Corrigé complet — Bac 2023 Centres étrangers 1 Jour 1

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Contrôle de la qualité d'un biberon** Dosage par étalonnage spectrophotométrique · Titrage conductimétrique · Incertitudes-types · Couple acide-base et constante d'acidité · Schéma de Lewis · Facteurs cinétiques	9 pts	1 h 35	18 questions	p. 2
Ex 2	**à la recherche d'une autre Terre** Méthode du transit · Force gravitationnelle · Repère de Frenet · Lois de Kepler · Deuxième loi de Newton · Masse volumique	6 pts	1 h 03	10 questions	p. 9
Ex 3	**Four à céramique** Variation d'énergie interne · Premier principe de la thermodynamique · Énergie de combustion · Modes de transfert thermique · Flux et résistance thermiques	5 pts	53 min	10 questions	p. 14

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Contrôle de la qualité d'un biberon

Bac 2023 Centres étrangers 1 Jour 1 · Exercice 1 **9 points** **Durée conseillée 1 h 35**

1 Indiquer la longueur d'onde la plus adaptée pour réaliser ce dosage. Justifier.

Données utiles longueurs d'onde disponibles : 440 nm, 510 nm, 580 nm, 640 nm ; tableau des couleurs absorbées et complémentaires

La solution à doser est jaune : elle absorbe surtout la couleur complémentaire du jaune, c'est-à-dire le bleu, entre 424 nm et 491 nm d'après le tableau.

On règle le spectrophotomètre sur une radiation de ce domaine, là où l'absorbance est la plus grande, ce qui rend la mesure plus précise.

$\lambda = 440$ nm

PIÈGE
Choisir 580 nm parce que c'est la longueur d'onde du jaune. La couleur perçue est celle qui n'est pas absorbée : à 580 nm l'absorbance serait presque nulle.

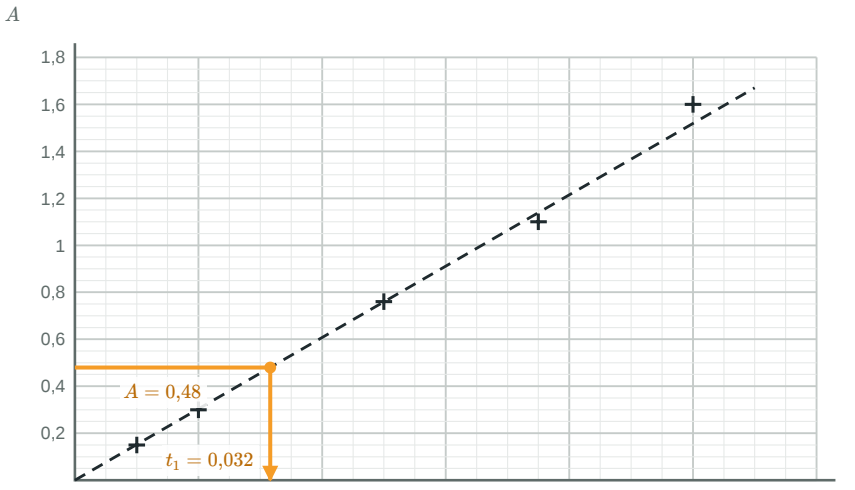
2 Utiliser la figure 1 pour déterminer la concentration en masse en ions nitrate t_1 de l'eau analysée.

Données utiles $A = 0{,}48$; courbe d'étalonnage (figure 1)

Les points d'étalonnage sont alignés sur une droite passant par l'origine (loi de Beer-Lambert). On place $A = 0{,}48$ sur l'axe des ordonnées, on rejoint la droite puis on lit l'abscisse du point obtenu.

$t_1 \approx 0{,}032$ g · L^{-1}, soit 32 mg · L^{-1}

MÉTHODE
Laisser les traits de lecture apparents sur le graphique. Une graduation horizontale vaut $0{,}005$ g · L^{-1} : la lecture se fait à environ $0{,}001$ g · L^{-1} près.



2 · Figure 1 du sujet, avec la lecture pour $A = 0{,}48$

3 Écrire, en conservant un seul chiffre significatif pour l'incertitude-type, le résultat de la mesure de la concentration en ions nitrate t_1.

Données utiles $\dfrac{u(t_1)}{t_1} = 15\ \%$; $t_1 = 0{,}032$ g · L^{-1} (Q2)

$u(t_1) = 0{,}15 \times t_1 = 0{,}15 \times 0{,}032 = 4{,}8 \times 10^{-3}$ g · L^{-1}, arrondie à 5×10^{-3} g · L^{-1}.

$t_1 = (0{,}032 \pm 0{,}005)$ g · L^{-1}, soit $t_1 = (32 \pm 5)$ mg · L^{-1}

COMPRENDRE
L'incertitude-type fixe l'écriture du résultat : un seul chiffre significatif pour u, arrondi par excès, puis la valeur mesurée s'arrête au même rang décimal que l'incertitude.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

0.15×0.032

≈ 0.0048

4 Identifier le réactif titré et le réactif titrant lors du titrage de l'étape 2.

On cherche la quantité d'ions $\mathrm{Fe^{2+}}$ restants : ils sont dans le bécher. La solution de dichromate de potassium, de concentration connue, est versée à la burette.

Réactif titré : $\mathrm{Fe^{2+}}$ (en excès après l'étape 1). Réactif titrant : $\mathrm{Cr_2O_7^{2-}}$.

5 À partir de l'exploitation de la figure 2, montrer que la quantité de matière des ions $\mathrm{Fe^{2+}}$ en excès vaut environ 3,6 mmol.

Données utiles $C = 5{,}0 \times 10^{-2}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$; équation 2 ; figure 2

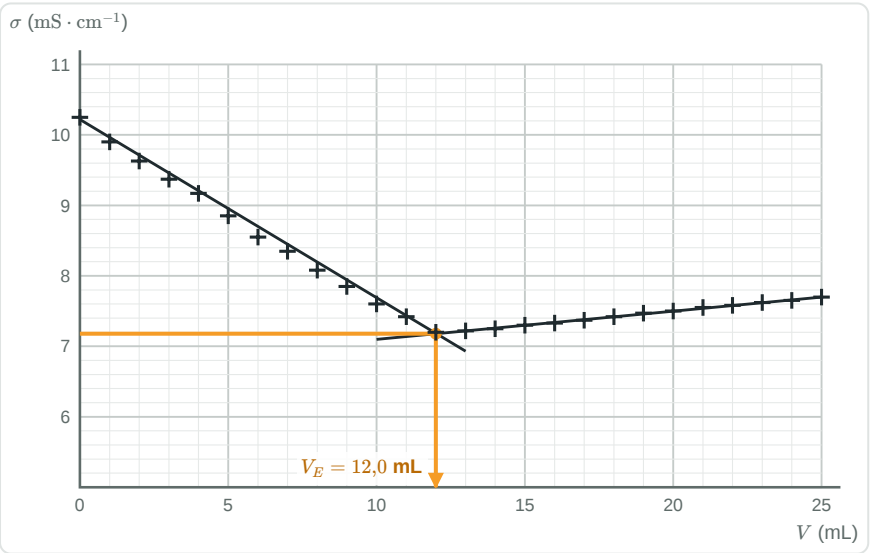
La courbe présente deux portions rectilignes. On trace les deux droites moyennes : leur intersection donne le volume à l'équivalence, $V_E \approx 12{,}0\ \mathrm{mL}$.

