Un "jet de 7 mètres" au hand-ball

Bac 2023 Centres étrangers 2 Jour 1 · Exercice 1 **11 points** **Durée conseillée 1 h 56**

Q.1 Nommer le référentiel dans lequel la trajectoire du ballon est observée sur la chronophotographie.

La caméra est fixe par rapport au sol du gymnase.

Le mouvement est observé dans le **référentiel terrestre** (lié au sol).

Q.2 En précisant les hypothèses, établir l'expression du vecteur accélération du centre de masse du ballon, puis ses coordonnées dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Système : {ballon}, de masse m constante. Référentiel terrestre, supposé galiléen.

Bilan des forces : le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$ seulement, puisque l'action de l'air est négligée (chute libre).

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$.

Le vecteur $\vec{g}$ est vertical et dirigé vers le bas, alors que $\vec{j}$ est dirigé vers le haut :

$\vec{a} = \vec{g}$, de coordonnées $a_x = 0$ et $a_y = -g$

PIÈGE
Oublier une hypothèse : référentiel supposé galiléen, masse constante, action de l'air négligée. La question les demande explicitement, elles sont notées.

COMPRENDRE
La masse se simplifie : l'accélération d'un objet en chute libre ne dépend pas de sa masse.

Q.3 Déterminer par analyse dimensionnelle laquelle des trois expressions proposées pour g est homogène.

Données utiles g en $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; G en $\text{m}^3\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$; M_T en kg ; R_T en m

On cherche l'unité de chaque expression et on la compare à celle de g, le $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

- a) $\dfrac{G\,M_T^2}{R_T}$: $\dfrac{\text{m}^3\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}\times\text{kg}^2}{\text{m}} = \text{m}^2\cdot\text{kg}\cdot\text{s}^{-2}$: ne convient pas.
- b) $\dfrac{G\,M_T}{R_T^2}$: $\dfrac{\text{m}^3\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}\times\text{kg}}{\text{m}^2} = \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$: convient.
- c) $\dfrac{G+M_T}{R_T^2}$: on ne peut pas additionner G et M_T, qui n'ont pas la même unité : ne convient pas.

Seule l'expression b) est homogène : $g = \dfrac{G\,M_T}{R_T^2}$

MÉTHODE
Remplacer chaque grandeur par son unité, simplifier, comparer à l'unité attendue. Une somme de deux grandeurs d'unités différentes est toujours à rejeter.

Q.4 Montrer que les coordonnées du vecteur vitesse sont $v_x(t) = v_0\cos(\alpha)$ et $v_y(t) = -g\,t + v_0\sin(\alpha)$.

Par définition $\vec{a} = \dfrac{\text{d}\vec{v}}{\text{d}t}$, donc $\dfrac{\text{d}v_x}{\text{d}t} = 0$ et $\dfrac{\text{d}v_y}{\text{d}t} = -g$.

On cherche les primitives : $v_x(t) = C_1$ et $v_y(t) = -g\,t + C_2$, où C_1 et C_2 sont des constantes.

Condition initiale : à $t = 0$, $\vec{v} = \vec{v}_0$ de coordonnées $v_0\cos(\alpha)$ et $v_0\sin(\alpha)$. Donc $C_1 = v_0\cos(\alpha)$ et $C_2 = v_0\sin(\alpha)$.

$v_x(t) = v_0\cos(\alpha)$ et $v_y(t) = -g\,t + v_0\sin(\alpha)$

PIÈGE
Passer directement de l'accélération au résultat. Les constantes d'intégration doivent apparaître, puis être déterminées par la vitesse à $t = 0$.

Q.5 Sur le graphique, identifier la courbe correspondant à v_x et celle correspondant à v_y. Justifier.

$v_x(t) = v_0\cos(\alpha)$ ne dépend pas du temps : sa représentation est une droite horizontale. C'est la courbe 1, dont les points restent proches d'une même valeur.

$v_y(t) = -g\,t + v_0\sin(\alpha)$ est une fonction affine du temps, de coefficient directeur négatif $-g$: sa représentation est une droite décroissante. C'est la courbe 2.

