# étude des agrégats d'eau

Bac 2023 Asie Jour 2 · Exercice 3 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h**

**1** Montrer que la masse $m_1$ d'un agrégat de $N = 50$ molécules d'eau est d'environ $1{,}50 \times 10^{-24}$ kg et expliquer pourquoi on ne peut pas déterminer cette masse directement.

**Données utiles** $N = 50$ ; $M = 18{,}0\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ; $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$

Une mole d'eau, soit $N_A$ molécules, a une masse $M$ : une molécule a donc une masse $\dfrac{M}{N_A}$.

Pour $N$ molécules : $m_1 = \dfrac{N \times M}{N_A}$

$$m_1 = \frac{50 \times 18{,}0}{6{,}02 \times 10^{23}} = 1{,}50 \times 10^{-21}\ \text{g}$$

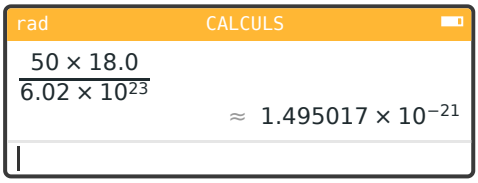
Cette masse est bien trop petite pour être mesurée par une pesée : aucune balance n'a une telle sensibilité.

$m_1 = 1{,}50 \times 10^{-24}$ kg, valeur conforme à celle de l'énoncé.

**PIÈGE**
$M$ est en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ : le calcul donne des grammes. Il faut encore diviser par 1000 pour obtenir des kilogrammes.

**COMPRENDRE**
Trois chiffres significatifs, comme $M$ et $N_A$ ; le nombre $N = 50$ est un entier exact, il ne limite pas la précision.

**À LA CALCULATRICE**




**2** Sur un schéma, représenter le vecteur champ électrique $\vec{E}$ dans la zone d'accélération et déterminer sa valeur $E$.

**Données utiles** $U_{AB} = U = 10{,}0$ kV ; $AB = 10$ cm

Le champ $\vec{E}$ est perpendiculaire aux armatures et dirigé de l'armature positive A vers l'armature négative B (voir schéma).

$E = \dfrac{|U_{AB}|}{AB}$

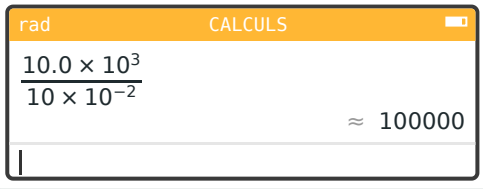
$$E = \frac{10{,}0 \times 10^{3}}{10 \times 10^{-2}}$$

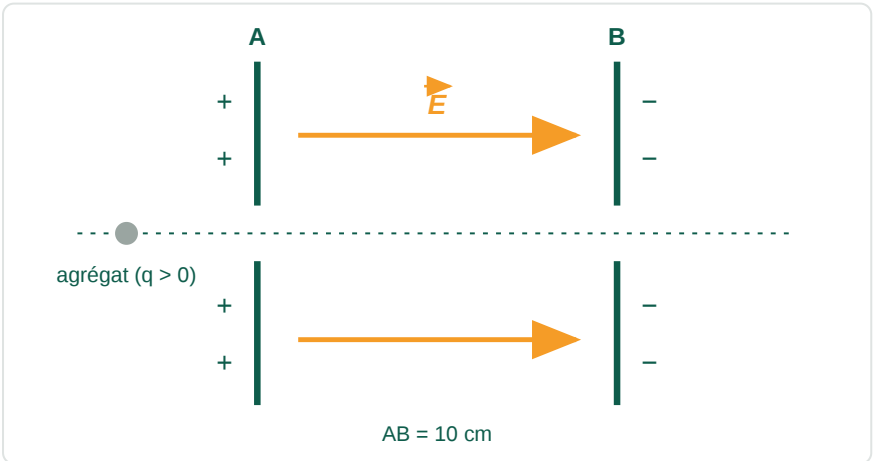
$E = 1{,}0 \times 10^{5}\ \text{V} \cdot \text{m}^{-1}$

**PIÈGE**
Conversions oubliées : $U$ en volts ($10{,}0\ \text{kV} = 10{,}0 \times 10^3$ V) et $AB$ en mètres ($10\ \text{cm} = 0{,}10$ m).

