EXERCICE I (11 points)
AUTOUR DE SATURNE

La planète Saturne, connue pour ses anneaux, compte pas moins de 80 satellites naturels ou « lunes ».

La plus grande de ces lunes, Titan, n'est pas visible à l'œil nu. Elle a été découverte en 1655 par Christian Huygens (1629 – 1695) grâce à une lunette astronomique de sa conception.

L'une des lunes les plus proches de Saturne est Janus, découverte en 1966 par plusieurs astronomes dont le français Audouin Dollfus (1924 – 2010).



Illustration tirée de : starwalk.space/fr

Cet exercice a plusieurs objectifs : justifier l'utilisation d'une lunette astronomique pour observer Titan (**parties A et B**), étudier ses limites d'observation (**partie C**), puis étudier le mouvement des anneaux et de Janus (**partie D**).

Données :

– Diamètre apparent d'un objet et pouvoir séparateur de l'œil, document 1.

Document 1 – Diamètre apparent d'un objet et pouvoir séparateur

Le **diamètre apparent** d'un objet, noté θ, est l'angle sous lequel un objet AB est vu par un observateur (Cf. figure).



Le **pouvoir séparateur de l'œil**, noté ε, est la valeur minimale de l'angle sous lequel les deux points A et B peuvent être vus séparément. Pour l'œil humain, $\varepsilon = 3\times10^{-4}$ rad.

– Distance moyenne Titan – Terre : $D = 1{,}43\times10^{9}$ km
– Diamètre de Titan : $d = 5{,}2\times10^{3}$ km
– Angle sous lequel est vue la lune Janus depuis la Terre : $\theta_J = 1{,}3\times10^{-7}$ rad
– Dans tout l'exercice les angles sont suffisamment petits pour que l'on puisse faire l'approximation : $\tan\theta \approx \theta$, avec θ en radian.

Partie A – Observation de Titan à l'œil nu

1. Montrer que l'angle θ sous lequel se présente Titan depuis la Terre vaut approximativement $3{,}6\times10^{-6}$ rad.
2. Justifier que Titan n'est pas observable à l'œil nu.
3. En déduire la valeur G_{min} du grossissement minimal que doit avoir un instrument d'optique, telle une lunette, pour observer Titan depuis la Terre.

Partie B – Observation de Titan à l'aide d'une lunette astronomique

Une élève se rend à l'Observatoire historique de Marseille pour observer Saturne et ses satellites. Elle fait ses observations à l'aide d'une lunette astronomique dont les caractéristiques sont données ci-dessous.

Objectif : Distance focale f'_{ob} = 3,10 m. Diamètre d_{ob} = 260 mm.

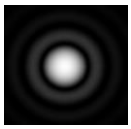
Pour l'oculaire, trois distances focales f'_{oc} sont possibles : 12 mm, 25 mm, 40 mm.

Le schéma de principe modélisant cette lunette est présenté en **ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE**. L'objet $A_\infty B_\infty$ observé est situé à l'infini, il est perpendiculaire à l'axe optique ; le point A_∞ est sur l'axe optique. Seuls quelques rayons issus de B_∞ sont représentés. Les angles ne sont pas à l'échelle. On rappelle qu'un système optique est dit « afocal » s'il donne d'un objet à l'infini une image à l'infini.

4. Identifier l'objectif et l'oculaire sur le schéma en **ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE** et positionner les foyers F_2 et F'_2 de la lentille L_2 pour obtenir une lunette afocale.
5. Construire sur le schéma en **ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE** la marche complète des rayons lumineux incidents issus d'un point objet B_∞ situé à l'infini, en faisant apparaître l'image intermédiaire B_1 donnée par la lentille L_1.
6. À partir de la définition du grossissement G, établir que dans le cas d'une lunette afocale :
$$G = \frac{f'_{ob}}{f'_{oc}}$$
7. Parmi les différents oculaires disponibles, indiquer en justifiant celui qui permet d'obtenir le grossissement maximal.
8. Indiquer s'il est possible d'observer chacune des deux lunes, Titan et Janus, à l'aide de cette lunette.
9. Donner une estimation de la longueur L de la lunette de l'observatoire de Marseille en s'appuyant sur le schéma de principe de la lunette représentée en **ANNEXE** et sur les valeurs des distances focales.

