L'érythrosine, colorant alimentaire

Bac 2023 Centres étrangers 1 Jour 2 · Exercice 2 **4,5 points** **Durée conseillée 48 min**

1 Proposer une valeur de la longueur d'onde λ_m à laquelle régler le spectrophotomètre.

Données utiles figure 1 : spectre d'absorption de l'érythrosine

On règle le spectrophotomètre sur la longueur d'onde du maximum d'absorption : l'absorbance mesurée est alors la plus grande et la mesure la plus précise.

Sur la figure 1, le pic se situe entre 500 nm et 550 nm.

$\lambda_m \approx 525 \text{ nm}$

COMPRENDRE
Toute valeur lue au sommet du pic, entre 520 nm et 530 nm, est acceptée. Cette radiation est verte : la solution absorbe le vert et paraît rouge, sa couleur complémentaire.

2 À partir de la loi de Beer-Lambert, montrer que la mesure de l'absorbance de la solution permet de déterminer la concentration en érythrosine.

L'érythrosine est la seule espèce colorée de la solution : l'absorbance ne dépend que d'elle, et $A = \varepsilon \times \ell \times [\text{E}]$.

Comme ε et ℓ sont connus et constants, A est proportionnelle à $[\text{E}]$. Une mesure de A donne donc la concentration :

$$[\text{E}] = \frac{A}{\varepsilon \times \ell}$$

PIÈGE
Oublier de dire que l'érythrosine est la seule espèce qui absorbe : sans cette précision, l'absorbance mesurée ne renseigne pas sur elle seule.

3 Montrer que la concentration de la solution en érythrosine est $[\text{E}] = 5{,}4 \times 10^{-6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Données utiles $A_{solution} = 0{,}44$; $\varepsilon = 8{,}2 \times 10^4 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$; $\ell = 1{,}0 \text{ cm}$

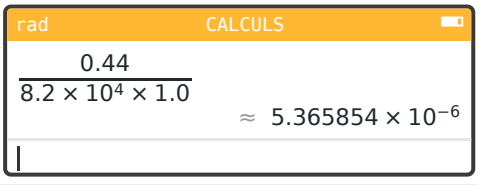
D'après la question 2 :

$$[\text{E}] = \frac{A_{solution}}{\varepsilon \times \ell} = \frac{0{,}44}{8{,}2 \times 10^4 \times 1{,}0}$$

$[\text{E}] = 5{,}4 \times 10^{-6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, valeur attendue.

COMPRENDRE
Les trois données ont deux chiffres significatifs : le résultat en garde deux. La longueur ℓ reste en cm, car ε est exprimé en $\text{L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$.

À LA CALCULATRICE



4 Montrer qu'une personne de 50 kg peut consommer la totalité de la solution de la conserve sans risque pour sa santé.

Données utiles dose admissible : 0,1 mg par kg et par jour ; $V = 500 \text{ mL}$; $M_E = 879{,}86 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $[\text{E}] = 5{,}4 \times 10^{-6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (Q3)

Masse maximale admissible par jour pour 50 kg : $m_{max} = 0{,}1 \times 50 = 5 \text{ mg}$.

Masse d'érythrosine dans la solution : $m_E = n_E \times M_E = [\text{E}] \times V \times M_E$

$$m_E = 5{,}4 \times 10^{-6} \times 0{,}500 \times 879{,}86 = 2{,}4 \times 10^{-3} \text{ g}$$

$m_E = 2{,}4 \text{ mg} < 5 \text{ mg}$: la personne peut consommer toute la solution sans risque.

PIÈGE
Laisser V en mL donne une masse mille fois trop grande. Comparer ensuite deux masses dans la même unité : des grammes avec des milligrammes ne se comparent pas.

MÉTHODE
Pour confronter un produit à une dose admissible : calculer la dose maximale pour la personne, puis la masse réellement ingérée, et conclure par une inégalité écrite.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

0.1×50

≈ 5

$5.4 \times 10^{-6} \times 0.500 \times 879.86$

≈ 0.002375622

5 Montrer que la concentration de la solution S_1 en ion hypochlorite est $C_1 = 3{,}1 \times 10^{-1}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Données utiles S_0 : 4,8 % en masse de ClO^- ; $\rho_J = 1095\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$; $M(\text{Cl}) = 35{,}5\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $M(\text{O}) = 16{,}0\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $V_0 = 30\ \text{mL}$; $V_j = 100\ \text{mL}$

Solution S_0. Un litre de S_0 a une masse de 1095 g, dont 4,8 % d'ions hypochlorite. Avec $M(\text{ClO}^-) = 35{,}5 + 16{,}0 = 51{,}5\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$:

$$C_0 = \frac{0{,}048 \times \rho_J}{M(\text{ClO}^-)} = \frac{0{,}048 \times 1095}{51{,}5} = 1{,}02\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Dilution. La quantité de matière de soluté se conserve : $C_0 \times V_0 = C_1 \times V_j$, donc

$$C_1 = \frac{C_0 \times V_0}{V_j} = \frac{1{,}02 \times 30}{100} = 0{,}31\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$C_1 = 3{,}1 \times 10^{-1}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$, valeur attendue.