**COMPRENDRE**
Deux chiffres significatifs seulement : la distance $AB = 10$ cm est la donnée la moins précise.

**À LA CALCULATRICE**




**2** · Zone d'accélération : le champ $\vec{E}$ (en orange) va de l'armature A, chargée $+$, vers l'armature B, chargée $-$

**3** Donner les caractéristiques (direction, sens, valeur) de la force électrique $\vec{F}$ qui s'exerce sur un agrégat dans la zone d'accélération.

**Données utiles** $q = +1{,}60 \times 10^{-19}$ C ; $E = 1{,}0 \times 10^{5}$ V · m$^{-1}$ (Q2)

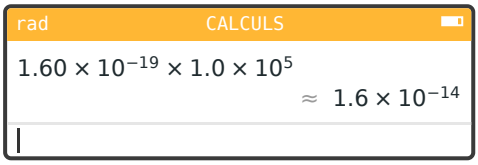
$\vec{F} = q\,\vec{E}$ avec $q > 0$ : $\vec{F}$ a la même direction et le même sens que $\vec{E}$.

- Direction : perpendiculaire aux armatures.
- Sens : de A vers B.
- Valeur : $F = q \times E = 1{,}60 \times 10^{-19} \times 1{,}0 \times 10^{5}$

$F = 1{,}6 \times 10^{-14}$ N, force perpendiculaire aux armatures, dirigée de A vers B.

**COMPRENDRE**
C'est le signe de $q$ qui fixe le sens : avec une charge négative, la force serait opposée au champ et l'agrégat serait freiné.

**À LA CALCULATRICE**




**4** En comparant les valeurs $P_1$ du poids d'un agrégat de masse $m_1$ et $F$ de la force électrique, montrer qu'on peut négliger l'effet du poids devant celui de la force électrique.

**Données utiles** $m_1 = 1{,}50 \times 10^{-24}$ kg (Q1) ; $g = 9{,}81$ m · s$^{-2}$ ; $F = 1{,}6 \times 10^{-14}$ N (Q3)

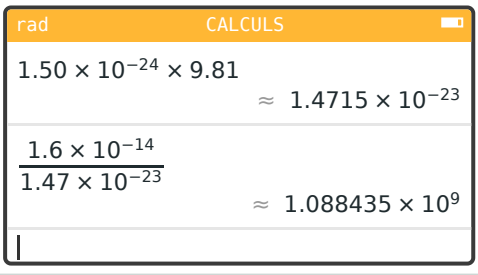
$$P_1 = m_1 \times g = 1{,}50 \times 10^{-24} \times 9{,}81 = 1{,}47 \times 10^{-23} \text{ N}$$

$$\frac{F}{P_1} = \frac{1{,}6 \times 10^{-14}}{1{,}47 \times 10^{-23}} = 1{,}1 \times 10^{9}$$

$F \approx 1{,}1 \times 10^{9} \times P_1$ : la force électrique est environ un milliard de fois plus grande que le poids, qui est donc négligeable.

**MÉTHODE**
Pour comparer deux grandeurs de même nature, on calcule leur rapport. Au-delà d'un facteur 100 environ, la plus petite peut être négligée.

**À LA CALCULATRICE**




**5** Exprimer le travail $W_{AB}(\vec{F})$ de la force électrique dans la zone d'accélération en fonction de $q$ et $U$.

La force $\vec{F}$ est constante, de même direction et de même sens que le déplacement $\overrightarrow{AB}$ :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = F \times AB \times \cos(0) = q\,E \times AB$$

Or $E = \dfrac{U}{AB}$, donc $W_{AB}(\vec{F}) = q \times \dfrac{U}{AB} \times AB$

$W_{AB}(\vec{F}) = q\,U$

**COMPRENDRE**
Le travail est positif, donc moteur : la force électrique fait gagner de la vitesse à l'agrégat. La distance $AB$ a disparu du résultat, seule la tension compte.

