Corrigé complet — Bac 2023 Réunion Jour 1

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**L'eau de boisson des poules** Titrage colorimétrique · Oxydoréduction · Incertitude-type · Facteurs cinétiques · Formule topologique et nomenclature · Constante d'acidité et pH	9 pts	1 h 35	13 questions	p. 2
Ex 2	**Le "tweener-lob" ou le coup entre les jambes** Deuxième loi de Newton · Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme · Équations horaires · Équation de la trajectoire · Énergie mécanique · Conservation de l'énergie	5 pts	53 min	8 questions	p. 7
Ex 3	**Extraction du gaz de schiste par électro-fracturation** Loi des mailles · Équation différentielle du circuit RC · Temps caractéristique · Capacité d'un condensateur · Énergie stockée · Rendement énergétique	6 pts	1 h 03	9 questions	p. 11

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

L'eau de boisson des poules

Bac 2023 Réunion Jour 1 · Exercice 1 **9 points** **Durée conseillée 1 h 35**

A.1 Lister le matériel nécessaire à la réalisation du titrage.

- une pipette jaugée de 20,0 mL et sa propipette, pour prélever V_1 ;
- un bécher (ou un erlenmeyer) qui reçoit la prise d'essai ;
- une burette graduée de 25 mL sur son support, remplie de la solution de permanganate de potassium ;
- un agitateur magnétique et son barreau aimanté ;
- des béchers de transvasement, des gants et des lunettes de protection.

Pipette jaugée de 20,0 mL, bécher, burette graduée sur support, agitateur magnétique avec barreau aimanté.

PIÈGE
Prélever V_1 à l'éprouvette graduée : la tolérance $\pm 0{,}05$ mL annoncée impose une pipette jaugée. Pas de pH-mètre ni de conductimètre, le titrage est colorimétrique.

A.2 Écrire les deux demi-équations électroniques qui conduisent à l'équation de la réaction support du titrage.

Données utiles couples $\mathrm{MnO_4^-\,(aq)}$ / $\mathrm{Mn^{2+}\,(aq)}$ et $\mathrm{O_2\,(g)}$ / $\mathrm{H_2O_2\,(aq)}$

L'espèce titrée est le peroxyde d'hydrogène $\mathrm{H_2O_2}$ (le sujet écrit par endroits « peroxyde d'oxygène » : c'est une coquille).

Réduction de l'ion permanganate, à multiplier par 2 :

$$\mathrm{MnO_4^-\,(aq) + 8\,H^+\,(aq) + 5\,e^- = Mn^{2+}\,(aq) + 4\,H_2O\,(l)}$$

Oxydation du peroxyde d'hydrogène, à multiplier par 5 :

$$\mathrm{H_2O_2\,(aq) = O_2\,(g) + 2\,H^+\,(aq) + 2\,e^-}$$

Les 10 électrons cédés sont tous captés ; après simplification de 10 $\mathrm{H^+}$ de chaque côté, on retrouve l'équation du sujet :

$$\mathrm{2\,MnO_4^- + 6\,H^+ + 5\,H_2O_2 \longrightarrow 2\,Mn^{2+} + 8\,H_2O + 5\,O_2}$$

PIÈGE
Choisir le couple $\mathrm{H_2O_2}$ / $\mathrm{H_2O}$: ici $\mathrm{H_2O_2}$ est le réducteur, il est oxydé en $\mathrm{O_2}$, comme le montre l'équation du titrage.

MÉTHODE
Pour équilibrer une demi-équation en milieu acide : l'élément principal, puis O avec $\mathrm{H_2O}$, puis H avec $\mathrm{H^+}$, enfin les charges avec les électrons.

A.3 Donner la définition de l'équivalence du titrage et dire comment on la repère expérimentalement.

L'équivalence est l'état du système pour lequel le réactif titré $\mathrm{H_2O_2}$ et le réactif titrant $\mathrm{MnO_4^-}$ ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de la réaction support : tous deux sont alors entièrement consommés.

Avant l'équivalence, les ions $\mathrm{MnO_4^-}$ versés sont consommés et toutes les autres espèces sont incolores : le mélange reste incolore. Dès que l'équivalence est dépassée, les ions $\mathrm{MnO_4^-}$ ne réagissent plus.

On repère l'équivalence à la première goutte versée qui donne au mélange une teinte violet pâle persistante.

COMPRENDRE
L'ion permanganate est la seule espèce colorée : il sert lui-même d'indicateur de fin de réaction, sans indicateur coloré ajouté.

A.4 Calculer la concentration c_1 en peroxyde d'hydrogène et l'incertitude-type $u(c_1)$ associée.

Données utiles $V_1 = (20{,}00 \pm 0{,}05)$ mL ; $c_0 = (1{,}00 \pm 0{,}04) \times 10^{-3}$ mol · L^{-1} ; $V_{éq} = (6{,}60 \pm 0{,}05)$ mL

À l'équivalence, d'après les nombres stœchiométriques de l'équation :

$$\frac{n(\mathrm{MnO_4^-})_{\text{versé}}}{2} = \frac{n(\mathrm{H_2O_2})_{\text{initial}}}{5} \quad \text{soit} \quad \frac{c_0\,V_{éq}}{2} = \frac{c_1\,V_1}{5}$$

$$c_1 = \frac{5\,c_0\,V_{éq}}{2\,V_1} = \frac{5 \times 1{,}00 \times 10^{-3} \times 6{,}60}{2 \times 20{,}00} = 8{,}25 \times 10^{-4}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\frac{u(c_1)}{c_1} = \sqrt{\left(\frac{0{,}05}{6{,}60}\right)^2 + \left(\frac{0{,}05}{20{,}00}\right)^2 + \left(\frac{0{,}04}{1{,}00}\right)^2} = 0{,}041$$

$u(c_1) = 8{,}25 \times 10^{-4} \times 0{,}041 = 3{,}4 \times 10^{-5}$ mol · L^{-1}.

