$:

$$H = h + \frac{v_0^2}{2g}$$

MÉTHODE
Pour relier une vitesse et une altitude sans faire intervenir le temps : justifier la conservation de E_m (aucune force non conservative ne travaille), puis l'écrire entre deux instants bien choisis.

A.4.1 Calculer H en s'appuyant sur la question A.3.

Données utiles $h = 1{,}80$ m ; $v_0 = 25{,}0$ m · s^{-1} ; $g = 9{,}81$ m · s^{-2}

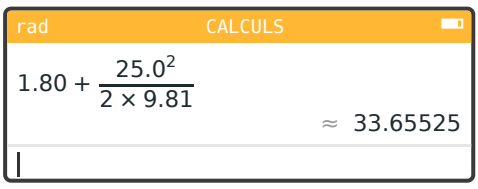
$$H = h + \frac{v_0^2}{2g} = 1{,}80 + \frac{25{,}0^2}{2 \times 9{,}81}$$

$$H = 33{,}7 \text{ m}$$

PIÈGE
La masse de la flèche n'intervient pas : elle se simplifie dans la conservation de l'énergie. Inutile de la convertir en kilogrammes ici.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme les données. L'énoncé écrit g en m · s^{-1} : c'est une coquille, l'intensité de la pesanteur s'exprime en m · s^{-2} (ou en N · kg^{-1}).

À LA CALCULATRICE



A.4.2 Évaluer $u(H)$ sachant que $u(h) = 0{,}01$ m, puis donner un encadrement de la valeur de H.

Données utiles $u(H) = \sqrt{(u(h))^2 + \left(\frac{v_0}{g}\right)^2 (u(v_0))^2}$; $u(v_0) = 0{,}5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $H = 33{,}7$ m (A.4.1)

$$u(H) = \sqrt{0{,}01^2 + \left(\frac{25{,}0}{9{,}81}\right)^2 \times 0{,}5^2} = 1{,}27 \text{ m}$$

On arrondit par excès à deux chiffres significatifs : $u(H) = 1{,}3$ m, d'où $H = 33{,}7 \pm 1{,}3$ m.

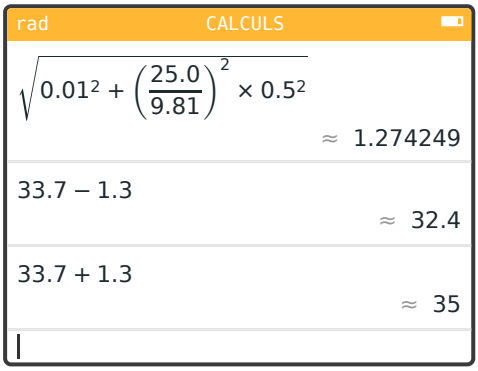
Encadrement : $H - u(H) \leqslant H \leqslant H + u(H)$

$u(H) = 1{,}3$ m et $32{,}4 \text{ m} \leqslant H \leqslant 35{,}0 \text{ m}$

COMPRENDRE
Une incertitude-type s'écrit avec un ou deux chiffres significatifs, arrondie par excès. Avec un seul chiffre, $u(H) = 2$ m et $32 \text{ m} \leqslant H \leqslant 36 \text{ m}$: cette réponse est acceptée aussi.

MÉTHODE
Le résultat se donne avec la même précision que son incertitude : $u(H)$ s'arrête au dixième de mètre, H aussi. L'incertitude sur h est ici négligeable devant celle due à v_0.

À LA CALCULATRICE



A.4.3 Indiquer si la flèche dépasse le haut de la perche. Justifier.

Données utiles hauteur de la perche : 30 m ; $32{,}4 \text{ m} \leqslant H \leqslant 35{,}0$ m (A.4.2)

Même la borne inférieure de l'encadrement, $32{,}4$ m, est supérieure à la hauteur de la perche (30 m).

Oui : compte tenu de l'incertitude, $H > 30$ m, la flèche dépasse le haut de la perche.

PIÈGE
Comparer seulement $33{,}7$ m à 30 m. La question suit le calcul d'incertitude : c'est l'intervalle entier qu'il faut situer par rapport à 30 m.

B.1 Établir le bilan des forces s'exerçant sur la flèche.

Système : {flèche}, assimilée à un point matériel F de masse m ; référentiel terrestre supposé galiléen.

Les actions de l'air sont négligées : après le départ du tir, la flèche n'est soumise qu'à une seule force.

Le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$, vertical, dirigé vers le bas, de valeur $P = m\,g$.

PIÈGE
Ajouter une « force de lancer » ou la force de la corde : dès que la flèche a quitté l'arc, l'arc n'agit plus sur elle.

B.2 En utilisant la deuxième loi de Newton, déterminer les coordonnées $a_x(t)$ et $a_y(t)$ du vecteur accélération $\vec{a}$ de la flèche.

Deuxième loi de Newton, la masse étant constante : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$.

Dans le repère (O ; x, y) de la figure 2, l'axe (Oy) est vertical vers le haut et $\vec{g}$ est vertical vers le bas :

$a_x(t) = 0$ et $a_y(t) = -g$

PIÈGE
Écrire $a_y = +g$. Le signe dépend de l'axe : ici (Oy) est orienté vers le haut, à l'opposé de $\vec{g}$.

B.3 Montrer que les équations horaires du mouvement de F sont $x(t) = (v_0 \cos\alpha)\, t$ et $y(t) = -\frac{1}{2} g\, t^2 + (v_0 \sin\alpha)\, t + h$.