À l'équivalence, titrant et titré ont été apportés dans les proportions stœchiométriques de l'équation 2 :

$$\frac{n(\mathrm{Fe^{2+}})_{\text{excès}}}{6} = \frac{n(\mathrm{Cr_2O_7^{2-}})_{\text{versé}}}{1} = C \times V_E$$

$$n(\mathrm{Fe^{2+}})_{\text{excès}} = 6 \times C \times V_E = 6 \times 5{,}0 \times 10^{-2} \times 12{,}0 \times 10^{-3}$$

$n(\mathrm{Fe^{2+}})_{\text{excès}} = 3{,}6 \times 10^{-3}\ \mathrm{mol} = 3{,}6\ \mathrm{mmol}$, valeur attendue.



5 · Figure 2 du sujet : deux droites moyennes, leur intersection donne V_E

PIÈGE

Oublier le coefficient 6 : un ion dichromate réagit avec six ions $\mathrm{Fe^{2+}}$. Sans lui, on trouve 0,60 mmol.

COMPRENDRE

Selon le tracé des droites, on peut lire V_E entre 11,5 mL et 12,0 mL, donc trouver 3,5 mmol : cela reste « environ 3,6 mmol ». La suite utilise la valeur de l'énoncé.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$6 \times 5.0 \times 10^{-2} \times 12.0 \times 10^{-3}$

≈ 0.0036

6 Justifier la relation $n(NO_3^-) = \frac{1}{3}\left[n(Fe^{2+})_{totale} - n(Fe^{2+})_{excès}\right]$.

Les ions Fe^{2+} apportés à l'étape 1 se répartissent en deux parts : ceux qui ont réagi avec les ions nitrate et ceux qui restent.

$n(Fe^{2+})_{réagi} = n(Fe^{2+})_{totale} - n(Fe^{2+})_{excès}$

Les ions nitrate sont le réactif limitant de la réaction 1, totalement consommés. D'après l'équation 1, une mole de NO_3^- réagit avec trois moles de Fe^{2+} :

$$n(NO_3^-) = \frac{n(Fe^{2+})_{réagi}}{3}$$

$$\boxed{n(NO_3^-) = \frac{1}{3}\left[n(Fe^{2+})_{totale} - n(Fe^{2+})_{excès}\right]}$$

MÉTHODE
Titrage indirect (ou en retour) : on introduit un excès connu de réactif, on titre ce qui reste, et la différence donne ce qui a réagi avec l'espèce cherchée.

7 Calculer la quantité d'ions nitrate $n(NO_3^-)$ présente dans l'échantillon d'eau. En déduire que la concentration en masse t_2 vaut environ $33\ mg \cdot L^{-1}$.

Données utiles $n(Fe^{2+})_{totale} = 4{,}0 \times 10^{-3}$ mol ; $n(Fe^{2+})_{excès} = 3{,}6 \times 10^{-3}$ mol (Q5) ; $M(NO_3^-) = 62{,}0\ g \cdot mol^{-1}$; $V = 250{,}0$ mL

$$n(NO_3^-) = \frac{4{,}0 \times 10^{-3} - 3{,}6 \times 10^{-3}}{3} = 1{,}3 \times 10^{-4}\ mol$$

Concentration en masse : $t_2 = \frac{m(NO_3^-)}{V} = \frac{n(NO_3^-) \times M(NO_3^-)}{V}$

$$t_2 = \frac{1{,}33 \times 10^{-4} \times 62{,}0}{0{,}2500} = 3{,}3 \times 10^{-2}\ g \cdot L^{-1}$$

$\boxed{n(NO_3^-) = 1{,}3 \times 10^{-4}\ mol \text{ et } t_2 = 33\ mg \cdot L^{-1}, \text{ valeur attendue.}}$

PIÈGE
Laisser V en mL ou repartir de la valeur arrondie $1{,}3 \times 10^{-4}$ mol, qui donne 32 au lieu de 33. On garde la valeur non arrondie pour le calcul suivant.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{4.0 \times 10^{-3} - 3.6 \times 10^{-3}}{3} \approx 1.333333 \times 10^{-4}$

$\frac{\frac{4.0 \times 10^{-3} - 3.6 \times 10^{-3}}{3} \times 62.0}{0.2500} \approx 0.03306667$

8 Calculer l'incertitude-type $u(t_2)$ de la teneur en ions nitrate puis donner un encadrement de la concentration en masse t_2.

Données utiles $u(C) = 0{,}2 \times 10^{-2}\ mol \cdot L^{-1}$; $u(V_E) = 0{,}5$ mL ; $u(V) = 0{,}2$ mL ; $V_E = 12{,}0$ mL (Q5) ; $t_2 = 33\ mg \cdot L^{-1}$ (Q7)

$$u(t_2) = t_2 \times \sqrt{\left(\frac{u(C)}{C}\right)^2 + \left(\frac{u(V_E)}{V_E}\right)^2 + \left(\frac{u(V)}{V}\right)^2}$$

$$u(t_2) = 33 \times \sqrt{\left(\frac{0{,}2}{5{,}0}\right)^2 + \left(\frac{0{,}5}{12{,}0}\right)^2 + \left(\frac{0{,}2}{250{,}0}\right)^2} = 1{,}9\ mg \cdot L^{-1}$$

Avec un seul chiffre significatif : $u(t_2) = 2\ mg \cdot L^{-1}$, donc $t_2 = (33 \pm 2)\ mg \cdot L^{-1}$.

$\boxed{u(t_2) = 2\ mg \cdot L^{-1} \text{ et } 31\ mg \cdot L^{-1} \leqslant t_2 \leqslant 35\ mg \cdot L^{-1}}$

MÉTHODE
Dans chaque rapport, numérateur et dénominateur sont dans la même unité : inutile de convertir. Ici C et V_E pèsent chacun 4 %, la verrerie de prélèvement est négligeable.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$33 \times \sqrt{\left(\frac{0.2}{5.0}\right)^2 + \left(\frac{0.5}{12.0}\right)^2 + \left(\frac{0.2}{250.0}\right)^2} \approx 1.906232$

9 Conclure sur la potabilité de l'eau prélevée au regard des résultats obtenus par les deux méthodes de dosage.

Données utiles seuil de l'OMS : $50\ \text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$; $t_1 = (32 \pm 5)\ \text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$ (Q3) ; $t_2 = (33 \pm 2)\ \text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$ (Q8)

Les deux méthodes donnent des résultats compatibles : les intervalles $[27\ ;\ 37]$ et $[31\ ;\ 35]$, en $\text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$, se recouvrent.