PIÈGE
Oublier la dilution et annoncer C_0 comme réponse. Les deux volumes du rapport V_0/V_j peuvent rester en mL, à condition d'avoir la même unité.

MÉTHODE
Passer d'un pourcentage massique à une concentration : raisonner sur un litre de solution, en calculer la masse avec ρ, prendre le pourcentage, puis diviser par la masse molaire.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{0.048 \times 1095}{35.5 + 16.0}$$

≈ 1.020583

$$\frac{1.020582524 \times 30}{100}$$

≈ 0.3061748

6 En calculant les quantités de matière initiales n_{Ei} en érythrosine et n_{Hi} en ion hypochlorite, montrer que les ions hypochlorite sont en excès.

Données utiles $V_1 = V_E = 5\ \text{mL}$; $[\text{E}] = 5{,}4 \times 10^{-6}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (Q3) ; $C_1 = 3{,}1 \times 10^{-1}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (Q5)

$n_{Ei} = [\text{E}] \times V_E = 5{,}4 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-3} = 2{,}7 \times 10^{-8}\ \text{mol}$

$n_{Hi} = C_1 \times V_1 = 3{,}1 \times 10^{-1} \times 5 \times 10^{-3} = 1{,}6 \times 10^{-3}\ \text{mol}$

D'après l'équation 1, une mole de E réagit avec une mole de ClO^- : on compare directement les deux quantités.

$n_{Hi} \gg n_{Ei}$ (environ 6×10^4 fois plus) : les ions hypochlorite sont en très large excès.

COMPRENDRE
Avec un tel excès, la concentration en ClO^- ne varie presque pas pendant la réaction : la vitesse ne dépend plus que de $[\text{E}]$, ce qui justifie l'ordre 1 étudié ensuite.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$5.4 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-3} \approx 2.7 \times 10^{-8}$

$3.1 \times 10^{-1} \times 5 \times 10^{-3} \approx 0.00155$

$\dfrac{1.55 \times 10^{-3}}{2.7 \times 10^{-8}} \approx 57407.41$

7 Définir la vitesse volumique de disparition de l'érythrosine en utilisant la notation $[\mathrm{E}]$.

La vitesse volumique de disparition de l'érythrosine est l'opposé de la dérivée de sa concentration par rapport au temps :

$$v = -\frac{\mathrm{d}[\mathrm{E}]}{\mathrm{d}t}$$

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ ». La concentration d'un réactif diminue, sa dérivée est négative : le signe moins rend la vitesse positive.

8 Donner l'expression de la vitesse volumique de disparition v en fonction de $[\mathrm{E}]$ et d'une constante k positive pour une loi de vitesse d'ordre 1.

Pour une loi d'ordre 1, la vitesse est proportionnelle à la concentration du réactif :

$$v = k \times [\mathrm{E}]$$

COMPRENDRE
En égalant les expressions des questions 7 et 8, on obtient $-\dfrac{\mathrm{d}[\mathrm{E}]}{\mathrm{d}t} = k \times [\mathrm{E}]$: c'est l'équation différentielle donnée par l'énoncé. La constante k s'exprime en s^{-1}.

9 Montrer que le temps de demi-réaction pour une loi de vitesse d'ordre 1 est $t_{1/2} = \dfrac{\ln(2)}{k}$.

Le temps de demi-réaction est la durée au bout de laquelle l'avancement atteint la moitié de sa valeur finale. La réaction est totale et E est le réactif limitant : à $t_{1/2}$, la moitié de l'érythrosine a disparu.

$$[\mathrm{E}](t_{1/2}) = \frac{[\mathrm{E}]_0}{2} \quad \text{soit} \quad [\mathrm{E}]_0\, e^{-k\,t_{1/2}} = \frac{[\mathrm{E}]_0}{2}$$

Donc $e^{-k\,t_{1/2}} = \dfrac{1}{2}$, puis $-k\,t_{1/2} = \ln\left(\dfrac{1}{2}\right) = -\ln(2)$.

$$t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{k}$$

COMPRENDRE
Le résultat ne dépend pas de $[\mathrm{E}]_0$: pour l'ordre 1, la concentration est divisée par deux à chaque durée $t_{1/2}$, quelle que soit la valeur de départ.