Partie C – Limites d'observation de la lunette astronomique

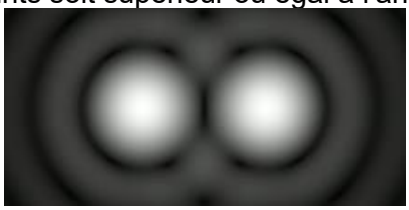
Le grossissement de la lunette n'est pas une donnée suffisante pour être assuré d'observer correctement Titan.

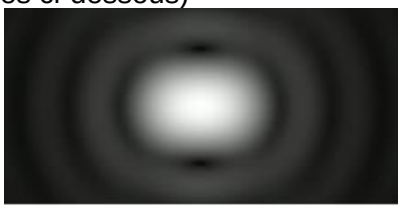

Tache d'Airy

En effet, la lunette astronomique devrait former, à partir d'un point objet, un point image. Mais le caractère ondulatoire de la lumière entraîne la formation d'une tache à la place du point image souhaité. Cette tache, provoquée par la monture de l'objectif de diamètre d_{ob}, est constituée de cercles lumineux concentriques appelée tache d'Airy (voir ci-contre).
Ce phénomène limite le pouvoir de résolution de la lunette (voir document 2 ci-dessous).

Document 2 – Pouvoir de résolution d'un instrument d'optique

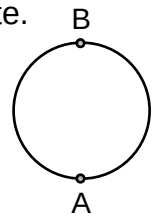
Le pouvoir de résolution est lié à la capacité à discerner les détails à travers un système optique (microscope, télescope, lunette, œil…). Il est caractérisé par un angle α.
Pour une lunette, il a pour expression :
$$\alpha = \frac{1{,}22 \times \lambda}{d_{ob}}$$
où λ est la longueur d'onde du faisceau incident et d_{ob} le diamètre de l'objectif.
La lunette astronomique permet de distinguer deux points à condition que l'écart angulaire θ' entre ces deux points soit supérieur ou égal à l'angle α (voir figures ci-dessous)


$\theta' > \alpha$: les deux points peuvent être discernés


$\theta' \leq \alpha$: les deux points ne peuvent pas être discernés

10. Nommer le phénomène physique qui limite le pouvoir de résolution de la lunette.

Un critère retenu pour voir correctement Titan est de pouvoir distinguer ses pôles, repérés par les points A et B (schéma ci-contre).



11. Pour la longueur d'onde du visible λ = 550 nm et pour un grossissement G = 260, vérifier que la lunette permet d'observer Titan correctement.

12. Expliquer pourquoi il est préférable d'utiliser des lunettes avec un objectif ayant un grand diamètre d'ouverture.

Partie D – Autour de Saturne

Les anneaux de Saturne semblent continus depuis la Terre. En réalité, ils sont constitués de morceaux de glace et de poussières dont la taille maximale est de l'ordre de quelques centaines de mètres. Chacun de ces morceaux, tout comme les lunes en orbite autour de Saturne, obéissent aux lois du mouvement d'un satellite dans un champ de gravitation.

Données

- Rayon de Saturne : $R_S = 58{,}2\times10^3$ km
- Rayon intérieur du premier anneau : $r_{int} = 6{,}69\times10^4$ km
- Rayon extérieur du premier anneau : $r_{ext} = 7{,}45\times10^4$ km
- Rayon extérieur du dernier anneau : $R_{ext} = 1{,}36\times10^5$ km
- Rayon de l'orbite de Janus : $R_J = 1{,}51\times10^5$ km
- Constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67\times10^{-11}$ m^3·km^{-1}·s^{-2}

La vitesse v, constante, d'un satellite de masse m en orbite circulaire autour de Saturne est donnée par la relation :

$$v = \sqrt{\frac{G\times M_S}{r}} \qquad \textbf{(relation 1)}$$

Où r est le rayon constant de l'orbite du satellite et M_S la masse de Saturne.

13. Retrouver la relation 1 en utilisant la deuxième loi de Newton et la loi d'interaction gravitationnelle.

14. Montrer que l'expression de la vitesse du satellite permet de retrouver la troisième loi de Kepler qui relie la période T du satellite au rayon r de son orbite : $T^2 = k\,r^3$ avec $k = \frac{4\pi^2}{G\times M_S}$

15. Déterminer la masse de Saturne sachant que la période de révolution de Janus est de 17h.

16. Justifier qualitativement que tous les corps du premier anneau ne tournent pas à la même vitesse autour de Saturne.

17. Déterminer le nombre de tours effectués par la bordure interne du premier anneau, située à la distance r_{int}, pendant que la bordure externe du dernier anneau, située à R_{ext}, réalise un tour complet.

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

EXERCICE I

Questions 4 et 5