Même en tenant compte des incertitudes, les deux valeurs restent nettement inférieures à $50\ \text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$.

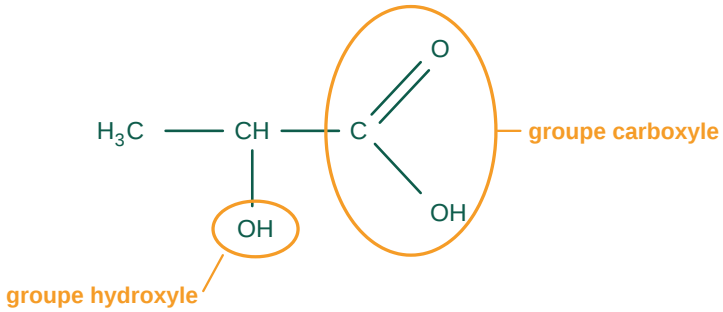
L'eau respecte la recommandation de l'OMS sur les nitrates : elle convient pour préparer le biberon.

10 Recopier la formule semi-développée de l'acide lactique, entourer les groupes caractéristiques et indiquer leur nom.

La molécule porte deux groupes caractéristiques, entourés sur la formule ci-dessous.

Groupe hydroxyle $-\text{OH}$ (famille des alcools) et groupe carboxyle $-\text{COOH}$ (famille des acides carboxyliques).

PIÈGE
Entourer séparément C=O et OH dans $-\text{COOH}$ et annoncer un carbonyle et un hydroxyle. Portés par le même carbone, ils forment un seul groupe, le carboxyle.



10 · Acide lactique : les deux groupes caractéristiques

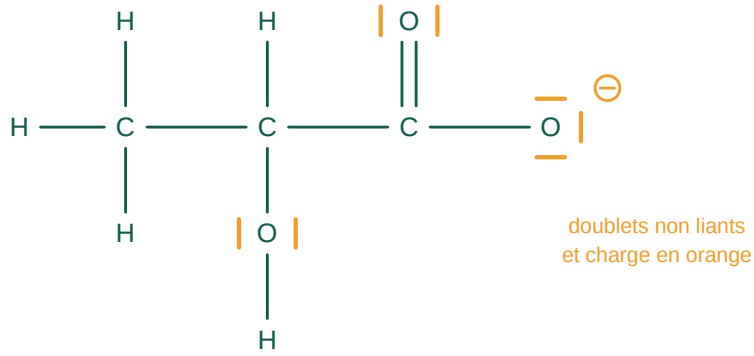
11 Représenter le schéma de Lewis de l'ion lactate, base conjuguée de l'acide lactique.

L'acide lactique cède l'ion H^+ de son groupe carboxyle : l'ion lactate a pour formule $\text{CH}_3-\text{CH(OH)}-\text{COO}^-$.

Dans le schéma de Lewis, toutes les liaisons sont représentées. Chaque atome d'oxygène est entouré de quatre doublets : deux non liants pour ceux qui forment deux liaisons, trois non liants pour celui qui n'en forme qu'une et porte la charge négative.

Schéma de Lewis ci-dessous : l'oxygène simplement lié du groupe $-\text{COO}-$ porte trois doublets non liants et la charge $-$.

PIÈGE
Retirer l'hydrogène du groupe hydroxyle au lieu de celui du carboxyle, ou oublier les doublets non liants des trois oxygènes.



11 · Schéma de Lewis de l'ion lactate

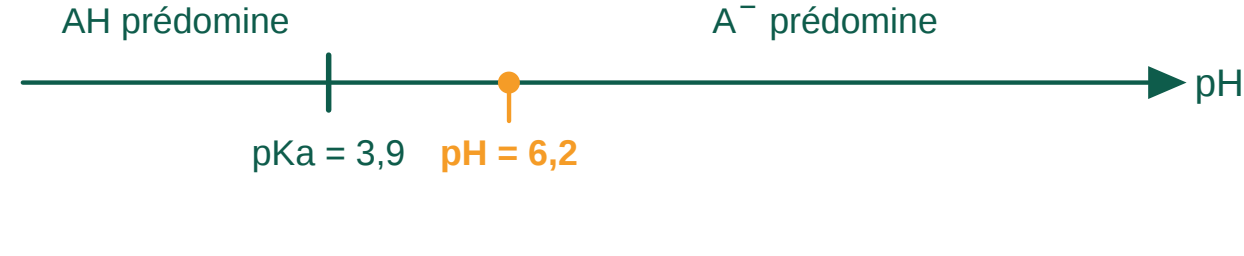
12 Après avoir représenté le diagramme de prédominance du couple $\mathrm{AH/A^-}$, indiquer quelle espèce prédomine dans le lait du biberon.

Données utiles $\mathrm{p}K_a = 3{,}9$; $\mathrm{pH} = 6{,}2$

Pour $\mathrm{pH} < \mathrm{p}K_a$ l'acide AH prédomine ; pour $\mathrm{pH} > \mathrm{p}K_a$ c'est la base $\mathrm{A^-}$.

Ici $\mathrm{pH} = 6{,}2 > \mathrm{p}K_a = 3{,}9$.

Dans le lait du biberon, l'ion lactate $\mathrm{A^-}$ prédomine.



12 · Diagramme de prédominance du couple $\mathrm{AH/A^-}$

13 Exprimer la constante d'acidité K_a du couple $\mathrm{AH/A^-}$ en fonction de $[\mathrm{AH}]$, $[\mathrm{A^-}]$, $[\mathrm{H_3O^+}]$ et c°.

Pour l'équilibre $\mathrm{AH\,(aq) + H_2O\,(l) \rightleftharpoons A^-\,(aq) + H_3O^+\,(aq)}$, les concentrations étant prises à l'équilibre :

$$K_a = \frac{[\mathrm{A^-}] \times [\mathrm{H_3O^+}]}{[\mathrm{AH}] \times c^\circ}$$

COMPRENDRE
L'eau, solvant, n'apparaît pas dans l'expression. Chaque concentration est divisée par c° : il en reste un seul au dénominateur et K_a est sans unité.