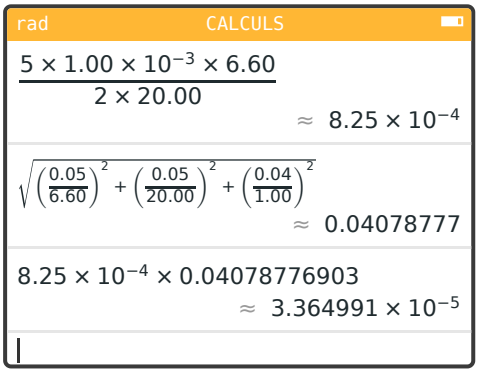
On garde un seul chiffre significatif pour l'incertitude, en arrondissant par excès : $u(c_1) = 0{,}4 \times 10^{-4}$ mol · L^{-1}.

$$c_1 = (8{,}3 \pm 0{,}4) \times 10^{-4}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

PIÈGE
Écrire $c_0 V_{éq} = c_1 V_1$ en oubliant les nombres stœchiométriques 2 et 5. Les volumes peuvent rester en mL, à condition que ce soit le cas des deux.

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : l'incertitude s'écrit avec un chiffre, puis le résultat s'arrête au même rang qu'elle, ici $0{,}1 \times 10^{-4}$. C'est c_0, connue à 4 % près, qui domine largement l'incertitude.

À LA CALCULATRICE



A.5 Dire laquelle des deux normes, 1 ou 2, a été appliquée par l'éleveur.

Données utiles $c_1 = 8{,}25 \times 10^{-4}$ mol · L^{-1} (A.4) ; $M(\mathrm{H_2O_2}) = 34{,}0$ g · mol^{-1} ; oxydosane : 248 g · L^{-1} ; norme 1 : 100 mL à 200 mL pour 1000 L ; norme 2 : 2,00 L pour 100 L

Concentration en masse de l'eau de boisson : $c_{m1} = c_1 \times M = 8{,}25 \times 10^{-4} \times 34{,}0 = 2{,}8 \times 10^{-2}$ g · L^{-1}.

Chaque norme est une dilution, au cours de laquelle la masse de $\mathrm{H_2O_2}$ se conserve : $c_{\text{fille}} = \dfrac{c_{\text{mère}} \times V_{\text{mère}}}{V_{\text{fille}}}$.

- Norme 1 : de $\dfrac{248 \times 0{,}100}{1000} = 2{,}48 \times 10^{-2}$ g · L^{-1} à $\dfrac{248 \times 0{,}200}{1000} = 4{,}96 \times 10^{-2}$ g · L^{-1}.
- Norme 2 : $\dfrac{248 \times 2{,}00}{100} = 4{,}96$ g · L^{-1}.

La valeur mesurée est comprise entre les deux bornes de la norme 1 et elle est près de 180 fois plus faible que celle de la norme 2.

$2{,}48 \times 10^{-2} < 2{,}8 \times 10^{-2} < 4{,}96 \times 10^{-2}$ g · L^{-1} : l'éleveur a suivi la norme 1.

PIÈGE
Comparer c_1, en mol · L^{-1}, aux valeurs du fabricant, en g · L^{-1}. Il faut d'abord tout exprimer dans la même grandeur.

COMPRENDRE
La mesure correspond à environ 113 mL d'oxydosane pour 1000 L. C'est cohérent : il y a des poules dans l'élevage, donc pas de vide sanitaire.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$8.25 \times 10^{-4} \times 34.0 \approx 0.02805$

$\frac{248 \times 0.100}{1000} \approx 0.0248$

$\frac{248 \times 0.200}{1000} \approx 0.0496$

$\frac{248 \times 2.00}{100} \approx 4.96$

$\frac{4.96}{0.02805} \approx 176.8271$

A.6 Justifier la conservation du bidon ouvert dans un endroit sombre et frais.

Le peroxyde d'hydrogène se dismute spontanément : $2\,H_2O_2\,(aq) \longrightarrow 2\,H_2O\,(l) + O_2\,(g)$. Cette transformation lente fait diminuer peu à peu la concentration en H_2O_2, donc le pouvoir désinfectant du produit.

La température est un facteur cinétique : au frais, la dismutation est encore plus lente. La lumière accélère cette réaction : à l'obscurité, on évite cette accélération.

Un endroit sombre et frais ralentit la dismutation de H_2O_2 : la concentration reste suffisante pour désinfecter pendant environ un mois.

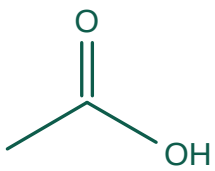
COMPRENDRE
La réaction est ralentie, pas arrêtée : c'est pourquoi le fabricant limite la conservation à un mois, délai au-delà duquel trop de H_2O_2 a disparu.

B.1.1 Donner la formule topologique de l'acide acétique.

L'acide acétique $C_2H_4O_2$ a pour formule semi-développée CH_3-COOH : une chaîne de deux atomes de carbone, le second portant un atome O par double liaison et un groupe OH.