Courbe 1 : v_x (constante) ; courbe 2 : v_y (affine décroissante).

COMPRENDRE
La courbe 2 coupe l'axe des abscisses vers $t = 0{,}46$ s : v_y s'annule, le ballon est au sommet de sa trajectoire. Ensuite $v_y < 0$, il redescend.

Q.6 Calculer à partir de ces courbes la norme v_0 du vecteur vitesse initiale, ainsi que la valeur de l'angle α.

Données utiles lecture graphique à $t = 0$: $v_x(0) = 6{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_y(0) = 4{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

À $t = 0$: $v_x(0) = v_0\cos(\alpha)$ et $v_y(0) = v_0\sin(\alpha)$.

Norme : $v_0 = \sqrt{v_x(0)^2 + v_y(0)^2} = \sqrt{6{,}8^2 + 4{,}6^2} = 8{,}2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

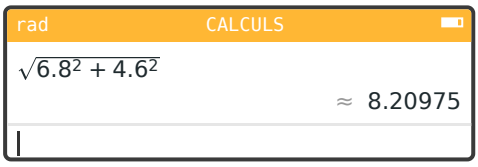
Angle : $\tan(\alpha) = \dfrac{v_y(0)}{v_x(0)}$, donc $\alpha = \arctan\left(\dfrac{4{,}6}{6{,}8}\right) = 34^\circ$

$v_0 = 8{,}2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $\alpha = 34^\circ$

PIÈGE
Calculatrice en radians : $\arctan$ affiche alors 0,59 au lieu de 34. Vérifier le mode degrés avant le calcul de l'angle.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme les lectures graphiques. En lisant plutôt les droites de modélisation (environ 6,5 et 4,5), on trouve des valeurs voisines : toute lecture cohérente et annoncée est acceptée.

À LA CALCULATRICE



Q.7 Établir les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ du mouvement lors du tir.

Données utiles à $t = 0$: $x_0 = 0$; $y_0 = h$

Par définition $\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{OG}}{\mathrm{d}t}$, donc $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v_0\cos(\alpha)$ et $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -g\,t + v_0\sin(\alpha)$.

On cherche les primitives : $x(t) = v_0\cos(\alpha)\,t + C_3$ et $y(t) = -\dfrac{1}{2}g\,t^2 + v_0\sin(\alpha)\,t + C_4$.

Condition initiale : à $t = 0$, $x(0) = 0$ et $y(0) = h$, donc $C_3 = 0$ et $C_4 = h$.

$x(t) = v_0\cos(\alpha)\,t$ et $y(t) = -\dfrac{1}{2}g\,t^2 + v_0\sin(\alpha)\,t + h$

PIÈGE
Écrire $C_4 = 0$ par habitude. Le ballon part de la hauteur $h = 2{,}34$ m, pas de l'origine du repère.

Q.8 En déduire l'équation $y(x)$ de la trajectoire donnée par le sujet.

On élimine le temps. De $x = v_0 \cos(\alpha)\, t$ on tire $t = \dfrac{x}{v_0 \cos(\alpha)}$, que l'on reporte dans $y(t)$:

$$y(x) = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos(\alpha)} \right)^2 + v_0 \sin(\alpha) \frac{x}{v_0 \cos(\alpha)} + h$$

Comme $\dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \tan(\alpha)$:

$$y(x) = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha)\, x + h$$

COMPRENDRE
y est un polynôme du second degré en x, de coefficient dominant négatif : la trajectoire est une portion de parabole tournée vers le bas, la « cloche » du lob.

Q.9 Le gardien est à 4,0 m du tireur et peut atteindre 2,8 m bras levé en plein saut. Déterminer si le « jet de 7 mètres » étudié permet de marquer un but.