14 En déduire que, dans le lait du biberon, $[\mathrm{A}^-]$ est environ 200 fois plus grande que $[\mathrm{AH}]$.

Données utiles $\mathrm{p}K_a = 3{,}9$; $\mathrm{pH} = 6{,}2$; expression de K_a (Q13)

On isole le rapport cherché : $\dfrac{[\mathrm{A}^-]}{[\mathrm{AH}]} = \dfrac{K_a \times c^\circ}{[\mathrm{H_3O^+}]}$

Or $K_a = 10^{-\mathrm{p}K_a}$ et $[\mathrm{H_3O^+}] = c^\circ \times 10^{-\mathrm{pH}}$, donc

$$\frac{[\mathrm{A}^-]}{[\mathrm{AH}]} = \frac{10^{-\mathrm{p}K_a}}{10^{-\mathrm{pH}}} = 10^{\mathrm{pH}-\mathrm{p}K_a} = 10^{6{,}2-3{,}9} = 10^{2{,}3}$$

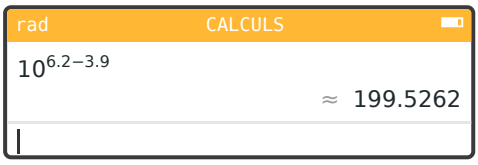
$\dfrac{[\mathrm{A}^-]}{[\mathrm{AH}]} = 2{,}0 \times 10^2$: $[\mathrm{A}^-] \approx 200 \times [\mathrm{AH}]$, résultat attendu.

MÉTHODE

Cette relation équivaut à $\mathrm{pH} = \mathrm{p}K_a + \log\dfrac{[\mathrm{A}^-]}{[\mathrm{AH}]}$.

Un écart de 2,3 unités entre pH et $\mathrm{p}K_a$ signifie un rapport de $10^{2{,}3}$, en accord avec la question 12.

À LA CALCULATRICE



15 Écrire la réaction support du dosage.

L'acide AH du couple AH/A^- cède un ion H^+ à la base HO^- du couple $\mathrm{H_2O}/\mathrm{HO}^-$. La transformation est totale.

$\mathrm{AH\,(aq) + HO^-\,(aq) \longrightarrow A^-\,(aq) + H_2O\,(l)}$

PIÈGE

Faire figurer les ions Na^+, spectateurs, ou écrire une double flèche : une réaction support de titrage est totale, elle s'écrit avec une flèche simple.

16 Déterminer la concentration en masse d'acide lactique dans le lait de biberon.

Données utiles $c_B = 2{,}0 \times 10^{-2}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$; $\overline{V_{BE}} = 12{,}2\ \mathrm{mL}$; $V_L = 40{,}0\ \mathrm{mL}$; $M = 90{,}0\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$

À l'équivalence, l'acide et la base ont été apportés dans les proportions stœchiométriques (une mole pour une mole) : $n(\mathrm{AH})_{\text{initial}} = n(\mathrm{HO}^-)_{\text{versé}}$, soit $c \times V_L = c_B \times \overline{V_{BE}}$.

La concentration en masse est $t = c \times M$, donc $t = \dfrac{c_B \times \overline{V_{BE}} \times M}{V_L}$

$$t = \frac{2{,}0 \times 10^{-2} \times 12{,}2 \times 90{,}0}{40{,}0} = 0{,}55\ \mathrm{g \cdot L^{-1}}$$

Concentration en masse d'acide lactique : $t = 0{,}55\ \mathrm{g \cdot L^{-1}}$

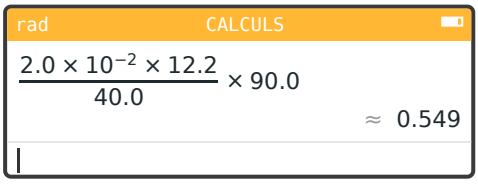
PIÈGE

Diviser par $V_L + V_{\text{eau}} = 190\ \mathrm{mL}$. L'acide dosé provient des 40,0 mL de lait ; l'eau ajoutée n'en apporte pas.

COMPRENDRE

Deux chiffres significatifs, comme c_B. Le résultat correspond à 5,5 °D et à l'ordonnée à l'origine des courbes de la figure 3 : le lait est frais.

À LA CALCULATRICE



17 Parmi le volume de lait V_L et le volume d'eau distillée V_{eau}, indiquer lequel a une incidence sur la valeur de V_{BE}.

D'après la relation à l'équivalence, $V_{BE} = \dfrac{c \times V_L}{c_B}$: le volume versé dépend de la quantité d'acide lactique présente dans l'erlenmeyer, fixée par V_L.

L'eau distillée dilue le mélange sans modifier cette quantité de matière.

Seul le volume de lait V_L a une incidence sur V_{BE}.

COMPRENDRE
Conséquence pratique : le lait se prélève à la pipette jaugée, l'eau peut être mesurée à l'éprouvette graduée (150 mL, sans décimale dans l'énoncé).

18 À l'aide de la figure 3, déterminer au bout de combien de temps les échantillons 2 et 3 ne sont plus considérés comme étant des laits frais.

Données utiles lait frais si acidité inférieure à 18 °D ; 1 °D correspond à $0{,}10$ g d'acide lactique par litre ; échantillon 2 à 20 °C, échantillon 3 à 30 °C

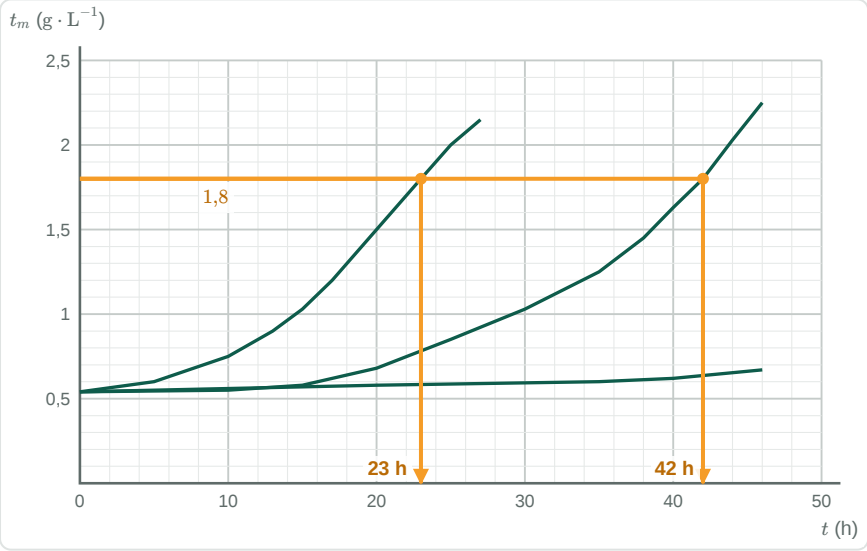
Seuil de fraîcheur : $18 \times 0{,}10 = 1{,}8\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$ d'acide lactique.