$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$: on cherche les primitives de $a_x = 0$ et $a_y = -g$.

$v_x(t) = C_1$ et $v_y(t) = -g\, t + C_2$.

Condition initiale : $\vec{v}(0) = \vec{v_0}$, de coordonnées $v_0 \cos\alpha$ et $v_0 \sin\alpha$, donc $C_1 = v_0 \cos\alpha$ et $C_2 = v_0 \sin\alpha$:

$v_x(t) = v_0 \cos\alpha$ et $v_y(t) = -g\, t + v_0 \sin\alpha$.

$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OF}}{\mathrm{d}t}$: on prend à nouveau les primitives.

$x(t) = (v_0 \cos\alpha)\, t + C_3$ et $y(t) = -\frac{1}{2} g\, t^2 + (v_0 \sin\alpha)\, t + C_4$.

Condition initiale : à $t = 0$, F a pour coordonnées $x(0) = 0$ et $y(0) = h$, donc $C_3 = 0$ et $C_4 = h$.

$$\boxed{x(t) = (v_0 \cos\alpha)\, t \text{ et } y(t) = -\frac{1}{2} g\, t^2 + (v_0 \sin\alpha)\, t + h}$$

PIÈGE
Prendre $C_4 = 0$: la flèche part du point F, sur l'axe (Oy), à la hauteur h et non de l'origine O.

MÉTHODE
Deux intégrations successives, et à chaque fois une constante fixée par les conditions initiales : $\vec{v_0}$ pour la vitesse, la position de départ pour les coordonnées.

B.4 Montrer que l'équation de la trajectoire de F peut s'écrire $y(x) = -\frac{1}{2} \times \frac{g\, x^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} + (\tan\alpha)\, x + h$.

On élimine le temps. D'après $x(t)$: $t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$.

On reporte dans $y(t)$:

$$y(x) = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 + v_0 \sin\alpha \times \frac{x}{v_0 \cos\alpha} + h$$

Comme $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$:

$$\boxed{y(x) = -\frac{1}{2} \times \frac{g\, x^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} + (\tan\alpha)\, x + h}$$

COMPRENDRE
$y(x)$ est un polynôme du second degré en x, de coefficient dominant négatif : la trajectoire est une portion de parabole tournée vers le bas.

B.5 Indiquer, en justifiant, si le tir de l'archer peut lui permettre de marquer des points.

Données utiles $D = 5{,}0$ m ; $\alpha = 80^\circ$; $v_0 = 25{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $h = 1{,}80$ m ; $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; points marqués si la flèche passe entre 25 m et 30 m au niveau de la perche

La perche est à l'abscisse $x = D$. L'archer peut marquer des points si $25\ \text{m} \leqslant y(D) \leqslant 30\ \text{m}$.

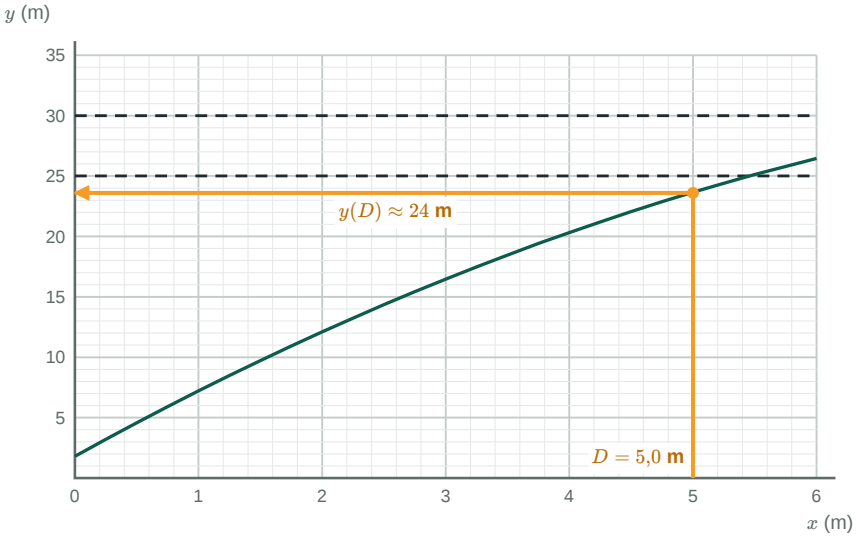
$$y(D) = -\frac{1}{2} \times \frac{g\,D^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} + (\tan\alpha)\,D + h$$

$$y(D) = -\frac{1}{2} \times \frac{9{,}81 \times 5{,}0^2}{25{,}0^2 \times \cos^2(80^\circ)} + \tan(80^\circ) \times 5{,}0 + 1{,}80 = 24\ \text{m}$$

$y(D) \approx 24\ \text{m} < 25\ \text{m}$: la flèche passe sous les premiers oiseaux, ce tir ne permet pas de marquer des points.

PIÈGE
Calculatrice en radians : le résultat est alors faux sans que rien ne le signale. Vérifier le mode degrés avant de saisir $\cos(80^\circ)$ et $\tan(80^\circ)$.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme D. La flèche atteint la perche en montant, à $23{,}6$ m : il manque un peu plus d'un mètre. Un angle de tir légèrement plus grand suffirait.



B.5 · Trajectoire de la flèche et hauteur atteinte au niveau de la perche ($x = D$)

À LA CALCULATRICE