Données utiles $v_0 = 8{,}2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $\alpha = 34°$ (Q.6) ; $h = 2{,}34$ m ; $g = 9{,}81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; but à 7,0 m du tireur, barre transversale à 2,0 m

Le but est marqué si deux conditions sont réunies :

- le ballon passe au-dessus de la main du gardien : $y(4{,}0) > 2{,}8$ m ;
- le ballon entre dans le but, sous la barre et avant de toucher le sol : $0 < y(7{,}0) < 2{,}0$ m.

Au niveau du gardien :

$$y(4{,}0) = -\frac{1}{2} \times 9{,}81 \times \frac{4{,}0^2}{8{,}2^2 \times \cos^2(34°)} + \tan(34°) \times 4{,}0 + 2{,}34 = 3{,}3\ \text{m}$$

$3{,}3\ \text{m} > 2{,}8\ \text{m}$: le gardien ne peut pas toucher le ballon.

Au niveau du but :

$$y(7{,}0) = -\frac{1}{2} \times 9{,}81 \times \frac{7{,}0^2}{8{,}2^2 \times \cos^2(34°)} + \tan(34°) \times 7{,}0 + 2{,}34 = 1{,}9\ \text{m}$$

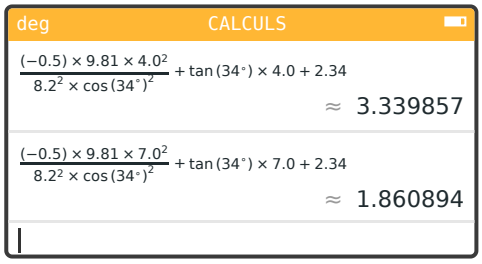
$0 < 1{,}9\ \text{m} < 2{,}0\ \text{m}$: le ballon passe sous la barre transversale.

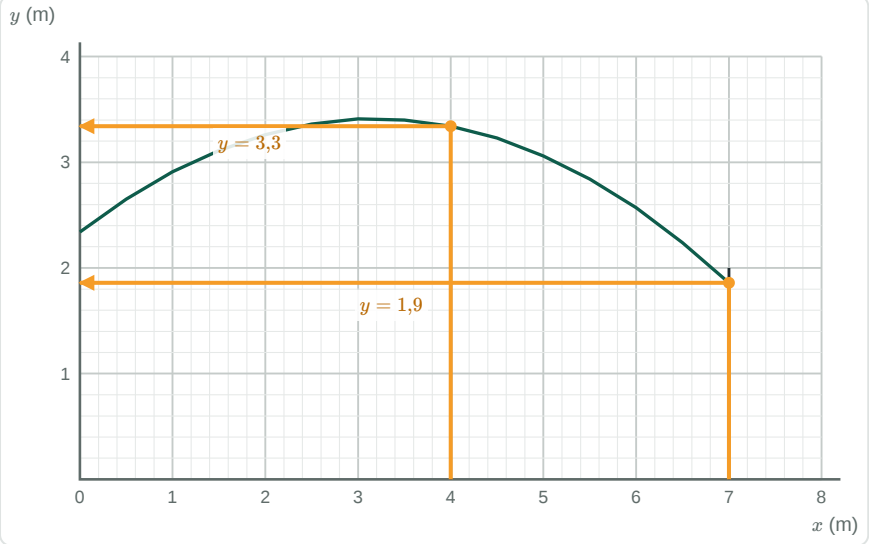
$y(4{,}0) = 3{,}3$ m et $y(7{,}0) = 1{,}9$ m : le tir lobe le gardien et entre dans le but, le but est marqué.

COMPRENDRE
y repère le centre du ballon, qui passe à environ 0,1 m sous la barre : la marge est faible. Avec d'autres lectures graphiques à la Q.6, $y(7{,}0)$ change mais la conclusion reste la même.

MÉTHODE
Question ouverte : traduire d'abord l'énoncé en conditions sur $y(x)$, puis calculer, puis conclure par une phrase. Les deux abscisses sont nécessaires, le gardien et le but.

À LA CALCULATRICE





Q.9 · Trajectoire calculée du centre du ballon ; traits verticaux : portée du gardien (2,8 m) et hauteur du but (2,0 m)

Q.10 L'arbitre donne environ 200 coups de sifflet de 0,3 s en moyenne par match. Indiquer s'il encourt un risque auditif. Justifier.