**6** En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, montrer que la vitesse en sortie de zone d'accélération est $v_B = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$.

Système {agrégat} de masse $m$, référentiel du laboratoire supposé galiléen. Seule la force électrique travaille (poids négligé, Q4).

Théorème de l'énergie cinétique entre A et B :

$$\frac{1}{2}\,m\,v_B^2 - \frac{1}{2}\,m\,v_A^2 = W_{AB}(\vec{F}) = q\,U$$

Comme $v_A$ est négligeable devant $v_B$ : $\frac{1}{2}\,m\,v_B^2 = q\,U$, d'où $v_B^2 = \frac{2\,q\,U}{m}$.

$v_B = \sqrt{\frac{2\,q\,U}{m}}$, expression attendue.

**MÉTHODE**
Théorème de l'énergie cinétique : 1) système et référentiel ; 2) bilan des forces et de leurs travaux ; 3) variation d'énergie cinétique égale à la somme des travaux ; 4) simplification, puis on isole la vitesse.

**7** En négligeant le poids de l'agrégat, décrire son mouvement dans la zone de déplacement libre.

Dans cette zone, il n'y a plus de champ électrique et le vide est poussé (pas de frottement) : le poids étant négligé, l'agrégat n'est soumis à aucune force.

D'après le principe d'inertie, son vecteur vitesse reste constant, égal à $\vec{v}_B$.

Le mouvement de l'agrégat est **rectiligne uniforme**, à la vitesse $v_B$ .

**PIÈGE**
Répondre « rectiligne uniforme » sans justification. Il faut le bilan des forces (aucune) et la loi utilisée (principe d'inertie).

**8** Montrer que la durée $\Delta t$ est proportionnelle à $\sqrt{m}$ et en déduire que la mesure de $\Delta t$ permet de déterminer la masse de l'agrégat.

Le mouvement étant rectiligne uniforme à la vitesse $v_B$ (Q7) : $v_B = \frac{D}{\Delta t}$ , donc

$$\Delta t = \frac{D}{v_B} = D\sqrt{\frac{m}{2\,q\,U}} = \frac{D}{\sqrt{2\,q\,U}} \times \sqrt{m}$$

$D$, $q$ et $U$ sont fixés par le dispositif : $\Delta t = k \times \sqrt{m}$ avec $k$ constante.

En élevant au carré, on isole la masse :

$\Delta t$ est proportionnelle à $\sqrt{m}$ et $m = \frac{2\,q\,U\,\Delta t^2}{D^2}$ : mesurer $\Delta t$ donne $m$.

**COMPRENDRE**
Plus l'agrégat est lourd, plus il sort lentement de la zone d'accélération et plus il met de temps à atteindre le détecteur. Le temps de vol trie les agrégats par masse.

**9** Déterminer le nombre de molécules d'eau qui constituent les agrégats du deuxième pic.

**Données utiles** figure 2 : $\Delta t_1 = 43{,}23\ \mu s$ (pic de référence, 50 molécules) ; $\Delta t_2 = 43{,}66\ \mu s$ (deuxième pic)

D'après Q8, la masse est proportionnelle au carré du temps de vol ($D$, $q$ et $U$ identiques pour les deux pics) :

$$\frac{m_2}{m_1} = \left(\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}\right)^2$$

Un agrégat de $N_2$ molécules a une masse proportionnelle à $N_2$ : $\frac{m_2}{m_1} = \frac{N_2}{50}$. Donc

$$N_2 = 50 \times \left(\frac{43{,}66}{43{,}23}\right)^2 = 51{,}0$$

$N_2 = 51$ : les agrégats du deuxième pic contiennent 51 molécules d'eau, une molécule s'est collée à l'agrégat initial.

**PIÈGE**
Oublier le carré : avec $\Delta t_2/\Delta t_1$ seul, on trouve $50{,}5$, qui n'est pas un entier. Un nombre de molécules est forcément entier.

**MÉTHODE**
Quand une donnée manque (ici $D$), on forme le rapport de deux mesures : les constantes communes se simplifient. Les durées peuvent alors rester en microsecondes.

**À LA CALCULATRICE**