Formule topologique : voir la figure (un seul trait pour la chaîne carbonée, O en double liaison et OH sur le même carbone).

PIÈGE
Dessiner un zigzag à deux traits pour la chaîne carbonée : cela ferait trois atomes de carbone, donc l'acide propanoïque. Les H liés aux carbones ne s'écrivent pas, celui du groupe OH s'écrit.



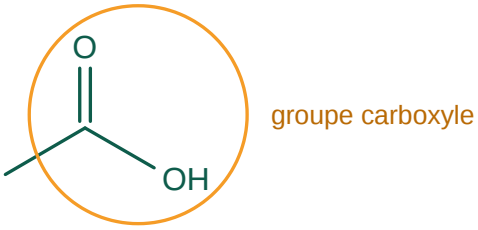
B.1.1 · Formule topologique de l'acide acétique

B.1.2 Entourer le groupe fonctionnel de la molécule et nommer la famille correspondante.

Le groupe caractéristique est le groupe carboxyle $-\mathrm{COOH}$: l'atome de carbone, l'atome d'oxygène doublement lié et le groupe hydroxyle OH (entouré sur la figure).

Groupe carboxyle : la molécule appartient à la famille des acides carboxyliques.

PIÈGE
N'entourer que le groupe OH (on lirait un alcool) ou que la double liaison $\mathrm{C{=}O}$: le groupe carboxyle réunit les deux sur le même atome de carbone.



B.1.2 · Groupe carboxyle entouré

B.1.3 Nommer l'acide acétique selon la nomenclature internationale.

La chaîne carbonée compte deux atomes de carbone (radical « éthan- ») et la molécule est un acide carboxylique (« acide …oïque »).

L'acide acétique se nomme acide éthanoïque.

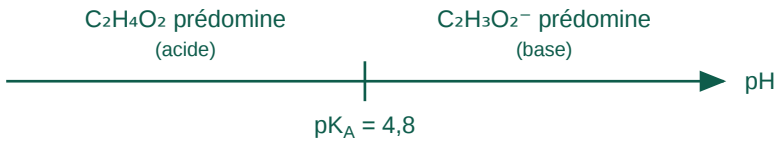
B.2.1 Tracer le diagramme de prédominance du couple $\mathrm{C_2H_4O_2\,(aq)}$ / $\mathrm{C_2H_3O_2^-\,(aq)}$.

Données utiles $pK_A = 4{,}8$

Sur un axe gradué en pH, la frontière se place à $pH = pK_A = 4{,}8$. L'acide $\mathrm{C_2H_4O_2}$ prédomine pour $pH < 4{,}8$ et sa base conjuguée $\mathrm{C_2H_3O_2^-}$ pour $pH > 4{,}8$; à $pH = 4{,}8$, les deux concentrations sont égales.

Diagramme de prédominance : voir la figure (acide à gauche de $pK_A = 4{,}8$, base à droite).

PIÈGE
Inverser les deux domaines : la forme acide est toujours du côté des pH faibles.



B.2.1 · Diagramme de prédominance du couple acide acétique / ion acétate

B.2.2 Donner l'expression de la constante d'acidité K_A du couple $\mathrm{C_2H_4O_2\,(aq)}$ / $\mathrm{C_2H_3O_2^-\,(aq)}$.

K_A est la constante d'équilibre de la réaction de l'acide avec l'eau ; l'eau, solvant, n'y figure pas.

$$K_A = \frac{[\mathrm{C_2H_3O_2^-}]_{\text{éq}} \times [\mathrm{H_3O^+}]_{\text{éq}}}{[\mathrm{C_2H_4O_2}]_{\text{éq}} \times c^0} \text{ avec } c^0 = 1{,}0\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$$

COMPRENDRE
La concentration standard c^0 rend K_A sans unité. Les concentrations sont celles de l'état d'équilibre, pas les concentrations apportées.

B.2.3 En partant de l'expression de K_A, retrouver la relation $pH = pK_A + \log\left(\frac{[C_2H_3O_2^-]}{[C_2H_4O_2]}\right)$.

On écrit $K_A = \frac{[H_3O^+]}{c^0} \times \frac{[C_2H_3O_2^-]}{[C_2H_4O_2]}$ et on prend l'opposé du logarithme décimal, avec $\log(a \times b) = \log a + \log b$:

$$-\log K_A = -\log\left(\frac{[H_3O^+]}{c^0}\right) - \log\left(\frac{[C_2H_3O_2^-]}{[C_2H_4O_2]}\right)$$

Or $pK_A = -\log K_A$ et $pH = -\log\left(\frac{[H_3O^+]}{c^0}\right)$, donc $pK_A = pH - \log\left(\frac{[C_2H_3O_2^-]}{[C_2H_4O_2]}\right)$.

$$\boxed{pH = pK_A + \log\left(\frac{[C_2H_3O_2^-]}{[C_2H_4O_2]}\right)}$$

PIÈGE
Une erreur de signe en passant au logarithme : le rapport reste dans le sens base sur acide et son logarithme s'ajoute à pK_A.

B.2.4 Calculer le pH réel de la solution d'acide acétique et dire si le particulier respecte la norme d'acidification.

Données utiles $c_3 = 1{,}60 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $pK_A = 4{,}8$; pH attendu : environ 6 (entre 5,5 et 6,5)

D'après l'équation de la réaction, il se forme autant d'ions $C_2H_3O_2^-$ que d'ions H_3O^+. En notant $h = [H_3O^+]_{éq}$ (en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$) : $[C_2H_3O_2^-]_{éq} = h$ et $[C_2H_4O_2]_{éq} = c_3 - h$.