Données utiles $L = 115$ dB à l'oreille de l'arbitre ; tableau : 107 dB, 1 min par jour ; de 120 à 140 dB, quelques secondes

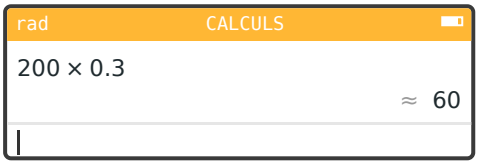
Durée totale d'exposition pendant un match : $\Delta t = 200 \times 0{,}3 = 60\ \text{s} = 1\ \text{min}$.

D'après le tableau, la durée limite est de 1 min par jour à 107 dB, et elle diminue quand le niveau augmente. À 115 dB, niveau plus élevé, la durée limite est donc inférieure à 1 min.

L'arbitre est exposé 1 min à 115 dB, plus que la durée limite : il encourt un risque auditif.

PIÈGE
Répondre « 115 dB est inférieur à 120 dB, donc pas de danger ». Il faut comparer la durée d'exposition à la durée limite correspondant au niveau perçu.

À LA CALCULATRICE



Q.11 Proposer une solution simple que l'arbitre pourrait envisager pour se protéger. Nommer le type d'atténuation correspondant.

L'arbitre peut porter des bouchons d'oreille : le matériau du bouchon absorbe une partie de l'énergie de l'onde sonore avant qu'elle n'atteigne le tympan.

Bouchons d'oreille : **atténuation par absorption**.

Q.12 Calculer l'intensité sonore I perçue par l'arbitre sans protection lors du coup de sifflet.

Données utiles $L = 115$ dB ; $I_0 = 1{,}0 \times 10^{-12}\ \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$

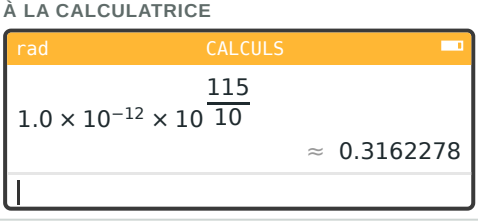
$L = 10 \log\left(\dfrac{I}{I_0}\right)$, donc $\log\left(\dfrac{I}{I_0}\right) = \dfrac{L}{10}$, soit $\dfrac{I}{I_0} = 10^{L/10}$ et $I = I_0 \times 10^{L/10}$.

$$I = 1{,}0 \times 10^{-12} \times 10^{115/10} = 0{,}32\ \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$$

$I = 0{,}32\ \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$, soit $3{,}2 \times 10^{-1}\ \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$

MÉTHODE
Pour isoler I : diviser par 10, puis appliquer « 10 puissance » aux deux membres, car $\log(a) = b$ équivaut à $a = 10^b$.

À LA CALCULATRICE



Q.13 Montrer que la puissance de la source sonore constituée par le sifflet est égale à $P = 8{,}9 \times 10^{-2}$ W.

Données utiles $I = 0{,}316\ \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ (Q.12, valeur non arrondie) ; $d = 15\ \text{cm} = 0{,}15$ m

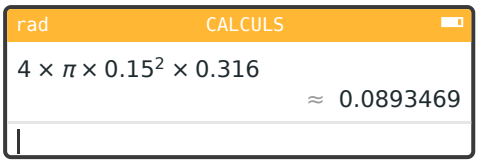
Le sifflet est une source isotrope : $I = \dfrac{P}{4\pi d^2}$, donc $P = 4\pi d^2 I$.

$$P = 4\pi \times 0{,}15^2 \times 0{,}316 = 8{,}9 \times 10^{-2}\ \text{W}$$

$P = 8{,}9 \times 10^{-2}$ W : c'est la valeur attendue.

PIÈGE
Laisser d en centimètres, ou repartir de la valeur arrondie $0{,}32\ \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$: on obtient alors $9{,}0 \times 10^{-2}$ W au lieu de la valeur annoncée.