La température est un facteur cinétique : l'acide lactique se forme d'autant plus vite qu'il fait chaud. La courbe (a), la plus rapide, correspond donc à l'échantillon 3 (30 °C), la courbe (b) à l'échantillon 2 (20 °C) et la courbe (c) à l'échantillon 1 (5 °C).

On trace l'horizontale d'ordonnée $1{,}8\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$ et on lit l'abscisse de son intersection avec chaque courbe.

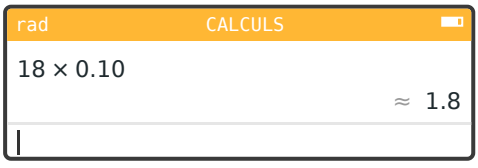
Le lait n'est plus frais après environ 23 h à 30 °C (échantillon 3) et environ 42 h à 20 °C (échantillon 2).

COMPRENDRE
À 5 °C, la courbe (c) reste voisine de $0{,}6\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$ après 46 h : au réfrigérateur, le lait est encore frais au bout de deux jours.



18 · Figure 3 du sujet : courbes (a), (b), (c) de gauche à droite, seuil à $1{,}8\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$

À LA CALCULATRICE



à la recherche d'une autre Terre

Bac 2023 Centres étrangers 1 Jour 1 · Exercice 2 **6 points** **Durée conseillée 1 h 03**

1 À partir de la figure 3, justifier l'utilisation du terme « périodique » pour décrire la variation de luminosité de l'étoile.

Sur la figure 3, la luminosité relative passe de 1,000 à 0,997 puis revient à 1,000, et ce même motif se répète à intervalles de temps égaux.

Le phénomène se reproduit identique à lui-même à intervalles de temps réguliers : il est **périodique**.

COMPRENDRE
Chaque creux correspond à un passage de l'exoplanète devant l'étoile : la période lue sur la figure est donc la période de révolution de P.

2 À partir de la figure 3, déterminer la valeur de la période T du phénomène le plus précisément possible, en indiquant la méthode employée.

Pour réduire l'incertitude de lecture, on mesure la durée du plus grand nombre possible de périodes entre deux creux situés sur des graduations.

Le 1er creux est à $t = 5$ h et le 12e à $t = 90$ h : ils sont séparés par 11 périodes.

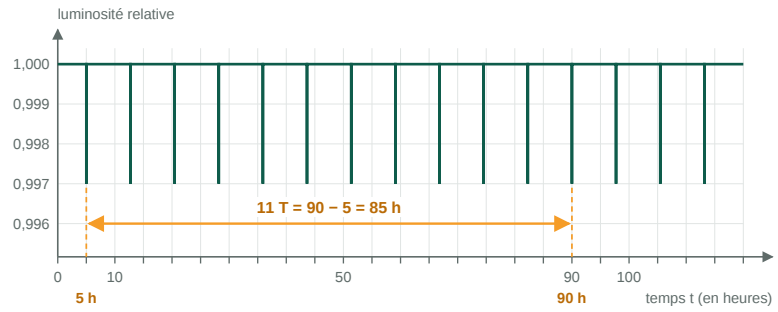
$11\,T = 90 - 5 = 85$ h, donc $T = \dfrac{85}{11}$

$T \approx 7{,}7$ h

PIÈGE
Entre le 1er et le 12e creux, il y a 11 intervalles, pas 12. Compter les creux au lieu des intervalles fausse la période.

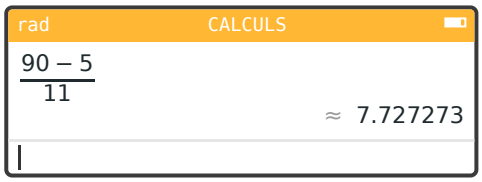
COMPRENDRE
La lecture se fait à l'heure près environ : deux chiffres significatifs suffisent pour T.

MÉTHODE
Mesurer onze périodes d'un coup divise par 11 l'erreur de lecture sur T.



2 · Figure 3 de l'annexe : onze périodes repérées entre le 1er et le 12e transit

À LA CALCULATRICE

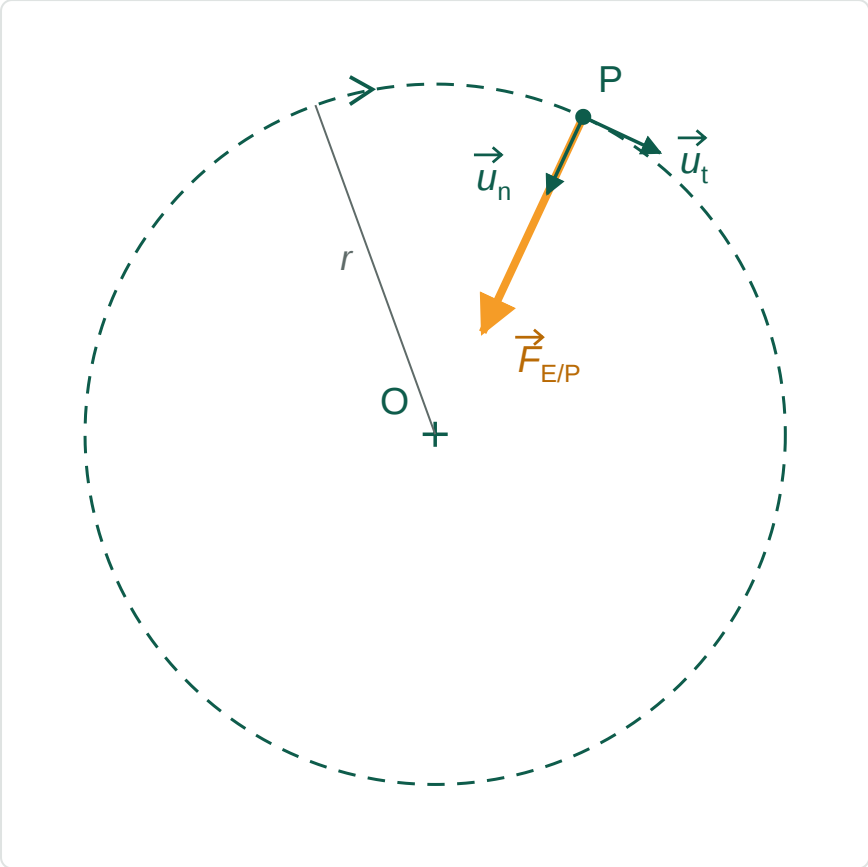


3 Sans souci d'échelle, représenter sur la figure 4 la force gravitationnelle exercée par l'étoile E sur l'exoplanète P.

La force gravitationnelle est attractive : elle s'applique en P, sa direction est la droite (PO) et elle est orientée de P vers O.

$\overrightarrow{F}_{E/P}$: flèche partant de P et pointant vers O, tracée sur la figure 4.