MÉTHODE
Avec les rappels de l'énoncé : $\ln(1/2) + \ln(2) = \ln(1) = 0$, donc $\ln(1/2) = -\ln(2)$; et $\ln(e^x) = x$ fait disparaître l'exponentielle.

10 Montrer, à l'aide de la question 2, que si la décoloration suit une loi de vitesse d'ordre 1, l'absorbance évolue de façon exponentielle au cours du temps.

Seule l'érythrosine est colorée (le produit P et les ions ClO^- sont incolores), donc à chaque instant $A(t) = \varepsilon \times \ell \times [\mathrm{E}](t)$.

Pour l'ordre 1, $[\mathrm{E}](t) = [\mathrm{E}]_0\, e^{-kt}$, d'où $A(t) = \varepsilon \times \ell \times [\mathrm{E}]_0\, e^{-kt}$.

$A(t) = A_0\, e^{-kt}$ avec $A_0 = \varepsilon \times \ell \times [\mathrm{E}]_0$: l'absorbance décroît exponentiellement.

COMPRENDRE
Le modèle du tableur, $A = 0{,}215\, e^{-0{,}0036\,t}$, a bien cette forme. Par identification : $A_0 = 0{,}215$ et $k = 0{,}0036\ \mathrm{s}^{-1}$.

11 Déterminer la valeur de $t_{1/2}$ en indiquant la méthode utilisée et conclure sur la rapidité de l'action de l'eau de Javel sur l'érythrosine.

Données utiles modélisation : $A = 0{,}215\,e^{-0{,}0036\,t}$ (t en s) ; $t_{1/2} = \dfrac{\ln(2)}{k}$ (Q9)

Méthode : exploitation de la modélisation. En identifiant avec $A(t) = A_0\,e^{-kt}$ (Q10) : $k = 0{,}0036\ \text{s}^{-1}$.

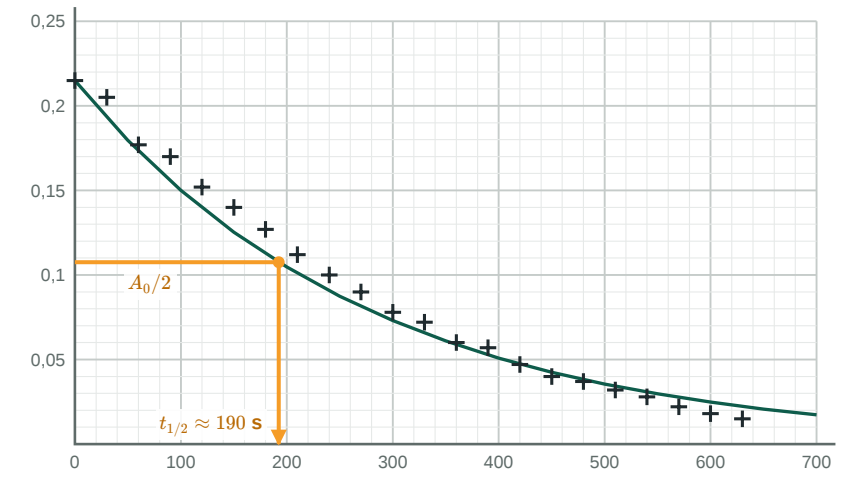
$$t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{k} = \frac{\ln(2)}{0{,}0036} = 1{,}9 \times 10^2\ \text{s}$$

Vérification graphique. L'absorbance étant proportionnelle à $[\text{E}]$, $t_{1/2}$ est la date où $A = \dfrac{A_0}{2} = \dfrac{0{,}215}{2} \approx 0{,}108$: sur la courbe modèle de la figure 2, on lit environ 190 s.

$t_{1/2} \approx 1{,}9 \times 10^2$ s, soit un peu plus de 3 min : la décoloration est assez rapide, la tache a presque disparu au bout d'une dizaine de minutes.

PIÈGE
Donner une valeur sans nommer la méthode, ou oublier la conclusion sur la rapidité : les deux sont demandées. Lire le graphique à $A = 0{,}125$ (moitié de l'axe) au lieu de $A_0/2$ fausse la lecture.

COMPRENDRE
Les points expérimentaux passent un peu au-dessus du modèle vers 200 s : une lecture sur les points donne plutôt 200 à 220 s. Les deux réponses sont recevables si la méthode est annoncée.



11 · Figure 2 du sujet (points relevés approximativement, courbe du modèle) avec la lecture de $t_{1/2}$

À LA CALCULATRICE