Avec $c^0 = 1{,}0\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$: $K_A = \frac{h^2}{c_3 - h}$, soit $h^2 + K_A\, h - K_A\, c_3 = 0$, où $K_A = 10^{-4{,}8} = 1{,}58 \times 10^{-5}$.

Discriminant : $\Delta = K_A^2 + 4\, K_A\, c_3 = 1{,}02 \times 10^{-7} > 0$. Seule la racine positive convient :

$$h = \frac{-K_A + \sqrt{\Delta}}{2} = 1{,}5 \times 10^{-4}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$pH = -\log\left(\frac{h}{c^0}\right) = -\log(1{,}5 \times 10^{-4}) = 3{,}8$$

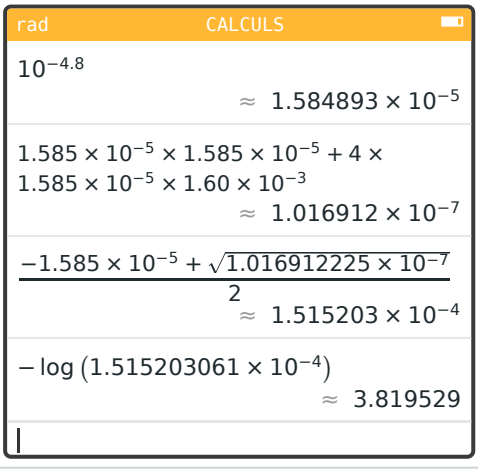
$pH = 3{,}8$, bien inférieur à 6 : l'eau est trop acide, le particulier ne respecte pas la norme.

PIÈGE
Écrire $pH = -\log c_3 = 2{,}8$: ce serait vrai pour un acide fort. Ici moins de 10 % des molécules d'acide ont réagi avec l'eau.

COMPRENDRE
Vérification : $3{,}8 < pK_A$, la forme acide prédomine bien. Le pH garde un seul chiffre après la virgule, comme le pK_A donné.

MÉTHODE
pH d'un acide faible de concentration apportée c : poser $h = [H_3O^+]$, écrire $K_A = \frac{h^2}{c - h}$, résoudre l'équation du second degré, garder la racine positive.

À LA CALCULATRICE



Le "tweener-lob" ou le coup entre les jambes

Bac 2023 Réunion Jour 1 · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 53 min**

A.1 En appliquant la deuxième loi de Newton, déterminer les coordonnées du vecteur accélération de la balle dans le repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$.

Système {balle}, de masse m constante ; référentiel terrestre supposé galiléen. Les frottements étant négligés, la seule force est le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$.

Le vecteur $\vec{g}$ est vertical, dirigé vers le bas, et l'axe (Oy) est orienté vers le haut :

$$\vec{a}\ \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ » : $\vec{g}$ est de sens opposé à $\vec{j}$. Ne pas annoncer $\vec{a} = \vec{g}$ sans avoir cité le système, le référentiel et le bilan des forces.

A.2 Déterminer, en détaillant chaque étape, les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ de la balle dans le repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$.

Données utiles à $t = 0$: position $(0\,;y_0)$, vitesse $\vec{v}_0$ inclinée de α sur l'horizontale ; $\vec{a}$ (A.1)

Comme $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives de a_x et a_y :

$$v_x(t) = C_1 \qquad v_y(t) = -g\,t + C_2$$

À $t = 0$: $v_x(0) = v_0\cos\alpha$ et $v_y(0) = v_0\sin\alpha$, donc $C_1 = v_0\cos\alpha$ et $C_2 = v_0\sin\alpha$.

$$\vec{v}\ \begin{cases} v_x(t) = v_0\cos\alpha \\ v_y(t) = -g\,t + v_0\sin\alpha \end{cases}$$

Comme $\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{OG}}{\mathrm{d}t}$, on cherche de nouveau les primitives :

$$x(t) = (v_0\cos\alpha)\,t + C_3 \qquad y(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + (v_0\sin\alpha)\,t + C_4$$

À $t = 0$: $x(0) = 0$ et $y(0) = y_0$, donc $C_3 = 0$ et $C_4 = y_0$.

$$x(t) = (v_0\cos\alpha)\,t \quad \text{et} \quad y(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + (v_0\sin\alpha)\,t + y_0$$

PIÈGE
Oublier y_0 : la balle n'est pas frappée à l'origine du repère, mais à 30,0 cm du sol.

COMPRENDRE
L'énoncé nomme la balle H dans l'introduction puis G dans cette question : il s'agit du même point. On garde G, car H désigne aussi la hauteur du filet.

MÉTHODE
Deux intégrations successives, de $\vec{a}$ à $\vec{v}$ puis de $\vec{v}$ à la position. Après chacune, les constantes se déterminent avec les conditions initiales, écrites explicitement sur la copie.

A.3 En déduire que l'équation de la trajectoire est, en unités du système international, $y = -0{,}047\,x^2 + 1{,}1\,x + 0{,}30$.