PIÈGE
Une flèche partant de O, ou dirigée vers l'extérieur de l'orbite, ne rapporte pas les points : la force s'applique sur P et attire P vers l'étoile.



3 · Figure 4 de l'annexe : force exercée par l'étoile E sur l'exoplanète P

4 Écrire l'expression vectorielle de cette force dans le repère de Frenet $(P, \vec{u}_t, \vec{u}_n)$ en fonction de G, M_E, m_P et r.

La force est dirigée vers O, comme le vecteur unitaire $\vec{u}_n$, et la distance entre les centres est r.

$$\vec{F}_{E/P} = \frac{G\,M_E\,m_P}{r^2}\,\vec{u}_n$$

PIÈGE
Pas de signe « $-$ » : dans le repère de Frenet, $\vec{u}_n$ pointe déjà vers le centre de la trajectoire.

5 Énoncer la deuxième loi de Kepler, dite « loi des aires ».

Le segment qui relie le centre de l'étoile à celui de la planète balaie des aires égales pendant des durées égales.

COMPRENDRE
La loi vaut pour tout astre en orbite autour d'un astre attracteur, ici P autour de E.

6 Compléter la figure 4 afin d'illustrer cette loi et justifier que le mouvement de l'exoplanète P est uniforme.

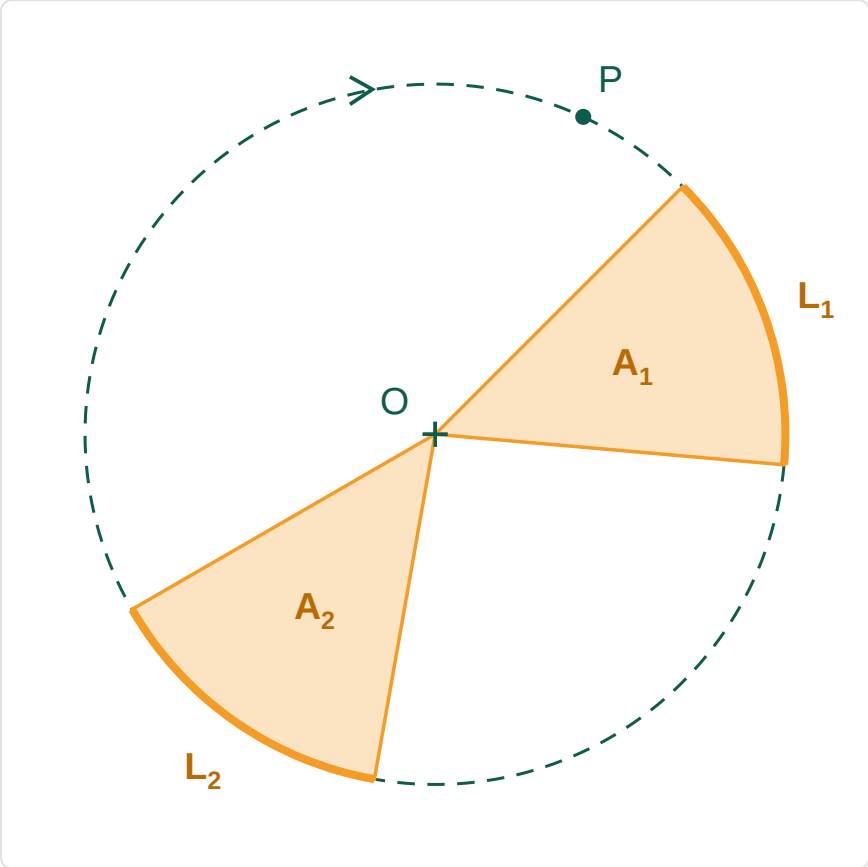
Sur la figure, on colorie deux aires A_1 et A_2 balayées par le segment [OP] pendant une même durée Δt. D'après la loi des aires, $A_1 = A_2$.

La trajectoire est un cercle : le rayon r est constant, donc deux secteurs de même aire interceptent des arcs de même longueur, $L_1 = L_2$.

L'exoplanète parcourt ainsi la même distance pendant la même durée : $\frac{L_1}{\Delta t} = \frac{L_2}{\Delta t}$, soit $v_1 = v_2$.

La valeur de la vitesse est la même en tout point de l'orbite : le mouvement est **uniforme**.

COMPRENDRE
Sur une orbite elliptique, la distance à l'étoile varie : des aires égales donnent des arcs inégaux et la vitesse change. C'est le cercle qui impose ici l'uniformité.



6 · Figure 4 de l'annexe : deux aires égales balayées pendant la même durée

7 Appliquer la deuxième loi de Newton à l'exoplanète P et démontrer que sa vitesse sur son orbite s'écrit $v_P = \sqrt{\dfrac{G\,M_E}{r}}$.

Système {exoplanète P}, de masse m_P constante ; référentiel de l'étoile E supposé galiléen ; seule force : $\overrightarrow{F}_{E/P}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \overrightarrow{F}_{\text{ext}} = m_P\,\vec{a}$, soit $\dfrac{G\,M_E\,m_P}{r^2}\,\vec{u}_n = m_P\,\vec{a}$, donc

$$\vec{a} = \frac{G\,M_E}{r^2}\,\vec{u}_n$$

Le mouvement est circulaire uniforme, donc dans le repère de Frenet : $\vec{a} = \dfrac{v_P^2}{r}\,\vec{u}_n$.

Par identification : $\dfrac{v_P^2}{r} = \dfrac{G\,M_E}{r^2}$, soit $v_P^2 = \dfrac{G\,M_E}{r}$. La vitesse est positive :

$$\boxed{v_P = \sqrt{\frac{G\,M_E}{r}}}$$

COMPRENDRE
La masse m_P se simplifie : la vitesse sur l'orbite ne dépend que de la masse de l'étoile et du rayon r.

MÉTHODE
Toujours le même plan : système, référentiel, bilan des forces, deuxième loi de Newton, expression de $\vec{a}$ dans le repère de Frenet, puis identification selon $\vec{u}_n$.

8 Donner l'expression de la période de révolution T en fonction de v_P et de r, puis en déduire que $T^2 = \dfrac{4\pi^2 r^3}{G M_E}$.

Pendant une période, l'exoplanète parcourt le périmètre $2\pi r$ de son orbite à la vitesse constante v_P :

$$T = \frac{2\pi r}{v_P}$$

On élève au carré et on remplace v_P^2 par $\dfrac{G M_E}{r}$ (question 7) :

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{v_P^2} = 4\pi^2 r^2 \times \frac{r}{G M_E}$$

$$\boxed{T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{G M_E}}$$

COMPRENDRE
Le rapport $\dfrac{T^2}{r^3}$ ne dépend que de la masse de l'étoile : c'est la troisième loi de Kepler.