À LA CALCULATRICE



Q.14 Déterminer le niveau d'intensité sonore perçu par un spectateur situé à 5,0 m de l'arbitre.

Données utiles $P = 8{,}9 \times 10^{-2}$ W (Q.13) ; $d_S = 5{,}0$ m ; $I_0 = 1{,}0 \times 10^{-12}$ W · m^{-2}

Intensité sonore reçue par le spectateur : $I_S = \dfrac{P}{4\pi\, d_S^2} = \dfrac{8{,}9 \times 10^{-2}}{4\pi \times 5{,}0^2} = 2{,}8 \times 10^{-4}$ W · m^{-2}

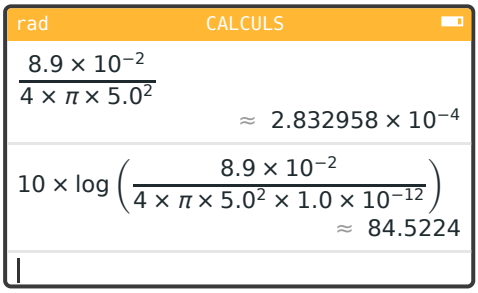
Niveau d'intensité sonore : $L_S = 10 \log\left(\dfrac{I_S}{I_0}\right)$

$$L_S = 10 \log\left(\frac{8{,}9 \times 10^{-2}}{4\pi \times 5{,}0^2 \times 1{,}0 \times 10^{-12}}\right) = 85 \text{ dB}$$

$L_S = 85$ dB

PIÈGE
Utiliser la touche ln au lieu de log : le niveau d'intensité sonore est défini avec le logarithme décimal.

À LA CALCULATRICE



Q.15 Déterminer la valeur de l'atténuation entre l'arbitre et le spectateur à 5,0 m. Quel nom donne-t-on à ce type d'atténuation ?

Données utiles $L = 115$ dB (arbitre) ; $L_S = 85$ dB (Q.14)

L'atténuation est la différence entre les deux niveaux d'intensité sonore :

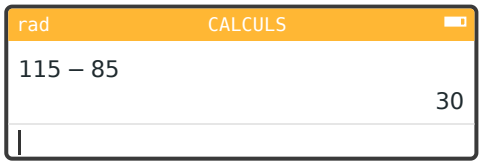
$A = L - L_S = 115 - 85 = 30$ dB

Elle est due à l'éloignement de la source : la puissance émise se répartit sur une sphère d'aire $4\pi\, d^2$ de plus en plus grande, donc l'intensité sonore diminue avec la distance.

$A = 30$ dB : c'est une **atténuation géométrique**.

COMPRENDRE
Aucune énergie n'est absorbée ici : elle est seulement diluée dans l'espace. C'est la différence avec l'atténuation par absorption de la Q.11.

À LA CALCULATRICE



Q.16 À 15 m de l'arbitre, l'intensité sonore due au sifflet est égale à celle du bruit ambiant. Déterminer le niveau d'intensité sonore global perçu par un spectateur à cette distance.

Données utiles bruit ambiant : $L_1 = 75$ dB ; $I_0 = 1{,}0 \times 10^{-12}$ W · m^{-2}

Les intensités sonores s'ajoutent : $I = I_1 + I_2$. Le sifflet et le bruit ambiant ont la même intensité, donc $I = 2\,I_1$ avec $I_1 = I_0 \times 10^{L_1/10}$.

$$L = 10\log\left(\frac{2\,I_1}{I_0}\right) = 10\log\left(2 \times 10^{L_1/10}\right) = 10\log\left(2 \times 10^{7{,}5}\right) = 78 \text{ dB}$$

$L = 78$ dB

PIÈGE
Additionner les niveaux : $75 + 75 = 150$ dB est faux. Seules les intensités sonores, en W · m^{-2}, s'additionnent.

COMPRENDRE
$10\log(2) \approx 3$: doubler l'intensité sonore ajoute toujours 3 dB au niveau, ici $75 + 3 = 78$ dB.

À LA CALCULATRICE