Données utiles $v_0 = 55{,}1\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$; $\alpha = 48{,}0^\circ$; $y_0 = 30{,}0$ cm ; $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; équations horaires (A.2)

On élimine le temps : $x = (v_0\cos\alpha)\,t$ donne $t = \dfrac{x}{v_0\cos\alpha}$, que l'on reporte dans $y(t)$:

$$y = -\frac{g}{2\,(v_0\cos\alpha)^2}\,x^2 + (\tan\alpha)\,x + y_0$$

Avec $v_0 = \dfrac{55{,}1}{3{,}6} = 15{,}3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $y_0 = 0{,}300$ m :

$$\frac{g}{2\,(v_0\cos\alpha)^2} = \frac{9{,}81}{2\times\left(\dfrac{55{,}1}{3{,}6}\times\cos 48{,}0^\circ\right)^2} =$$

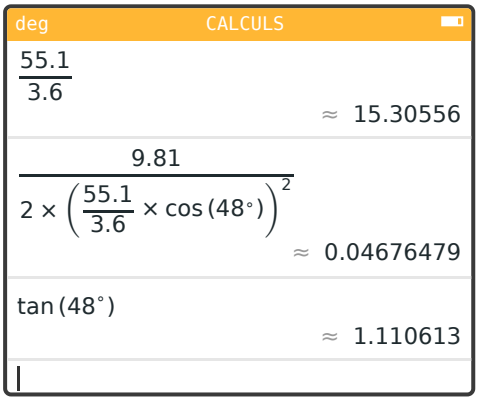
$0{,}0468\ \text{m}^{-1}$ $\qquad \tan 48{,}0^\circ = 1{,}11$

$y = -0{,}0468\,x^2 + 1{,}11\,x + 0{,}300$, soit, avec deux chiffres significatifs, $y = -0{,}047\,x^2 + 1{,}1\,x + 0{,}30$: c'est l'équation attendue.

PIÈGE
Laisser v_0 en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ ou y_0 en cm : l'équation est demandée en unités SI. Vérifier aussi que la calculatrice est en mode degrés.

COMPRENDRE
Les données ont trois chiffres significatifs ; l'énoncé arrondit les coefficients à deux. On garde la valeur non arrondie de v_0 dans la calculatrice pour éviter de cumuler les arrondis.

À LA CALCULATRICE



A.4 L'adversaire est à 3,0 m du filet, le tamis de sa raquette à 4,0 m de hauteur. Déterminer si la balle passe au-dessus de sa raquette.

Données utiles $L = 12{,}0$ m ; équation de la trajectoire (A.3)

L'adversaire est de l'autre côté du filet, à 3,0 m de celui-ci. Son abscisse dans le repère est :

$$x_A = L + 3{,}0 = 12{,}0 + 3{,}0 = 15{,}0\ \text{m}$$

Hauteur de la balle à cette abscisse :

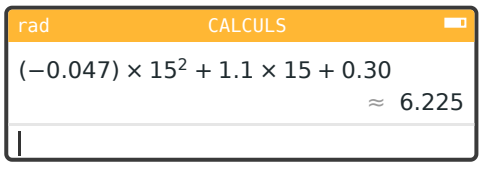
$$y(x_A) = -0{,}047\times 15{,}0^2 + 1{,}1\times 15{,}0 + 0{,}30 = 6{,}2\ \text{m}$$

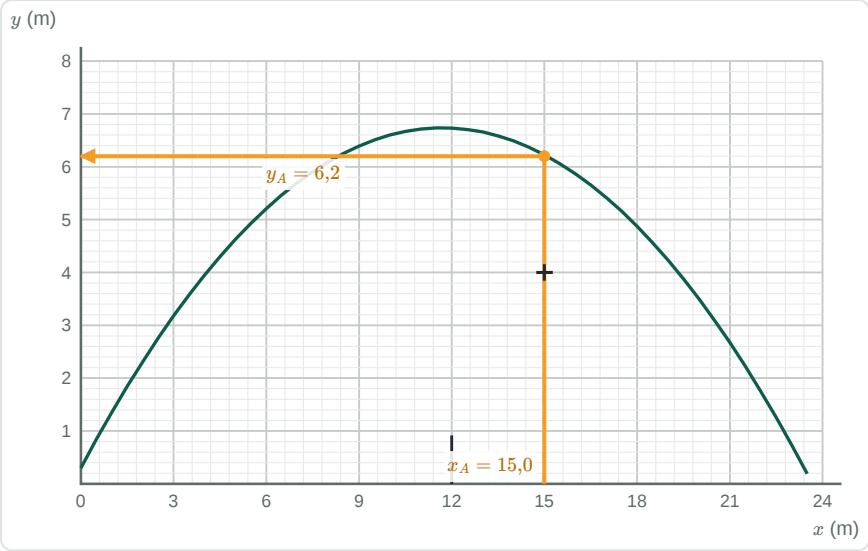
$y(x_A) = 6{,}2\ \text{m} > 4{,}0\ \text{m}$: la balle passe au-dessus de la raquette, avec une marge d'environ 2 m.

PIÈGE
Prendre $x = 3{,}0$ m ou $x = 12{,}0 - 3{,}0 = 9{,}0$ m : l'adversaire joue dans l'autre moitié du terrain, au-delà du filet.

COMPRENDRE
Avec les coefficients non arrondis, on trouve 6,4 m : la conclusion est la même. Une conclusion rédigée, qui compare explicitement les deux hauteurs, est attendue dans cette question à prise d'initiative.

À LA CALCULATRICE





A.4 · Trajectoire de la balle et position de la raquette adverse

B.1 Rappeler la définition de l'énergie mécanique E_m de la balle.