9 En admettant que $T = 7{,}7$ h, montrer que le rayon r de la trajectoire circulaire de l'exoplanète est proche d'un million de kilomètres.

Données utiles $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$; $M_E = 9{,}5 \times 10^{29}$ kg ; $T = 7{,}7$ h

De la relation de la question 8 : $r^3 = \dfrac{G M_E T^2}{4\pi^2}$, soit $r = \sqrt[3]{\dfrac{G M_E T^2}{4\pi^2}}$.

Conversion : $T = 7{,}7 \times 3600 = 27\,720$ s.

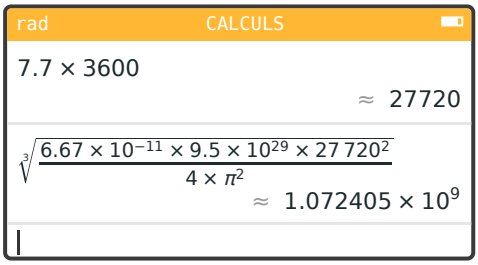
$$r = \sqrt[3]{\frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 9{,}5 \times 10^{29} \times 27\,720^2}{4\pi^2}} = 1{,}1 \times 10^9 \text{ m}$$

$r = 1{,}1 \times 10^6$ km, soit 1,1 million de kilomètres : valeur proche d'un million de kilomètres.

PIÈGE
Laisser T en heures donne un rayon faux d'un facteur supérieur à 200. Avec G en unités SI, T est en secondes et r sort en mètres.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme M_E et T, les données les moins précises.

À LA CALCULATRICE



10 Calculer la masse volumique de la planète et justifier la référence au fer dans le titre « Une planète de fer a été découverte ».

Données utiles $M_P = 0{,}55\,M_T$; $V_P = 0{,}37\,V_T$; $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg ; $R_T = 6{,}37 \times 10^{6}$ m ; $\rho(\text{Fe}) = 7{,}9 \times 10^{3}\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$

La Terre est assimilée à une sphère : $V_T = \dfrac{4}{3}\pi R_T^3$. Alors

$$\rho_P = \frac{M_P}{V_P} = \frac{0{,}55\,M_T}{0{,}37 \times \dfrac{4}{3}\pi R_T^3}$$

$$\rho_P = \frac{0{,}55 \times 5{,}97 \times 10^{24}}{0{,}37 \times \dfrac{4}{3}\pi \times (6{,}37 \times 10^{6})^3} = 8{,}2 \times 10^{3}\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Écart relatif avec le fer : $\dfrac{8{,}2 \times 10^{3} - 7{,}9 \times 10^{3}}{7{,}9 \times 10^{3}} \approx 4\ \%$.

$\rho_P = 8{,}2 \times 10^{3}\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$, très proche de $\rho(\text{Fe})$: la planète peut être constituée essentiellement de fer, d'où le titre.

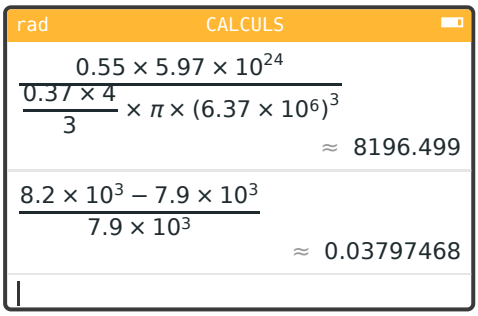
PIÈGE

Prendre $0{,}37\,R_T$ comme rayon de la planète : c'est le volume qui vaut 37 % de celui de la Terre, pas le rayon.

COMPRENDRE

Par comparaison, la Terre a une masse volumique moyenne de $5{,}5 \times 10^{3}\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$: l'exoplanète est nettement plus dense, ce qui renforce l'hypothèse du fer.

À LA CALCULATRICE



Four à céramique

Bac 2023 Centres étrangers 1 Jour 1 · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

1 Calculer la variation d'énergie interne ΔU du système {four} lorsque sa température passe de θ_i à θ_f.

Données utiles $m_f = 120$ kg ; $c_f = 800\ \text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$; $\theta_i = 20\ ^\circ\text{C}$; $\theta_f = 1000\ ^\circ\text{C}$

Le four est un système incompressible :

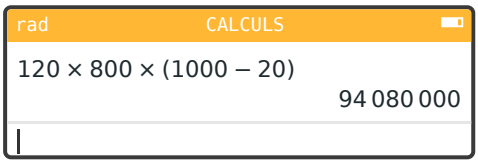
$$\Delta U = m_f \times c_f \times (\theta_f - \theta_i)$$

$$\Delta U = 120 \times 800 \times (1000 - 20)$$

$$\boxed{\Delta U = 9{,}41 \times 10^7\ \text{J}}$$

COMPRENDRE
Un écart de température a la même valeur en °C et en K : inutile de convertir. Résultat à trois chiffres significatifs, comme m_f et c_f.

À LA CALCULATRICE



2 Appliquer le premier principe de la thermodynamique au système {four} et en déduire la quantité d'énergie Q reçue par transfert thermique.

Données utiles $\Delta U = 9{,}41 \times 10^7$ J (Q1)

Pour le système {four}, au repos macroscopique, le premier principe s'écrit : $\Delta U = W + Q$.

Le four ne reçoit aucun travail ($W = 0$) : il n'échange de l'énergie que par transfert thermique. Donc $Q = \Delta U$.

$$\boxed{Q = 9{,}41 \times 10^7\ \text{J}}$$

PIÈGE
Donner la valeur sans écrire le premier principe ni justifier $W = 0$: la question demande explicitement de l'appliquer.

COMPRENDRE
$Q > 0$: le four reçoit de l'énergie, ce qui est cohérent avec l'élévation de sa température.

3 Montrer que la quantité d'énergie thermique Q_A que doit fournir la combustion du gaz vaut $Q_A = 1{,}4 \times 10^8$ J.

Données utiles 33 % de Q_A est perdue ; $Q = 9{,}41 \times 10^7$ J (Q2)

Le four ne reçoit que la part non perdue de Q_A, soit $100 - 33 = 67\ \%$:

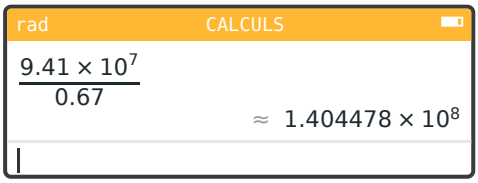
$$Q = 0{,}67 \times Q_A \quad \text{donc} \quad Q_A = \frac{Q}{0{,}67}$$

$$Q_A = \frac{9{,}41 \times 10^7}{0{,}67}$$

$$\boxed{Q_A = 1{,}4 \times 10^8\ \text{J, valeur attendue.}}$$

PIÈGE
Calculer $Q \times 1{,}33$: les 33 % portent sur Q_A, pas sur Q. On trouverait $1{,}25 \times 10^8$ J, qui s'arrondit à $1{,}3 \times 10^8$ J et non à la valeur demandée.