L'énergie mécanique de la balle est la somme de son énergie cinétique et de son énergie potentielle de pesanteur :

$$E_m = E_c + E_{pp}$$

B.2 Exprimer l'énergie mécanique $E_m(0)$ de la balle à $t = 0$ s en fonction de m, g, v_0 et y_0, puis calculer sa valeur.

Données utiles $m = 58{,}5$ g ; $v_0 = 55{,}1$ km · h^{-1} ; $y_0 = 0{,}300$ m ; $g = 9{,}81$ m · s^{-2}

Avec $E_c = \frac{1}{2} m v^2$ et, l'axe étant ascendant et E_{pp} nulle à l'origine, $E_{pp} = m g y$:

$$E_m(0) = \frac{1}{2} m v_0^2 + m g y_0$$

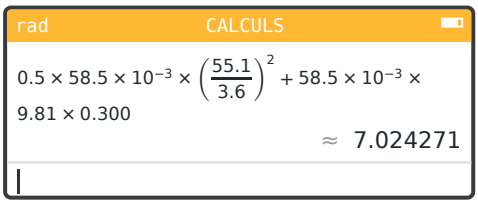
$$E_m(0) = \frac{1}{2} \times 58{,}5 \times 10^{-3} \times \left(\frac{55{,}1}{3{,}6}\right)^2 + 58{,}5 \times 10^{-3} \times 9{,}81 \times 0{,}300$$

$$E_m(0) = 7{,}02 \text{ J}$$

PIÈGE
Laisser la masse en grammes ou la vitesse en km · h^{-1} : le résultat n'est en joules qu'avec des kilogrammes, des mètres et des m · s^{-1}.

COMPRENDRE
L'énergie cinétique (6,85 J) domine largement l'énergie potentielle (0,17 J) : la balle part vite et de très bas.

À LA CALCULATRICE



B.3 Indiquer sous quelle condition s'applique la conservation de l'énergie mécanique.

L'énergie mécanique se conserve si le système n'est soumis qu'à des forces conservatives (comme le poids), ou à des forces non conservatives qui ne travaillent pas. Ici, cela revient à négliger les frottements.

B.4 Calculer la vitesse v_f de la balle quand elle retombe au sol. Indiquer, en justifiant, si la valeur réellement mesurée par le radar sera supérieure ou inférieure à celle calculée.

Données utiles $v_0 = 55{,}1\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$; $y_0 = 0{,}300\ \text{m}$; $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $E_m(0)$ (B.2)

Les frottements sont négligés : la balle n'est soumise qu'à son poids, force conservative, donc E_m se conserve entre la frappe et le sol : $E_m(f) = E_m(0)$.

Au sol, $y = 0$ donc $E_{pp} = 0$:

$$\frac{1}{2}m v_f^2 = \frac{1}{2}m v_0^2 + m g y_0 \quad \text{d'où} \quad v_f = \sqrt{v_0^2 + 2 g y_0}$$

$$v_f = \sqrt{\left(\frac{55{,}1}{3{,}6}\right)^2 + 2 \times 9{,}81 \times 0{,}300} = 15{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

En réalité, les frottements de l'air s'exercent sur la balle. Leur travail est résistant : l'énergie mécanique diminue au cours du mouvement, donc l'énergie cinétique à l'arrivée est plus faible que celle calculée.

$v_f = 15{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (soit $55{,}8\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$) ; la valeur mesurée par le radar sera inférieure.

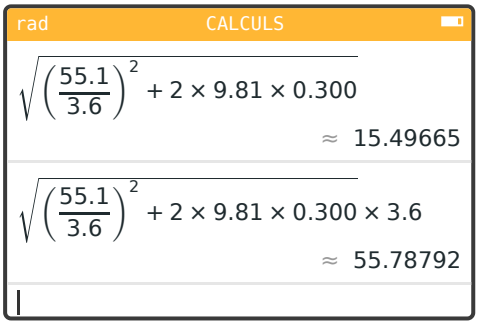
COMPRENDRE

La masse se simplifie : v_f ne dépend pas de m. La balle arrive à peine plus vite qu'au départ, car elle n'est descendue que de 30 cm au total.

MÉTHODE

On peut aussi écrire $v_f = \sqrt{2\,E_m(0)/m}$ avec la valeur de B.2, en utilisant la valeur non arrondie de $E_m(0)$ et la masse en kilogrammes.

À LA CALCULATRICE



Extraction du gaz de schiste par électro-fracturation

Bac 2023 Réunion Jour 1 · Exercice 3 **6 points** **Durée conseillée 1 h 03**

A.1 Établir la relation entre la tension $u_{C,eq}$ aux bornes du condensateur équivalent, la tension u_{R_1} aux bornes du conducteur ohmique et la tension E de l'alimentation.

Interrupteur en position 1 : la maille contient le générateur, le condensateur équivalent et le conducteur ohmique R_1. Avec les flèches de tension de la figure 2, la loi des mailles donne :

$$E = u_{R_1} + u_{C,eq}$$

COMPRENDRE
En position 1, la branche de R_2 est ouverte : aucun courant n'y circule, elle n'intervient pas dans la charge.

A.2 Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_{C,eq}$ lors de la charge.

Loi d'Ohm : $u_{R_1} = R_1\, i$.

Pour le condensateur : $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ et $q = C_{eq}\, u_{C,eq}$, avec C_{eq} constante, donc $i = C_{eq}\, \dfrac{\mathrm{d}u_{C,eq}}{\mathrm{d}t}$.