À LA CALCULATRICE



4 En déduire la masse m_g de gaz nécessaire pour atteindre la température θ_f.

Données utiles $Q_A = 1{,}4 \times 10^8$ J (Q3) ; $M = 44{,}1$ g · mol^{-1} ; $E_n = 2004$ kJ · mol^{-1}

La combustion d'une quantité de matière n_g de propane libère $Q_A = n_g \times E_n$, avec $n_g = \dfrac{m_g}{M}$. Donc :

$$m_g = \frac{Q_A \times M}{E_n}$$

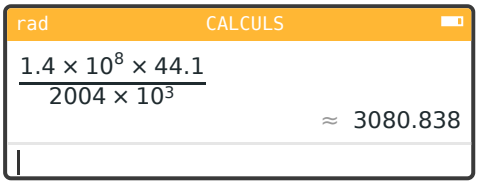
$$m_g = \frac{1{,}4 \times 10^8 \times 44{,}1}{2004 \times 10^3}$$

$m_g = 3{,}1 \times 10^3$ g, soit 3,1 kg.

PIÈGE
Laisser E_n en kJ · mol^{-1} alors que Q_A est en joules : la masse serait mille fois trop grande.

MÉTHODE
Énergie de combustion vers masse : 1) $n = \dfrac{Q}{E_n}$; 2) $m = n \times M$. La même démarche resservira à la question 9.

À LA CALCULATRICE



5 Le débit du gaz étant constant, $D = 1250$ g · h^{-1}, déterminer la durée Δt_A nécessaire pour que le four atteigne la température souhaitée.

Données utiles $m_g = 3{,}1 \times 10^3$ g (Q4) ; $D = 1250$ g · h^{-1}

Le débit massique est la masse de gaz cédée par unité de temps : $D = \dfrac{m_g}{\Delta t_A}$, donc

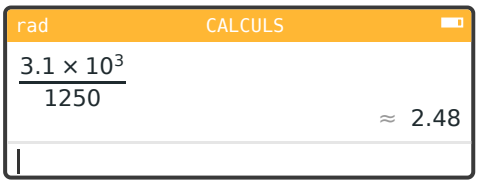
$$\Delta t_A = \frac{m_g}{D}$$

$$\Delta t_A = \frac{3{,}1 \times 10^3}{1250}$$

$\Delta t_A = 2{,}5$ h, soit environ 2 h 30 min.

PIÈGE
Le débit est en grammes par heure : le résultat sort en heures, pas en secondes. Garder m_g en grammes.

À LA CALCULATRICE



6 Citer les trois modes de transfert thermique possibles du four vers le milieu extérieur.

Conduction, convection et rayonnement.

COMPRENDRE
Conduction à travers les briques, convection de l'air au contact des parois et par la cheminée, rayonnement des parois chaudes.

7 Calculer le flux thermique Φ entre le système {four} et le milieu extérieur lorsque le four est maintenu à $\theta_{four} = 1000$ °C.

Données utiles $R_{th} = 0{,}60$ K · W^{-1} ; $\theta_{four} = 1000$ °C ; $\theta_{ext} = 20$ °C

$$\Phi = \frac{\theta_{four} - \theta_{ext}}{R_{th}}$$

$$\Phi = \frac{1000 - 20}{0{,}60}$$

$\Phi = 1{,}6 \times 10^3$ W

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme R_{th}. Pour la suite, on garde la valeur non arrondie $1{,}63 \times 10^3$ W afin de ne pas cumuler les arrondis.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{1000 - 20}{0.60}$

$\approx$ 1633.333

8 Montrer que l'énergie Q_B nécessaire pour maintenir constante la température du four pendant Δt_B est proche de 2,0 MJ.

Données utiles $\Phi = 1{,}63 \times 10^3$ W (Q7) ; $\Delta t_B = 20$ min

La température du four reste constante : l'énergie Q_B reçue compense exactement l'énergie perdue vers l'extérieur pendant Δt_B.

$$Q_B = \Phi \times \Delta t_B$$

avec $\Delta t_B = 20 \times 60 = 1{,}2 \times 10^3$ s.

$Q_B = 1{,}63 \times 10^3 \times 1{,}2 \times 10^3 = 1{,}96 \times 10^6$ J

$Q_B = 1{,}96$ MJ $\approx 2{,}0$ MJ, valeur attendue.

PIÈGE
Laisser Δt_B en minutes. Un watt est un joule par seconde : la durée doit être en secondes.

COMPRENDRE
À température constante, $\Delta U = 0$: tout ce que le four reçoit repart vers l'extérieur.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$1.63 \times 10^3 \times 20 \times 60$

$\approx$ 1956000

9 En déduire la masse de gaz minimale m_{min} qui doit être consommée pendant la phase de maintien en température.

Données utiles $Q_B = 1{,}96 \times 10^6$ J (Q8) ; $M = 44{,}1$ g · mol^{-1} ; $E_n = 2004$ kJ · mol^{-1}

Même raisonnement qu'à la question 4, en supposant que toute l'énergie de combustion est reçue par le four :

$$m_{min} = \frac{Q_B \times M}{E_n}$$

$$m_{min} = \frac{1{,}96 \times 10^6 \times 44{,}1}{2004 \times 10^3}$$

$m_{min} = 43$ g

COMPRENDRE
La masse est « minimale » car l'énoncé ne donne aucune perte pour cette phase. Si une partie de la chaleur de combustion s'échappait sans chauffer le four, il faudrait brûler davantage de gaz.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{1.96 \times 10^6 \times 44.1}{2004 \times 10^3}$

$\approx$ 43.13174

10 Comparer l'énergie Q_A nécessaire à la mise en température à l'énergie Q_B nécessaire au maintien en température. En tirer une conclusion pratique lorsque l'on a plusieurs cuissons à réaliser.

Données utiles $Q_A = 1{,}4 \times 10^8$ J (Q3) ; $Q_B = 2{,}0 \times 10^6$ J (Q8)

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{1{,}4 \times 10^8}{2{,}0 \times 10^6} = 70$$

La mise en température demande environ 70 fois plus d'énergie que le maintien à 1000 °C pendant 20 min.

$Q_A \approx 70 \times Q_B$: il faut enchaîner les cuissons sans laisser le four refroidir, pour ne payer la mise en température qu'une seule fois.

PIÈGE

Se contenter de « Q_A est plus grande que Q_B ». Comparer exige un rapport chiffré, et la question attend en plus une conclusion pratique.

À LA CALCULATRICE