On reporte dans la loi des mailles (A.1) : $E = R_1 C_{eq}\, \dfrac{\mathrm{d}u_{C,eq}}{\mathrm{d}t} + u_{C,eq}$, soit

$$\frac{\mathrm{d}u_{C,eq}}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{R_1 C_{eq}}\, u_{C,eq} = \frac{E}{R_1 C_{eq}}$$

MÉTHODE
Circuit RC, toujours trois étapes : loi des mailles, loi d'Ohm, puis $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$. On termine en isolant la dérivée, coefficient 1 devant elle.

A.3 Vérifier que $u_{C,eq}(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau_{charge}}\right)$ est solution de cette équation différentielle et exprimer τ_{charge} en fonction de R_1 et C_{eq}.

On dérive la fonction proposée : $\dfrac{\mathrm{d}u_{C,eq}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{E}{\tau_{charge}}\, e^{-t/\tau_{charge}}$.

On remplace dans le membre de gauche de l'équation (A.2) :

$$\frac{E}{\tau_{charge}}\, e^{-t/\tau_{charge}} + \frac{E}{R_1 C_{eq}}\left(1 - e^{-t/\tau_{charge}}\right)$$
$$= \frac{E}{R_1 C_{eq}} + E\, e^{-t/\tau_{charge}}\left(\frac{1}{\tau_{charge}} - \frac{1}{R_1 C_{eq}}\right)$$

Ce membre est égal à $\dfrac{E}{R_1 C_{eq}}$ à tout instant si et seulement si $\dfrac{1}{\tau_{charge}} - \dfrac{1}{R_1 C_{eq}} = 0$.

De plus $u_{C,eq}(0) = E\,(1-1) = 0$: le condensateur est bien déchargé à $t = 0$.

La fonction proposée est solution, avec $\tau_{charge} = R_1\, C_{eq}$

PIÈGE
Oublier le signe en dérivant : la dérivée de $-e^{-t/\tau}$ est $+\dfrac{1}{\tau}\, e^{-t/\tau}$. Une erreur de signe ici empêche les exponentielles de se simplifier.

A.4 Déterminer la capacité C_{eq} du condensateur équivalent, en faisant apparaître la démarche sur la courbe 1 de l'annexe.

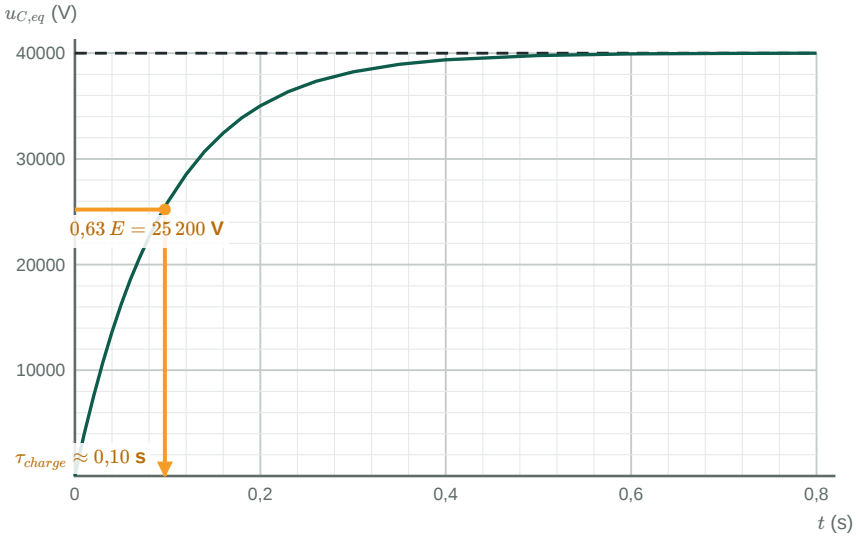
Données utiles $E = 40$ kV ; $R_1 = 160$ kΩ ; $\tau_{charge} = R_1 C_{eq}$ (A.3) ; courbe 1 de l'annexe

À $t = \tau_{charge}$: $u_{C,eq} = E\,(1 - e^{-1}) = 0{,}63\,E = 0{,}63 \times 40\,000 = 25\,200$ V.

Sur la courbe 1, on trace l'horizontale d'ordonnée 25 200 V : elle coupe la courbe à l'abscisse $\tau_{charge} \approx 0{,}10$ s.

Comme $\tau_{charge} = R_1 C_{eq}$: $\quad C_{eq} = \dfrac{\tau_{charge}}{R_1} = \dfrac{0{,}10}{160 \times 10^3}$

$C_{eq} = 6{,}3 \times 10^{-7}$ F, soit environ $0{,}6\ \mu$F



A.4 · Courbe 1 de l'annexe complétée : asymptote à E et lecture de τ_{charge} à 63 % de E

PIÈGE
Laisser R_1 en kΩ. Avec $R_1 = 160 \times 10^3$ Ω et τ_{charge} en secondes, la capacité sort en farads.

COMPRENDRE
La lecture graphique de τ_{charge} ne donne que deux chiffres significatifs : le résultat est arrondi à deux chiffres. Autre tracé accepté : la tangente à l'origine coupe l'asymptote $u = E$ à l'abscisse τ_{charge}.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS
$0.63 \times 40\,000$ ≈ 25200
$\dfrac{0.10}{160 \times 10^3}$ ≈ 6.25×10^{-7}

A.5 En déduire le nombre de condensateurs de capacité $C = 200$ nF utilisés lors de l'expérimentation.

Données utiles $C = 200$ nF ; $C_{eq} = 6{,}3 \times 10^{-7}$ F (A.4)

Le condensateur équivalent regroupe N condensateurs identiques, donc $C_{eq} = N \times C$ avec N entier compris entre 1 et 6.

$N = \dfrac{C_{eq}}{C} = \dfrac{6{,}3 \times 10^{-7}}{200 \times 10^{-9}} = 3{,}1$, valeur la plus proche de l'entier 3.

L'expérimentation utilise $N = 3$ condensateurs, soit $C_{eq} = 3 \times 200 = 600$ nF.

COMPRENDRE
L'écart entre 3,1 et 3 vient de la lecture graphique : avec 600 nF, $\tau_{charge} = 160 \times 10^3 \times 600 \times 10^{-9} = 0{,}096$ s, indiscernable de 0,10 s sur la courbe.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS
$\dfrac{6.3 \times 10^{-7}}{200 \times 10^{-9}}$ ≈ 3.15

A.6 Déterminer l'énergie maximale W_{max} stockée dans le condensateur équivalent chargé.

Données utiles $W = \frac{1}{2} C u_C^2$; $C_{eq} = 600$ nF (A.5) ; $E = 40$ kV

En fin de charge, la tension atteint sa valeur maximale $u_{C,eq} = E$ (asymptote de la courbe 1).

$$W_{max} = \frac{1}{2} C_{eq} E^2 = \frac{1}{2} \times 600 \times 10^{-9} \times (40 \times 10^3)^2$$

$$\boxed{W_{max} = 4{,}8 \times 10^2 \text{ J}}$$

PIÈGE
Garder 40 kV et 600 nF sans les convertir, ou oublier le carré sur la tension.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$0.5 \times 600 \times 10^{-9} \times (40 \times 10^3)^2$ ≈ 480

B.1 Déterminer la valeur de la tension $u_{C,eq}(t = \Delta t)$ aux bornes du condensateur équivalent à la fin de la pré-décharge.

Données utiles $u_{C,eq}(t) = E\, e^{-t/(R_2 C_{eq})}$; $E = 40$ kV ; $\Delta t = 12\ \mu$s ; $R_2 = 100\ \Omega$; $C_{eq} = 600$ nF

$u_{C,eq}(\Delta t) = E\, e^{-\frac{\Delta t}{R_2 C_{eq}}}$ avec $R_2 C_{eq} = 100 \times 600 \times 10^{-9} = 6{,}0 \times 10^{-5}$ s.

$$u_{C,eq}(\Delta t) = 40 \times 10^3 \times e^{-\frac{12 \times 10^{-6}}{6{,}0 \times 10^{-5}}} = 40 \times 10^3 \times e^{-0{,}20}$$

$$\boxed{u_{C,eq}(\Delta t) = 3{,}3 \times 10^4 \text{ V} = 33 \text{ kV}}$$

COMPRENDRE
La pré-décharge dure 12 μs, soit un cinquième du temps caractéristique $R_2 C_{eq} = 60\ \mu$s : la tension baisse peu, d'environ 18 %.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$100 \times 600 \times 10^{-9}$ ≈ 6×10^{-5}

$40 \times 10^3 \times e^{\frac{-12 \times 10^{-6}}{6 \times 10^{-5}}}$ ≈ 32749.23

B.2 En déduire la valeur de l'énergie restante W_{arc} dans le condensateur équivalent, disponible pour la création de l'arc électrique.

Données utiles $C_{eq} = 600$ nF ; $u_{C,eq}(\Delta t) = 3{,}27 \times 10^4$ V (B.1, valeur non arrondie)

$$W_{arc} = \frac{1}{2} C_{eq}\, u_{C,eq}(\Delta t)^2 = \frac{1}{2} \times 600 \times 10^{-9} \times (3{,}27 \times 10^4)^2$$

$$\boxed{W_{arc} = 3{,}2 \times 10^2 \text{ J}}$$

PIÈGE
Calculer avec la valeur arrondie 33 kV : on obtient 327 J au lieu de 322 J, car le carré amplifie l'erreur d'arrondi. On garde la valeur complète en mémoire.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$0.5 \times 600 \times 10^{-9} \times (40 \times 10^3 \times e^{-0.2})^2$ ≈ 321.7536

B.3 Calculer le rendement énergétique η de l'installation permettant la création de l'arc électrique. Commenter.

Données utiles $\eta = \dfrac{E_{utile}}{E_{consommée}}$; $W_{max} = 480$ J (A.6) ; $W_{arc} = 322$ J (B.2)

L'énergie utile est celle disponible pour l'arc, W_{arc} ; l'énergie consommée est celle stockée en fin de charge, W_{max}.

$$\eta = \frac{W_{arc}}{W_{max}} = \frac{322}{480}$$

$\eta = 0{,}67$, soit $67\ \%$

Commentaire : environ un tiers de l'énergie stockée est perdu pendant la pré-décharge, dissipé par effet Joule dans le système {électrodes + eau} avant l'apparition de l'arc. Le rendement reste correct, mais il diminuerait encore si la pré-décharge durait plus longtemps.

COMPRENDRE

Littéralement, $\eta = \left(\dfrac{u_{C,eq}(\Delta t)}{E}\right)^2 = e^{-2\Delta t/(R_2 C_{eq})} = e^{-0{,}40}$: le rendement ne dépend que de la durée de la pré-décharge comparée à $R_2 C_{eq}$.

À LA CALCULATRICE

